



Synthèse de fréquences optiques

Mémoire

Hugo Bergeron

Maîtrise en génie électrique
Maître ès sciences (M.Sc.)

Québec, Canada

© Hugo Bergeron, 2016

Résumé

Le présent mémoire traite de la génération de radiation électromagnétique périodique dans le proche infrarouge. La fréquence d'oscillation optique de cette radiation est référencée à un ou plusieurs standards de temps-fréquence et peut être changée à volonté. L'instrument remplissant ces fonctions est appelé synthétiseur de fréquences optiques. Cet instrument serait très utile dans les applications nécessitant de la lumière à une fréquence bien connue, comme la spectroscopie, la calibration de sources optiques et d'autres applications en métrologie. Pour cette raison, un intérêt pour la synthèse de fréquences optiques est déjà présent dans la communauté scientifique. Ici, un tel instrument est présenté. Ce dernier est basé sur l'usage d'un laser accordable et d'une ou plusieurs sources de référence. Un peigne de fréquences optiques est utilisé pour faire le pont entre ces différentes sources. Plus spécifiquement, le présent mémoire contient une discussion des difficultés que présente la construction d'un tel instrument. Ces difficultés sont principalement liées à la mesure de la fréquence relative entre les sources utilisées et le peigne de fréquences. Plusieurs solutions à ces difficultés sont ensuite proposées. Le tout est suivi par les détails d'une démonstration expérimentale d'un véritable synthétiseur de fréquences optiques.

Abstract

This work is about the generation of periodic near-infrared electromagnetic radiation whose oscillation frequency can be changed at will while being linked to time and frequency standards. The instrument enabling these functions is called an optical frequency synthesiser. Such an instrument would be tremendously useful in applications requiring very precise optical frequencies, including spectroscopy, calibration of sources and many other applications in metrology. For this reason, the scientific community has already shown interest. Here, an optical frequency synthesiser is presented. The instrument is based on the combination of a tunable laser, one or many reference sources and an optical frequency comb, the latter being used to link the sources together. In this work, difficulties associated with the implementation of such an instrument are discussed. These difficulties are mostly related to the measurement of the relative frequencies between the sources and the frequency comb. Many solutions to these difficulties are given, followed by the implementation and performance details of an actual optical frequency synthesiser.

Table des matières

| | |
|---|-------------|
| Résumé | iii |
| Abstract | v |
| Table des matières | vii |
| Liste des tableaux | ix |
| Liste des figures | xi |
| Liste des acronymes et abréviations | xv |
| Remerciements | xvii |
| Introduction | 1 |
| 1 Bases théoriques | 3 |
| 1.1 Analogie avec la synthèse de fréquences électriques | 3 |
| 1.2 Architecture d'un synthétiseur de fréquences optiques basé sur un PLL . . . | 4 |
| 1.3 Théorie entourant les sources | 7 |
| 2 Défis et solutions | 19 |
| 2.1 Revue de la littérature | 19 |
| 2.2 Méthodologie des travaux | 21 |
| 2.3 Rapport signal sur bruit du signal d'interférence | 22 |
| 2.4 Zones mortes dans le spectre électrique | 30 |
| 2.5 Ambiguïté sur le signe de la fréquence du signal d'interférence | 37 |
| 2.6 Extraction robuste de la phase et de la fréquence | 42 |
| 2.7 Méthodologie de référencement | 49 |
| 2.8 Résumé des solutions proposées | 59 |
| 3 Montage expérimental | 61 |
| 3.1 Introduction à la démonstration expérimentale | 61 |
| 3.2 Peigne de fréquences | 61 |
| 3.3 Laser accordable | 61 |
| 3.4 Choix des sources de références | 62 |
| 3.5 Architecture du synthétiseur | 65 |
| 3.6 Signaux analogiques et phases | 67 |
| 3.7 Note sur le routage des signaux optiques | 68 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 3.8 | Électronique de contrôle | 69 |
| 3.9 | Résumé du montage expérimental | 69 |
| 4 | Implémentation à l'aide d'un FPGA | 71 |
| 4.1 | Matériel et communication | 71 |
| 4.2 | Description de haut niveau du traitement de signal | 73 |
| 4.3 | Description des composantes | 75 |
| 5 | Mesure des performances | 99 |
| 5.1 | Introduction à la mesure des performances | 99 |
| 5.2 | Comportement général en boucle ouverte | 99 |
| 5.3 | Comportement général en boucle fermée | 101 |
| 5.4 | Mesures de longueur d'onde | 103 |
| 5.5 | Stabilité de la fréquence | 105 |
| 5.6 | Résumé des performances | 118 |
| | Conclusion | 121 |
| | A Calcul de la probabilité de saut de phase | 123 |
| | B Comportement en présence d'un filtre sur la phase d'une référence RF | 127 |
| | Bibliographie | 129 |

Liste des tableaux

| | | |
|-----|---|-----|
| 1.1 | Processus aléatoires affectant la phase | 15 |
| 2.1 | Mesure du SNR avec et sans filtre | 29 |
| 2.2 | Densité de probabilité utilisée lors du calcul de la probabilité de saut de phase | 43 |
| 2.3 | Symboles mathématiques utilisés pour le référencement | 54 |
| 5.1 | Résumé des performances | 119 |

Liste des figures

| | | |
|------|---|----|
| 1.1 | Schéma simplifié d'un PLL | 4 |
| 1.2 | Schéma simplifié d'un DDS | 4 |
| 1.3 | Schéma d'équivalence entre un PLL électrique typique et un PLL optique . . . | 5 |
| 1.4 | Utilisation d'un peigne de fréquence pour comparer la fréquence de deux lasers | 7 |
| 1.5 | Cavité laser accordable basée sur l'architecture Littman-Metcalf | 10 |
| 1.6 | Évolution temporelle du champ électrique d'un peigne de fréquences optiques . | 10 |
| 1.7 | Spectre d'un peigne de fréquences optiques | 11 |
| 1.8 | Spectre électrique d'un battement entre un peigne et un laser CW | 15 |
| 2.1 | Filtrage à double passage à l'aide d'un AOTF | 24 |
| 2.2 | Ajout d'un troisième faisceau à l'AOTF | 25 |
| 2.3 | Relations entre la fréquence de l'onde acoustique et la longueur d'onde filtrée . | 26 |
| 2.4 | Fonctions de transfert du filtre accordable | 26 |
| 2.5 | Modulation d'amplitude causée par la modulation de la fréquence de l'onde acoustique | 27 |
| 2.6 | Signal d'erreur en fonction de la longueur d'onde | 28 |
| 2.7 | Schéma global de l'asservissement du filtre accordable | 29 |
| 2.8 | Comparaison du SNR obtenu avec et sans filtre accordable | 31 |
| 2.9 | Exemple de magnitude de la fonction de transfert des filtres suivant la photo- détection | 32 |
| 2.10 | Représentation schématique de l'échantillonnage synchrone | 33 |
| 2.11 | Exemple d'échantillonnage synchrone avec filtre | 34 |
| 2.12 | Représentation graphique de l'échantillonnage synchrone sans filtre | 35 |
| 2.13 | Exemple d'échantillonnage synchrone sans filtre | 37 |
| 2.14 | Effet de l'échantillonnage synchrone lors du passage à zéro de la fréquence de battement | 38 |
| 2.15 | Diagrammes temps-fréquence d'un battement entre un peigne et un laser ac- cordable | 39 |
| 2.16 | Spectres de puissance montrant l'effet de l'usage d'un coupleur hybride | 42 |
| 2.17 | Modèle d'extraction de phase simple | 43 |
| 2.18 | Exemple d'un saut de phase causé par un évènement bruité | 44 |
| 2.19 | Probabilité de saut de phase en fonction du SNR | 45 |
| 2.20 | Algorithme d'extraction de phase et de fréquence simple | 46 |
| 2.21 | Exemple d'un saut de fréquence lorsque l'algorithme d'extraction de phase et de fréquence simple est utilisé | 47 |
| 2.22 | Algorithme robuste d'extraction de phase et de fréquence | 48 |
| 2.23 | Probabilité de saut de fréquence pour l'algorithme simple et l'algorithme robuste | 48 |

| | | |
|------|---|-----|
| 2.24 | Stratégies de référencement | 50 |
| 2.25 | Difficultés lors de la synthèse de fréquences optiques et solutions proposées | 59 |
| 3.1 | Schéma de haut niveau du synthétiseur de fréquences optiques | 63 |
| 3.2 | Densités spectrales de phase du GPSDO et du peigne de fréquences | 63 |
| 3.3 | Densité spectrale de la phase du GPSDO | 64 |
| 3.4 | Densité spectrale de bruit de phase de trois lasers RIO | 65 |
| 3.5 | Schéma détaillé du synthétiseur de fréquences optiques | 66 |
| 4.1 | Schéma bloc de l'algorithme de régulation du laser accordable | 75 |
| 4.2 | Module d'extraction de phase avec entrée complexe | 76 |
| 4.3 | Transformation matricielle corrigeant l'imperfection d'un coupleur hybride | 77 |
| 4.4 | Diagrammes IQ pour plusieurs fréquences électriques de battement | 78 |
| 4.5 | Paramètres de l'ellipse en fonction de la fréquence de battement | 79 |
| 4.6 | Module d'extraction de phase avec entrée réelle | 80 |
| 4.7 | Module de gestion de numéro de mode | 81 |
| 4.8 | Détecteur de battement | 82 |
| 4.9 | Signal d'interférence entre les deux lasers CW | 83 |
| 4.10 | Gain et filtres pour fréquence instantanée | 83 |
| 4.11 | Filtre pour fréquence instantanée | 84 |
| 4.12 | Module de gain ajustable | 85 |
| 4.13 | Régulateur et modulateur pour le laser accordable | 86 |
| 4.14 | Essai d'identification de l'actuateur piézo-électrique | 87 |
| 4.15 | Essai d'identification de l'actuateur acousto-optique | 88 |
| 4.16 | Réponse impulsionnelle de l'actuateur acousto-optique | 89 |
| 4.17 | Fonctions de transfert lorsque seul l'actuateur piézo-électrique est utilisé | 90 |
| 4.18 | Fonctions de transfert du système lorsque l'AOM et l'actuateur piézo-électrique sont utilisés | 91 |
| 4.19 | Fonction de transfert des perturbations | 92 |
| 4.20 | Régulateur et modulateur pour le filtre accordable | 93 |
| 4.21 | Densités spectrales de bruit du signal d'erreur | 93 |
| 4.22 | Filtre passe-bas à réponse impulsionnelle infinie | 94 |
| 4.23 | Module de quantification généralisé | 95 |
| 4.24 | Fonctions de transfert entre le bruit de quantification et la sortie du quantificateur | 96 |
| 5.1 | Signaux et spectres des canaux en phase (I) | 100 |
| 5.2 | Signal et spectre du GPSDO échantillonné | 100 |
| 5.3 | Signal d'erreur de phase en boucle ouverte | 101 |
| 5.4 | Résidus de phase en boucle fermée | 102 |
| 5.5 | Densités spectrales de puissance des résidus de phase | 102 |
| 5.6 | Commande de fréquence en boucle fermée | 103 |
| 5.7 | Montage pour la mesure au lambdamètre | 104 |
| 5.8 | Résultat de la mesure au lambdamètre | 105 |
| 5.9 | Mesure de bruit de phase à l'aide d'un discriminateur cohérent | 107 |
| 5.10 | Densités spectrales de bruit de phase du laser de référence et du laser accordable | 108 |
| 5.11 | Densités spectrales de bruit de phase du laser accordable pour différents points d'opération | 109 |
| 5.12 | Montage pour la comparaison directe | 110 |

| | | |
|------|--|-----|
| 5.13 | Spectre du battement direct entre le laser de référence et la sortie du synthétiseur | 110 |
| 5.14 | Densité spectrale de puissance des résidus de phase lors de la comparaison directe | 111 |
| 5.15 | Résidus de phase hors de la boucle obtenus par battement direct | 111 |
| 5.16 | Montage de mesure avec un deuxième peigne de fréquences | 113 |
| 5.17 | Résidus de phase hors de la boucle mesurés à l'aide d'un deuxième peigne (1) . | 114 |
| 5.18 | Résidus de phase hors de la boucle mesurés à l'aide d'un deuxième peigne (2) . | 114 |
| 5.19 | Spectres des résidus de phase mesurés à l'aide d'un deuxième peigne de fréquences | 115 |
| 5.20 | Spectres des résidus de phase mesurés à l'aide d'un deuxième peigne de fréquences pour divers points d'opération | 116 |
| 5.21 | Intégrateur de phase | 116 |
| 5.22 | Résidus de phase hors de la boucle pour 24 heures en boucle fermée | 117 |
| 5.23 | Mesure de la température du laboratoire durant 24 heures | 117 |
| 5.24 | Densités spectrales des résidus de phase à long et court termes | 119 |
| A.1 | Réalisations de bruit et leurs impacts sur l'algorithme d'extraction | 124 |
| A.2 | Densité de probabilité de l'angle en fonction du SNR | 125 |

Liste des acronymes et abréviations

| | Français | Anglais |
|--------|--|---|
| AC | Courant alternatif | <i>Alternating Current</i> |
| AOM | Modulateur acousto-optique | <i>Acousto-optic Modulator</i> |
| AOTF | Filtre accordable acousto-optique | <i>Acousto-optic Tunable Filter</i> |
| BGF | Filtre à réseau de Bragg | <i>Bragg Grating Filter</i> |
| CNA | Convertisseur numérique-analogique | <i>Digital to Analog Converter</i> |
| CAN | Convertisseur analogique-numérique | <i>Analog to Digital Converter</i> |
| CEO | Décalage entre la porteuse et l'enveloppe | <i>Carrier-envelope Offset</i> |
| CORDIC | Calcul numérique par rotation de coordonnées | <i>COordinate Rotation DIgital Computer</i> |
| CW | Onde continue | <i>Continuous Wave</i> |
| DC | Courant continu | <i>Direct Current</i> |
| DDC | Convertisseur de fréquence numérique | <i>Digital Down-Converter</i> |
| DDS | Synthèse directe de signaux digitaux | <i>Direct Digital Synthesizer</i> |
| DODOS | — | <i>Direct On-chip Digital Optical Synthesizer</i> |
| DSP | Densités spectrale de puissance | <i>Power Spectral Density</i> |
| ECLD | Diode laser à cavité étendue | <i>Extended Cavity Laser Diode</i> |
| EMAC | Contrôle d'accès au support Ethernet | <i>Ethernet Media Access Control</i> |
| ENBW | Bande équivalente de bruit | <i>Equivalent Noise Bandwidth</i> |
| EOM | Modulateur électro-optique | <i>Electro-optic Modulator</i> |
| FBGF | Filtre à réseau de Bragg Fibré | <i>Fiber Bragg Grating Filter</i> |
| FIFO | Premier entré, premier sorti | <i>First In, First Out</i> |
| FMC | Carte mezzanine pour FPGA | <i>FPGA Mezzanine Card</i> |
| FPGA | Circuit logique programmable | <i>Field Programmable Gate Array</i> |
| GATOR | Réduction du bruit optique par commutation | <i>GATed Optical noise Reduction</i> |
| GPS | Système mondial de positionnement | <i>Global Positioning System</i> |

| | | |
|-------|---|--|
| GPSDO | Oscillateur discipliné sur GPS | <i>GPS Disciplined Oscillator</i> |
| HDL | Langage de description de matériel | <i>Hardware Description Language</i> |
| HPC | Grand nombre de broches | <i>High Pin Count</i> |
| HPF | Filtre passe-haut | <i>Highpass Filter</i> |
| IIR | Réponse impulsionnelle infinie | <i>Infinite Impulse Response</i> |
| IQ | En phase et quadrature | <i>In-phase and Quadrature</i> |
| JILA | — | <i>Joint Institute for Laboratory Astro- physics</i> |
| JTAG | — | <i>Joint Test Action Group</i> |
| LD | Diode laser | <i>Laser Diode</i> |
| LIDAR | Téledétection par laser | <i>Light Detection and Ranging</i> |
| LO | Oscillateur local | <i>Local Oscillator</i> |
| LPF | Filtre passe-bas | <i>Lowpass Filter</i> |
| LTI | Linéaire et invariant dans le temps | <i>Linear and Time-invariant</i> |
| NEP | Puissance équivalente de bruit | <i>Noise Equivalent Power</i> |
| OSA | Analyseur de spectre optique | <i>Optical Spectrum Analyser</i> |
| PD | Photodiode | <i>Photodiode</i> |
| PDB | Photodiode Balancée | <i>Balanced Photodiode</i> |
| PFD | Détecteur de phase et de fréquence | <i>Phase Frequency Detector</i> |
| PI | Proportionnel et intégral | <i>Proportional and Integral</i> |
| PID | Proportionnel, intégral et différentiel | <i>Proportional, Integral and Derivative</i> |
| PLL | Boucle à verrouillage de phase | <i>Phase-Locked Loop</i> |
| PM | Maintien de polarisation | <i>Polarization-Maintaining</i> |
| PS | Décalage de phase | <i>Phase Shift</i> |
| RF | Radiofréquence | <i>Radiofrequency</i> |
| RIN | Bruit relatif d'intensité | <i>Relative Intensity Noise</i> |
| RIO | — | <i>Redfern Integrated Optics</i> |
| SMF | Fibres optique monomode | <i>Single-mode Fiber</i> |
| SNR | Rapport signal sur bruit | <i>Signal to Noise Ratio</i> |
| UDP | Protocole de datagramme utilisateur | <i>User Datagram Packet</i> |
| UTC | Temps universel coordonné | <i>Coordinated Universal Time</i> |
| VCO | Oscillateur contrôlé en tension | <i>Voltage Controlled Oscillator</i> |
| VGA | — | <i>Video Graphics Array</i> |
| XOR | Ou exclusif | <i>Exclusive Or</i> |

Remerciements

Je souhaite d'abord remercier mon épouse, Marie Julien, pour m'avoir supporté tout au long de ma maîtrise. Son aide et ses encouragements, même durant les moments difficiles, ont eu une grande importance. Je remercie aussi mes parents, Diane Néron et Yvon Bergeron, pour m'avoir toujours supporté dans mes études.

Je remercie mes directeurs de recherche, Prof. Jérôme Genest et Prof. Jean-Daniel Deschênes, pour leur support continu durant mon programme. Le présent mémoire ne serait pas ce qu'il est sans leurs excellentes et rigoureuses suggestions. Merci à eux de m'avoir fourni tous les outils nécessaires pour réussir et d'avoir créé un aussi bon climat d'apprentissage dans le groupe de recherche.

J'aimerais également remercier mes directeurs pour les nombreuses opportunités de stages qu'ils m'ont offertes. Ces stages m'ont apporté beaucoup. À cet effet, je remercie tous mes collègues chez ABB, Novasyst et au NIST pour avoir rendu aussi exceptionnel mon passage à la maîtrise.

Je termine en remerciant le CRSNG, le FRQNT, le département de génie électrique et informatique de l'Université Laval et Prof. Jérôme Genest pour leur soutien financier.

Introduction

La synthèse de fréquences optiques, telle que décrite dans le présent mémoire, consiste en la génération de radiation électromagnétique périodique ayant une fréquence connue et contrôlée. Dans le contexte du présent travail, la fréquence est située dans les centaines de térahertz. La possibilité d'ajuster la fréquence d'émission à volonté est un élément essentiel d'un synthétiseur de fréquences optiques. La fréquence doit pouvoir être référencée à un ou plusieurs standards de fréquence ou de temps. Dans sa forme achevée, un synthétiseur serait un instrument émettant de la radiation optique et permettant à l'utilisateur d'entrer la fréquence voulue de la radiation avec un grand nombre de chiffres significatifs. Une version plus avancée de cet instrument permettrait de générer de la radiation dont la fréquence varie dans le temps selon un patron prédéfini.

Un tel instrument serait très utile dans les expériences scientifiques nécessitant de la lumière à une fréquence bien connue. Un exemple notable est la spectroscopie par laser accordable. Une autre application serait le référencement d'un analyseur de spectre optique basé sur le battement avec un laser accordable. Cette technologie permettrait de mesurer précisément la longueur d'onde d'émission de diverses sources optiques. Un synthétiseur de fréquences optiques permettrait également de calibrer des spectromètres basés sur d'autres technologies. D'autres applications plus exotiques sont envisageables, comme la génération d'ondes térahertz accordables par l'interférence entre un laser de référence et un synthétiseur de fréquences optiques.

La technologie permettant la synthèse de fréquences optiques est disponible aujourd'hui. L'avènement du peigne de fréquences optiques a permis la construction d'un synthétiseur rudimentaire en 2002 au JILA ¹ [1]. D'autres travaux similaires ont suivi. Preuve qu'il existe encore aujourd'hui un intérêt pour cette technologie, le Département de la Défense des États-Unis a lancé en 2014 un programme (DODOS ²) ayant pour but de construire un synthétiseur de fréquences optiques miniaturisé [2]. Bien que cela puisse laisser entendre que les difficultés entourant cette technologie ont toutes été surmontées, il en est tout autrement.

1. Anciennement nommé *Joint Institute for Laboratory Astrophysics*.
2. *Direct On-chip Digital Optical Synthesizer*

La technique la plus commune permettant de synthétiser des fréquences optiques est d'utiliser un laser accordable et de contrôler sa fréquence optique. La position en fréquence du laser accordable est obtenue en obtenant un signal d'interférence avec un peigne de fréquences. L'obtention et l'interprétation de ce signal d'interférence présentent plusieurs difficultés qui jusqu'à ce jour n'ont pas été couvertes complètement dans la littérature. Parmi ces dernières, on retrouve le besoin contraignant d'un bon rapport signal sur bruit sur le signal d'interférence, l'ambiguïté sur la fréquence de ce signal, les zones mortes spectrales lors de la mesure électrique du même signal ainsi que l'extraction robuste de sa phase. Un autre sujet peu couvert dans la littérature est le référencement de la phase extraite à un ou plusieurs standards de temps ou de fréquence.

Le présent mémoire propose des solutions aux difficultés énumérées plus haut. Les solutions proposées furent testées expérimentalement. Le travail est structuré comme suit. D'abord, les bases théoriques nécessaires à la compréhension de la synthèse de fréquences optiques sont présentées. Ensuite, une introduction aux difficultés rencontrées est présentée sous la forme d'une revue de littérature. Les solutions proposées auxdites difficultés sont ensuite présentées. Suivent ensuite les détails de la démonstration expérimentale d'un synthétiseur de fréquences optiques complet. Ces derniers couvrent le montage expérimental, le traitement de signal associé et les résultats obtenus. De façon générale, les travaux présentés s'inscrivent dans la quête d'un synthétiseur de fréquences optiques robuste et simple d'utilisation.

Chapitre 1

Bases théoriques

1.1 Analogie avec la synthèse de fréquences électriques

Il est possible de traiter la synthèse de fréquences optiques de la même façon que la synthèse de fréquences électriques. Il existe plusieurs façons de synthétiser des fréquences électriques sous la forme d'ondes périodiques. Deux techniques communes seront expliquées ici. Dans les deux cas, la fréquence de l'onde de sortie a une relation bien connue avec la fréquence d'une onde de référence.

Une des méthodes est la boucle à verrouillage de phase (*Phase-Locked Loop*, ou PLL). Une boucle à verrouillage de phase fonctionne en calculant la différence de phase entre un oscillateur de référence et un oscillateur accordable. L'oscillateur de référence est parfois un signal provenant d'une horloge. En utilisant l'erreur de phase calculée comme l'entrée d'un régulateur, il est possible d'accorder l'oscillateur afin d'amener sa fréquence à la valeur désirée tout en annulant toute différence de phase entre les oscillateurs. Selon les caractéristiques de la boucle de rétroaction, il est possible d'obtenir une onde de sortie avec une relation de phase bien connue avec l'onde d'entrée. Il est également possible d'amener la fréquence de l'oscillateur accordable à la fréquence de l'oscillateur de référence multipliée par un nombre rationnel. Cette technique est très répandue en électronique lorsqu'il est nécessaire de synchroniser des systèmes opérant à des fréquences différentes (exemple : microprocesseur et autres composants dans un ordinateur). La figure 1.1 montre un exemple simplifié d'une boucle à verrouillage de phase.

Une autre technique, la synthèse directe de signaux numériques (*Direct Digital Synthesizer* ou DDS) utilise de l'électronique numérique afin de générer une onde. À l'aide d'un convertisseur numérique-analogique (CNA), une forme d'onde peut être générée en temps réel puis filtrée de façon appropriée. Comme l'électronique fonctionne de façon synchrone par rapport à une horloge de référence, la fréquence de l'onde de sortie possède une relation connue avec celle de l'horloge de référence, comme dans le cas de la boucle à verrouillage de phase. La figure

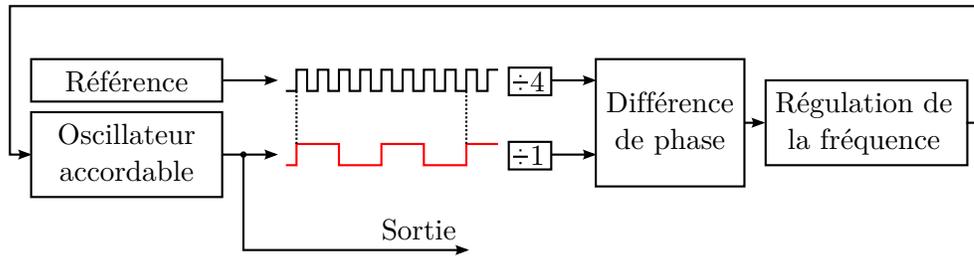


Figure 1.1 – Schéma simplifié d'un PLL dont la fréquence de sortie est égale à $1/4$ de la fréquence d'entrée.

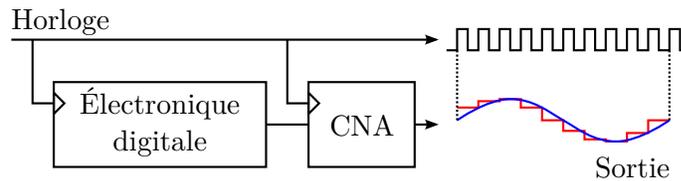


Figure 1.2 – Schéma simplifié d'un DDS dont la sortie est une onde sinusoïdale dont la fréquence est égale à $1/10$ de celle de l'horloge de référence.

1.2 illustre ce concept. L'avantage d'un DDS est qu'aucune boucle de rétroaction n'est nécessaire afin de générer l'onde de sortie. La fréquence peut donc être changée de façon presque instantanée.

La technologie qui serait nécessaire à l'implémentation d'un DDS optique n'a pas encore été inventée. À l'inverse, tous les ingrédients nécessaires à la réalisation d'un synthétiseur optique basé sur un PLL sont disponibles aujourd'hui. La synthèse de fréquences optiques telle que décrite dans ce travail est basée sur l'extension du concept de boucle à verrouillage de phase au domaine optique. Certains détails de mise en oeuvre sont différents. Par exemple, la mesure de la différence de phase ou de temps entre deux oscillateurs n'est pas effectuée de la même façon. De plus, la rétroaction n'opère pas sur les mêmes phénomènes physiques.

1.2 Architecture d'un synthétiseur de fréquences optiques basé sur un PLL

L'approche suivie dans ce travail et dans la littérature est très similaire à celle suivie dans le cadre des PLLs standards. La figure 1.3 montre comment les éléments d'un PLL électrique typique sont remplacés par des éléments optiques. La présente section présente en détail les éléments de base d'un PLL.

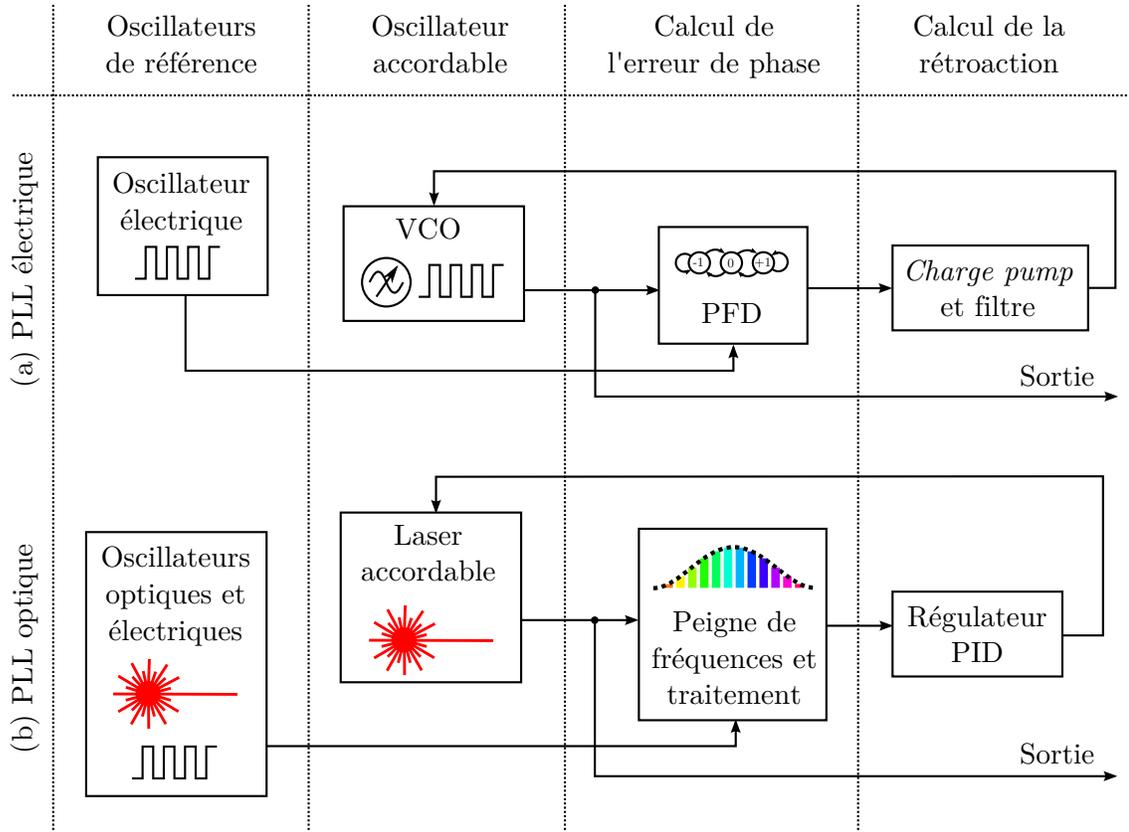


Figure 1.3 – Schéma d'équivalence entre (a) un PLL électrique typique et (b) un PLL optique tel qu'utilisé ici. VCO : *Voltage Controlled Oscillator* ; PFD : *Phase Frequency Detector* ; PID : proportionnel, intégral et différentiel.

1.2.1 Oscillateurs de référence

Dans un PLL électrique, l'oscillateur de référence est une onde électrique périodique dont le taux de répétition va des basses fréquences jusqu'à plusieurs centaines de gigahertz (10^{11} Hz). La fréquence d'oscillation peut être reliée à plusieurs phénomènes plus ou moins précis, comme l'oscillation d'un cristal ou la transition d'état d'un atome. La fréquence d'oscillation peut également être référencée à une horloge distante. Par exemple, il est possible d'asservir la fréquence de résonance d'un cristal afin de suivre le temps diffusé par le système GPS (*Global Positioning System*), qui comporte un ensemble d'horloges atomiques.

Dans le cas du PLL optique présenté ici, il est possible d'utiliser un ensemble d'oscillateurs de référence, incluant des oscillateurs électriques et des lasers. La fréquence d'oscillation du champ électromagnétique d'un laser est typiquement située dans les centaines de térahertz (10^{14} Hz). Comme dans le cas des oscillateurs électriques, il est possible de référencer la fréquence d'oscillation à un phénomène physique. Ce phénomène peut être, par exemple, la résonance d'une cavité optique ou la transition d'état d'un atome ou d'une molécule. Il est également possible de référencer la fréquence d'un laser à distance [3, 4, 5, 6, 7].

1.2.2 Oscillateur accordable

Un oscillateur contrôlé en tension (*Voltage Controlled Oscillator* ou VCO) est souvent utilisé comme oscillateur accordable dans le cas du PLL électrique. Il existe une grande variété de VCOs, caractérisés par leur fréquence d'opération et leur forme d'onde de sortie. Changer la tension de contrôle accélère ou ralentit l'oscillation. Pour assurer un comportement linéaire de l'asservissement sur la phase ou sur la fréquence, la fréquence d'oscillation doit varier linéairement avec la tension autour du point d'opération. En supposant qu'un VCO n'offre qu'une seule onde périodique à sa sortie, il est possible d'écrire la phase comme étant l'intégrale de la fréquence instantanée :

$$\theta(t) = \theta(t_0) + \int_{t_0}^t 2\pi f(\tau) d\tau \quad (1.1)$$

L'onde de sortie est une fonction de la phase $g(\theta(t))$. Cette dernière peut être, par exemple, une onde carrée ou une onde sinusoïdale.

Dans le domaine optique, un laser accordable peut jouer le rôle d'oscillateur accordable. La fréquence d'oscillation d'un tel laser peut être modifiée en modifiant la forme de la cavité résonante durant l'opération ou en utilisant un modulateur externe. La phase du champ électromagnétique d'un laser monofréquence peut également être modélisée par l'équation (1.1). Certains types de lasers accordables peuvent subir des sauts brusques de la fréquence. Cela se produit lorsque l'oscillation laser passe d'un mode de la cavité laser à un autre (ce phénomène est souvent appelé saut de mode, ou *mode-hopping*). Afin d'obtenir un asservissement stable, il est préférable de choisir un laser ne subissant pas de sauts de la fréquence lors de son accord.

1.2.3 Mesure de l'erreur de phase

Dans un PLL électrique, l'erreur de phase peut être mesurée de plusieurs façons. Les techniques possibles incluent le mélangeur de fréquence, la bascule J-K, la porte logique XOR (ou exclusif) et le PFD (*Phase Frequency Detector*) [8]. Le PFD a le double avantage de fonctionner sur une plage de $\pm 2\pi$ d'erreur de phase et de garantir le retour à l'état verrouillé même lorsque l'écart en fréquence est élevé. Un élément commun dans les PLLs électriques est le diviseur de fréquence. En utilisant un tel diviseur sur les deux entrées du module de comparaison de phase, il est possible de verrouiller la fréquence du VCO à un nombre rationnel de la fréquence de l'oscillateur de référence.

Dans un PLL optique, la phase de deux sources à onde continue (CW, ou *Continuous Wave*) peut être comparée en combinant les deux faisceaux sur une même photodiode. Selon la différence de phase, de l'interférence constructive ou destructive est générée. En suivant l'évolution de ce terme d'interférence, il est possible de calculer la différence de phase entre les deux sources. Cette technique requiert une photodiode qui puisse suivre les variations potentiellement rapides de l'interférence. Lorsque la différence entre les fréquences optiques dépasse

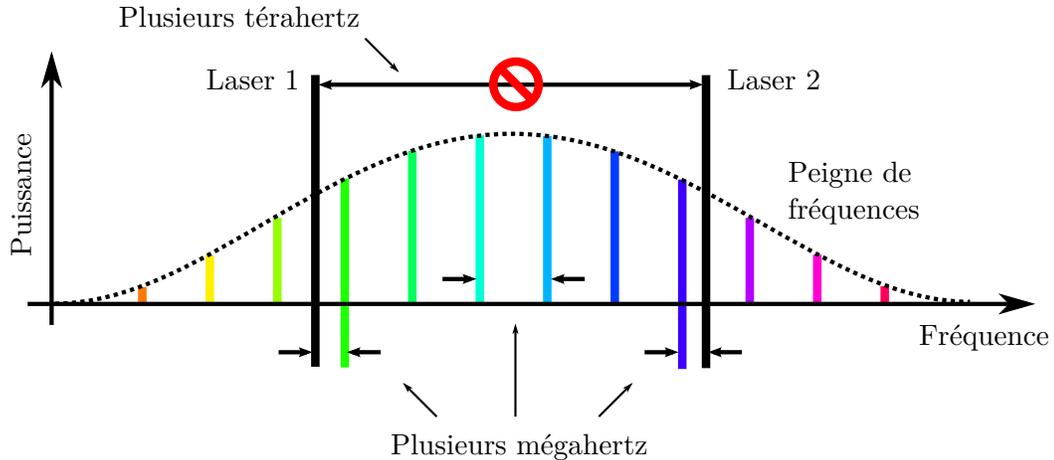


Figure 1.4 – Utilisation d’un peigne de fréquence pour comparer la fréquence de deux lasers dont les fréquences sont distantes de plusieurs térahertz.

quelques dizaines de gigahertz, il devient difficile de mesurer l’interférence. Dans le cadre d’un synthétiseur de fréquences optiques devant fonctionner sur une plage de plusieurs nanomètres, il s’agit d’une limitation importante.

Il est possible d’utiliser un peigne de fréquences optiques afin de comparer indirectement les deux sources CW. Un peigne de fréquences est l’équivalent d’une grille uniforme de sources monochromatiques dont les phases sont reliées de façon déterministe. Si l’emplacement de la grille de fréquences est bien connu, il est possible de mesurer la différence de phase entre deux sources séparées par plusieurs térahertz. Il s’agit de l’équivalent d’utiliser une règle pour mesurer la distance entre deux objets. Les sources monochromatiques sont toujours à proximité de modes du peigne, générant ainsi des termes d’interférence. Dans le domaine temporel, l’usage du peigne correspond à échantillonner les champs des sources monochromatiques à un taux largement inférieur à celui des fréquences porteuses.

La figure 1.4 montre comment un peigne de fréquence permet de comparer deux lasers dont les fréquences diffèrent de plusieurs térahertz. Cela suppose que les paramètres de la grille de fréquence sont parfaitement connus ou contrôlés. Comme ce n’est jamais le cas en pratique, il est nécessaire d’utiliser une bonne technique de référencement. Cela fera l’objet d’une discussion élaborée plus loin dans ce travail.

1.3 Théorie entourant les sources

Avant de discuter de la problématique faisant l’objet du présent travail, il est nécessaire d’établir les bases théoriques entourant les sources optiques et électriques. La présente section explique d’abord comment les signaux optiques et électriques sont modélisés dans le reste

du travail. Les méthodes disponibles pour la comparaison de diverses sources sont ensuite décrites. Enfin, des explications sont données sur le bruit de phase d'une onde périodique et le ratio signal sur bruit d'un signal de comparaison. Ces concepts sont essentiels à la conception et la caractérisation d'un synthétiseur de fréquences optiques. Le lecteur devrait avoir une connaissance de base de la technologie laser et du traitement de signal afin de bien comprendre ce qui suit.

1.3.1 Approximations utilisées dans ce travail

Bien que les sources optiques utilisées lors de la réalisation d'un synthétiseur de fréquences soient décrites de façon plus complète par les équations de Maxwell, il est possible d'utiliser un modèle plus simple dans les circonstances. En effet, en ne considérant que les composantes spectrales positives du champ électrique et en supposant le champ magnétique proportionnel au champ électrique au sens complexe, il est possible de modéliser le champ par un ou plusieurs phaseur(s) complexe(s). Poser une solution complexe est une technique courante dans l'étude d'une grande variété de systèmes linéaires.

Certains aspects de la propagation de la lumière sont ignorés ici. Par exemple, toutes les interactions optiques sont supposées linéaires et invariantes dans le temps à l'exception de l'interaction acousto-optique. Bien que la plupart des matériaux présentent des comportements non linéaires à de fortes intensités lumineuses, ces comportements sont peu présents aux intensités utilisées dans ce travail. Lors de l'usage d'un peigne de fréquences, une attention particulière doit être portée à la densité de puissance optique crête¹ afin d'éviter les effets non-linéaires. Le comportement optique des milieux est supposé quasi statique. En d'autres mots, il est entendu que l'interaction matière-lumière ne varie essentiellement pas à des échelles de temps comparables aux périodes d'oscillation des champs électromagnétiques. Ces deux approximations permettent de traiter la majeure partie des systèmes optiques impliqués comme des systèmes linéaires et invariants dans le temps (LTI), simplifiant grandement les équations. La polarisation est essentiellement ignorée pour les équations ci-dessous. L'alignement des polarisations est cependant essentiel au bon fonctionnement des techniques expliquées ultérieurement. Dans ce qui suit, les polarisations sont supposées être alignées correctement.

1.3.2 Laser à onde continue

Les lasers CW sont des éléments importants dans un synthétiseur de fréquences, et ils peuvent être modélisés comme des sources pratiquement monochromatiques. En réalité, le champ électrique d'un laser diverge d'une onde sinusoïdale parfaite. En effet, le champ comporte des fluctuations d'amplitude et de phase. Ces effets peuvent être modélisés à l'aide d'un phaseur

1. La densité de puissance optique peut devenir très élevée dans de la fibre optique.

complexe, s'écrivant comme

$$E_{CW}(t) = A_{CW}(t) \exp [j\theta_{CW}(t)] \quad (1.2)$$

$$= A_{CW}(t) \exp \left[j \int_{-\infty}^t 2\pi f_{CW}(\tau) d\tau \right], \quad (1.3)$$

où $E_{CW}(t)$ est le phaseur représentant le champ électrique de la source, $A_{CW}(t)$ est l'amplitude du phaseur en fonction du temps et $\theta_{CW}(t)$ est la phase en fonction du temps. Il est également possible de remplacer la phase par l'intégrale d'une fréquence instantanée $f_{CW}(t)$. La phase en fonction du temps est généralement une rampe additionnée de bruit. Ce bruit peut souvent être modélisé par un processus aléatoire caractérisé par des statistiques de premier ordre et une fonction d'autocorrélation. L'amplitude du phaseur est généralement modélisée par une constante additionnée d'un autre processus aléatoire. Bien que le présent travail s'intéresse d'abord à la phase des sources, l'amplitude des champs demeure importante, en particulier pour l'analyse de la photodétection et des sources de bruit associées.

1.3.3 Laser à onde continue accordable

Un laser accordable est un cas spécial d'un laser à onde continue où la fréquence de l'onde est variable. Le terme $f_{CW}(t)$, tel que montré à l'équation (1.3), représente cette fréquence.

Un laser accordable minimaliste comporte un mécanisme permettant de changer les fréquences de résonance de la cavité laser. Cela peut être accompli, par exemple, en changeant la longueur de la cavité laser. Cependant, comme la courbe de gain du milieu actif demeure inchangée, la fréquence d'opération du laser ne peut pas être changée sans fin. À un certain moment, l'oscillation passe d'un mode à un autre, ramenant ainsi la fréquence d'oscillation vers le centre de la courbe de gain.

Cela mène à une discontinuité de la fréquence, ou *Mode-hop*. Cela peut être nuisible au bon fonctionnement d'un PLL tel qu'envisagé dans le présent travail. Certains types de lasers accordables ont une architecture permettant d'éliminer les sauts de fréquence.

Un exemple notable est l'architecture Littman-Metcalf. Tel que montré à la figure 1.5, l'accord est effectué en déplaçant un miroir. Le déplacement est une rotation autour d'un pivot [9]. Un réseau de diffraction filtre la lumière circulant dans la cavité en rejetant les longueurs d'onde s'écartant de la longueur d'onde de résonance. La configuration Littman-Metcalf est telle que le déplacement du miroir cause à la fois un déplacement des longueurs d'onde de résonance de la cavité et un déplacement de la longueur d'onde sélectionnée par le réseau de diffraction. La géométrie de la cavité fait en sorte que les deux longueurs d'onde en jeu se déplacent à la même vitesse sur toute la plage d'accord. Ainsi, l'accord du laser se fait sans saut de fréquence optique (le laser est donc dit *mode-hop free*).

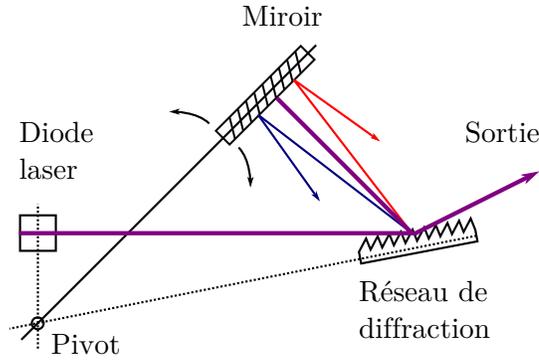


Figure 1.5 – Cavité laser accordable basée sur l’architecture Littman-Metcalf.

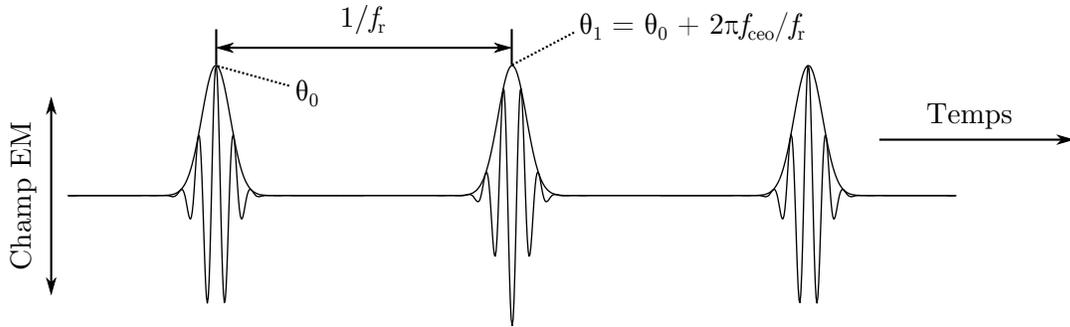


Figure 1.6 – Évolution temporelle du champ électrique d’un peigne de fréquences optiques. Cas particulier où $f_{ceo} = f_r/2$.

1.3.4 Peigne de fréquences optiques

Un peigne de fréquences optiques forme le coeur du synthétiseur de fréquences optiques. Il permet de comparer les fréquences de diverses sources. Un peigne de fréquence est une source optique cohérente pulsée où les impulsions optiques se répètent à un taux précis et où la forme des impulsions est constante, à l’exception d’une différence de phase évoluant à un taux précis. Les variables d’intérêt pour un peigne de fréquence sont le taux de répétition (f_r ou *repetition rate*) et la fréquence de glissement entre la porteuse et l’enveloppe (f_{ceo} ou *carrier-envelope offset frequency*). Cette dernière représente de façon équivalente la différence de phase entre les impulsions et la porteuse. Une représentation graphique de ces deux quantités est montrée à la figure 1.6.

Dans le domaine spectral, un peigne de fréquences est l’équivalent d’une somme de sources pratiquement monochromatiques (aussi appelées modes) dont les phases et fréquences suivent une relation précise. La fréquence de l’ n ème source est donnée par $f_n = f_{ceo} + n f_r$. La figure 1.7 montre un schéma du spectre d’un peigne de fréquence. Les phases de ces sources sont telles que des impulsions courtes sont produites dans le domaine temporel. En l’absence de

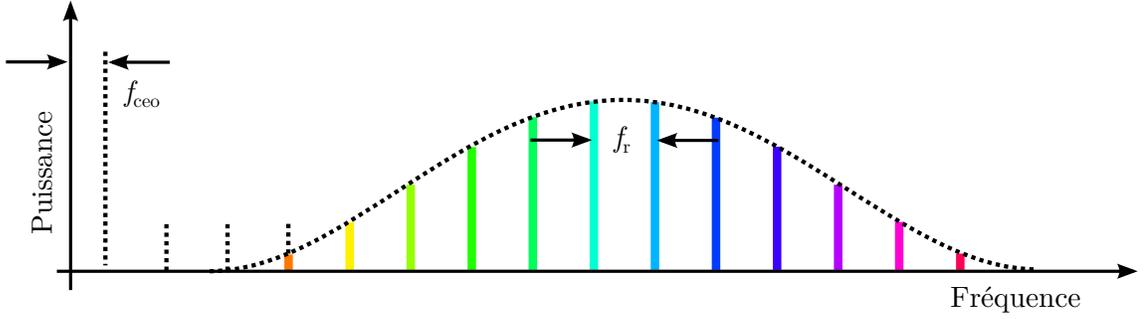


Figure 1.7 – Spectre d'un peigne de fréquences optiques. Seuls deux paramètres, f_r et f_{ceo} , définissent les fréquences des modes.

dispersion optique, il existe un ensemble de temps T_i où les phases de tous les modes sont égales, menant ainsi à une intensité maximale de l'enveloppe du champ électromagnétique. Cet événement se répète au taux de répétition du peigne. Dans ce cas idéal, les enveloppes des impulsions générées sont parfaitement symétriques autour de leur point maximum.

En réalité, une phase additionnelle est imposée à chaque composante spectrale. Cela peut-être du, par exemple, à la dispersion intra-cavité ou extra-cavité. Dans ce cas, les hautes et basses fréquences ne se déplacent pas à la même vitesse dans le milieu de propagation. Cela mène à un élargissement et une asymétrie des impulsions. À l'exception du vide absolu, la plupart des matériaux provoquent la dispersion d'impulsions optiques. D'importance particulière est la fibre optique monomode. Dans ce qui suit, on suppose que les impulsions demeurent bien plus courtes que la période du peigne et la différence de phase entre deux modes adjacents demeure bien inférieure à un radian.

Un autre phénomène éloigne les peignes de fréquences du cas idéal. En l'absence de mécanisme de stabilisation, les quantités f_r et f_{ceo} sont libres de changer dans le temps. Dans ce cas, les phases des composantes spectrales demeurent reliées, mais ne sont plus de simples rampes. Elles sont généralement modélisées comme des rampes additionnées de processus de bruit aléatoires. Les équations suivantes se veulent une représentation du champ électrique d'un peigne de fréquence non idéal :

$$E_p(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(t) \exp [j\theta_n(t)] \quad (1.4)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} A_n(t) \exp [j(\theta_{ceo}(t) + n\theta_r(t) + \Delta\theta_n(t))] \quad (1.5)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} A_n(t) \exp \left[j \left(\int_{-\infty}^t 2\pi(f_{ceo}(\tau) + n f_r(\tau)) d\tau + \Delta\theta_n(t) \right) \right]. \quad (1.6)$$

Où $E_p(t)$ est le champ électrique du peigne de fréquences, n est le numéro de mode, $A_n(t)$ et $\theta_n(t)$ sont respectivement l'amplitude et la phase optique du nième mode, $\theta_{ceo}(t)$ est la phase de glissement entre la porteuse et l'enveloppe, $\theta_r(t)$ et la phase du train d'impulsions et $\Delta\theta_n(t)$ est une perturbation de phase additionnelle appliquée au nième mode. Via la transformée de Fourier inverse, l'ensemble des composantes spectrales, modifiées par l'ensemble des $\Delta\theta_n$ et des A_n , définissent la forme des impulsions. Il existe plusieurs techniques permettant de stabiliser f_r et f_{ceo} . Une d'entre elles, l'interféromètre 1f-2f, a valu une portion du prix Nobel à Theodor W. Hänsch et John L. Hall en 2005.

1.3.5 Modélisation des sources électriques

Un oscillateur électrique peut être utilisé comme référence dans un PLL électrique ou optique. Un type très commun de source est une tension électrique variant sinusoidalement. Comme dans le cas des lasers, l'amplitude et la fréquence de l'onde ne sont pas constantes. Elles sont plutôt des constantes additionnées de processus aléatoires. L'équation (1.7) représente une telle source.

$$V_{RF}(t) = A_{RF}(t) \cos[\theta_{RF}(t)] \quad (1.7)$$

$$= A_{RF}(t) \cos\left[\int_{-\infty}^t 2\pi f_{RF}(\tau) d\tau\right] \quad (1.8)$$

Ici, $V_{RF}(t)$ est la tension électrique à la sortie de la source. $A_{RF}(t)$ et $\theta_{RF}(t)$ sont respectivement l'amplitude et la phase de l'onde. L'indice RF désigne les radiofréquences. Les sources considérées dans ce travail ont des fréquences de plusieurs mégahertz. L'équation (1.8) montre qu'il est aussi possible d'exprimer l'onde en fonction de sa fréquence instantanée ($f_{RF}(t)$).

1.3.6 Battement entre deux sources CW

Comme le champ électromagnétique d'un laser oscille à des fréquences avoisinant les centaines de térahertz, il est difficile d'observer directement les oscillations du champ. Afin d'obtenir la phase et l'amplitude d'une source CW, il faut comparer cette dernière à une autre source. Cela correspond à une mesure hétérodyne. Une mesure hétérodyne est basée sur la combinaison non linéaire de deux ondes.

Afin de détecter l'interférence, il est possible d'utiliser une photodiode. Une photodiode génère un courant proportionnel à la puissance optique instantanée incidente. La puissance instantanée est proportionnelle au carré de l'enveloppe du champ électrique. Lorsque le signal détecté est la somme de deux sources CW, une fraction de la puissance est modulée à une fréquence égale à la différence des fréquences des sources. Il y a aussi une composante constante superposée au signal de sortie. Le signal d'interférence est souvent appelé battement, par analogie avec l'effet acoustique. Le photodétecteur agit ainsi comme un mélangeur de fréquences.

Un coupleur optique permet de combiner deux signaux optiques. Il s'agit d'un composant à deux entrées et deux sorties. Les deux sorties sont des combinaisons linéaires des deux entrées. Un cas d'intérêt particulier est le coupleur 50/50, où chaque entrée est divisée également. Soit deux sources CW ayant les champs $E_{CW1}(t)$ et $E_{CW2}(t)$. À la sortie du coupleur, les champs sont respectivement

$$E_a(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}E_{CW1}(t) + \frac{j}{\sqrt{2}}E_{CW2}(t) \quad (1.9)$$

et

$$E_b(t) = \frac{j}{\sqrt{2}}E_{CW1}(t) - \frac{1}{\sqrt{2}}E_{CW2}(t), \quad (1.10)$$

où les indices a et b dénotent les deux sorties du coupleur.

Il est possible d'isoler seulement l'interférence en utilisant une photodiode balancée. Une photodiode balancée est simplement un arrangement de deux photodiodes générant un courant égal à la différence des puissances optiques aux deux ports de sortie du coupleur. Un amplificateur transimpédance convertit le courant en une tension. La tension générée, $V(t)$, est obtenue en combinant les équations (1.9) et (1.10) de la manière suivante :

$$V(t) = g(t) * [E_a^*(t)E_a(t) - E_b^*(t)E_b(t)] + g(t) * N(t) \quad (1.11)$$

$$= g(t) * [jE_{CW1}^*(t)E_{CW2}(t) - jE_{CW1}(t)E_{CW2}^*(t)] + g(t) * N(t) \quad (1.12)$$

où $g(t)$ est la réponse impulsionnelle du photodétecteur en m^2/V et $N(t)$ est un processus de bruit associé à la photodétection. L'usage de la détection balancée fait en sorte que la tension de sortie ne dépend, en théorie, que des termes croisés entre les deux sources. Cela suppose entre autres que les réponses impulsionnelles des photodiodes sont parfaitement identiques.

Pour deux sources CW telles que définies à l'équation (1.3),

$$V(t) = g(t) * 2A_{CW1}(t)A_{CW2}(t) \sin [\theta_{CW1}(t) - \theta_{CW2}(t)] + g(t) * N(t), \quad (1.13)$$

où $A_{CW1}(t)$ et $A_{CW2}(t)$ sont les amplitudes respectives des champs et où $\theta_{CW1}(t)$ et $\theta_{CW2}(t)$ sont les phases.

Comme la tension générée est un signal réel, il est impossible, en l'absence d'information additionnelle, de déterminer si $\theta_{CW1}(t) - \theta_{CW2}(t)$ suit une pente positive ou négative. Il s'agit là d'une limitation importante dans le cadre de la synthèse de fréquences optiques, et plus de détails à ce sujet seront donnés au chapitre suivant.

1.3.7 Battement entre un peigne de fréquences et une source CW

La même dérivation peut être refaite pour le cas où une des sources est un peigne de fréquences. Il suffit d'utiliser l'équation (1.5) pour le champ d'une des sources. On obtient :

$$V(t) = g(t) * \left[\sum_{n=0}^{\infty} 2A_{CW}(t)A_n(t) \sin [\theta_{ceo}(t) + n\theta_r(t) + \Delta\theta_n(t) - \theta_{CW}(t)] \right] + g(t) * N(t), \quad (1.14)$$

où $A_{CW}(t)$ et $\theta_{CW}(t)$ sont respectivement l'amplitude et la phase du laser CW.

Bien que cette équation contienne une infinité de termes, seuls quelques-uns d'entre eux demeurent en raison de l'effet de filtrage du photodétecteur, décrit par $g(t)$. De façon générale, ce filtre a une fréquence de coupure f_c au-delà de laquelle les composantes spectrales sont atténuées. Ainsi, les termes où

$$\left| \frac{d}{dt} [\theta_{ceo}(t) + n\theta_r(t) + \Delta\theta_n(t) - \theta_{CW}(t)] \right| \gg 2\pi f_c \quad (1.15)$$

sont rejetés par le filtre. De façon équivalente, on peut dire que seuls les termes de battements entre le laser CW et les modes les plus rapprochés de celui-ci sont observables.

Il est utile de considérer le cas théorique où le laser CW a une fréquence fixe (f_{CW}) et où f_r et f_{ceo} sont également fixes. Dans ce cas, l'équation (1.14) devient :

$$V(t) = g(t) * \left[2A_{CW}(t) \sum_{n=0}^{\infty} A_n(t) \sin [2\pi f_{ceo}t + 2\pi n f_r t - 2\pi f_{CW}t + \Delta\theta_n(t)] \right] + g(t) * N(t). \quad (1.16)$$

Soit n_0 le numéro du mode du peigne étant le plus rapproché du laser. En définissant la fréquence de battement comme $f_b = f_{ceo} + n_0 f_r - f_{CW}$ et $n = n_0 + \Delta n$, on peut écrire :

$$V(t) = g(t) * \left[2A_{CW}(t) \sum_{\Delta n} A_{n_0+\Delta n}(t) \sin [2\pi f_b t + 2\pi \Delta n f_r t + \Delta\theta_{n_0+\Delta n}(t)] \right] + g(t) * N(t). \quad (1.17)$$

Il devient alors évident que le signal à la sortie du photodétecteur est composé de plusieurs composantes spectrales dont les fréquences sont données par $(f_b + \Delta n f_r)$. Ces composantes spectrales sont visibles à la figure 1.8, où le spectre d'un battement mesuré expérimentalement est montré.

Dans le reste de ce travail, les largeurs spectrales des signaux de battement sont supposées être significativement inférieures à $f_r/2$.

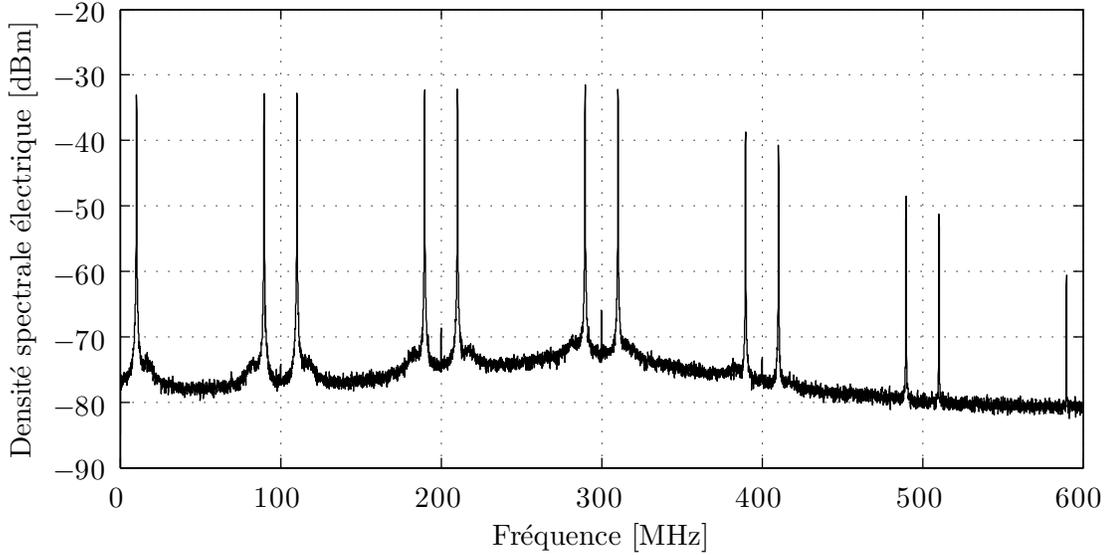


Figure 1.8 – Spectre électrique d’un battement entre un peigne et un laser CW obtenu avec une photodiode balancée PDB130C de Thorlabs. $f_r = 100$ MHz; $f_c = 350$ MHz; fenêtre de type *Blackman* avec une résolution de 100 kHz; mesuré dans 50Ω .

Table 1.1 – Processus aléatoires affectant la phase

| Appellation typique | Dépendance en fréquence du spectre de puissance $S_{\delta\theta}(f)$ |
|-------------------------------|--|
| Marche aléatoire de fréquence | f^{-4} |
| Scintillation de fréquence | f^{-3} |
| Marche aléatoire de phase | f^{-2} |
| Scintillation de phase | f^{-1} |
| Bruit blanc de phase | f^0 |

1.3.8 Bruit et dérive de phase

Les sources modélisées précédemment dépendent toutes d’une ou plusieurs phases comportant généralement des composantes aléatoires, aussi appelées bruits. Pour un laser avec une fréquence moyenne fixe, on peut écrire la phase comme $\theta(t) = 2\pi\nu t + \delta\theta(t)$ où ν est la fréquence moyenne de la rampe et $\delta\theta(t)$ est un processus aléatoire affectant la phase. Ce processus est typiquement modélisé comme la somme pondérée de plusieurs processus théoriques idéaux. Ces processus sont généralement caractérisés par la dépendance en fréquence de leur spectre de puissance $S_{\delta\theta}(f)$. Le tableau 1.1 montre les types de bruit les plus courants.

D’intérêt particulier est la marche aléatoire de phase. Une marche aléatoire de phase est le résultat d’un bruit blanc de fréquence. En intégrant la fréquence pour obtenir la phase, le spectre de puissance du bruit blanc de fréquence (une constante) est multiplié par f^{-2} .

La plupart des lasers présentent un bruit de fréquence blanc à bande limitée. Le niveau de ce bruit peut-être obtenu à l'aide de la formule de Schawlow–Townes [10]. Une description détaillée de cette théorie est cependant hors de la portée du présent travail. Un autre type de bruit commun est la scintillation de fréquence. On peut montrer qu'un bruit blanc de fréquence dont les statistiques sont gaussiennes mène à une forme de raie Lorentzienne, tandis qu'un bruit de scintillation de fréquence dont les statistiques sont gaussiennes mène à une raie de forme gaussienne. Un laser typique présente généralement les deux types de bruit, en plus d'autres composantes aléatoires ou déterministes provenant généralement de l'environnement entourant le laser. Cela peut compliquer le calcul de la forme de raie [11].

Tous les bruits dont la dépendance en fréquence est une puissance négative causent une dérive de phase. Le processus aléatoire décrivant la phase présente alors une variance augmentant dans le temps. Le concept de dérive de phase s'applique également aux différences de phase. Dans le cadre d'un asservissement de phase, la différence entre la phase de l'oscillateur accordable et celle de la référence ne devrait pas subir une dérive de phase. Si c'était le cas, la phase ne serait pas réellement asservie. Lors de la réalisation d'un PLL, l'absence de dérive de phase sur la sortie du système par rapport à ses références doit être vérifiée en priorité.

1.3.9 Sources de bruit affectant un battement optique

À l'équation (1.12), un terme de bruit, $N(t)$, a été introduit. Au moins trois sources de bruit peuvent réduire le rapport signal sur bruit d'un signal de battement [12].

La première source est le bruit relatif d'intensité (*Relative Intensity Noise* ou RIN) des sources. Pour un laser CW, cela correspond à une variation temporelle et aléatoire de l'amplitude du champ électrique. Le même concept peut être appliqué à un peigne de fréquences, où l'amplitude des impulsions varie temporellement et aléatoirement. En utilisant une photodiode balancée, une partie de ce bruit peut être rejetée, car seul le terme de battement est conservé. Les termes $E_{CW1}^*(t)E_{CW1}(t)$ et $E_{CW2}^*(t)E_{CW2}(t)$, contenant les bruits relatifs d'intensité des sources individuelles, sont rejetés à l'équation (1.12). Il faut cependant mentionner que des variations d'intensité seront tout de même observées sur le signal de battement via le terme multiplié par $A_{CW1}(t)A_{CW2}(t)$ dans l'équation (1.13). Quoi qu'il en soit, le bruit d'amplitude n'influence pas l'extraction de la phase, cette dernière étant la quantité d'intérêt dans le synthétiseur de fréquences optiques.

Une autre source de bruit, qui cette fois ne peut être rejetée par la détection balancée, provient des deux photodiodes formant le photodétecteur. Son niveau spectral, en V^2/Hz , a pour valeur théorique minimale $4k_BTR$, où k_B est la constante de Boltzmann, T est la température en Kelvins et R est le gain en Ohms de l'amplificateur transimpédance. Cette valeur provient du plancher de bruit thermique en tension aux bornes d'une résistance R . En pratique, les photodiodes ont des niveaux de bruit plus élevés. La puissance équivalente de bruit (*Noise*

Equivalent Power ou NEP), est souvent utilisée afin de quantifier le niveau de bruit d'un photodétecteur.

Le dernier bruit dont il sera mention ici est le bruit de grenaille. Ce bruit est dû à la quantification du processus de photodétection. Comme les photons arrivent au détecteur de façon aléatoire, un bruit est généré sur le photocourant. Ce bruit est bien modélisé par un processus de Poisson. Son niveau spectral en tension est donné par $2q\mathcal{R}PR^2$, où q est la charge de l'électron, \mathcal{R} est la responsivité du détecteur en A/W, P est la puissance optique moyenne incidente et R est le gain de l'amplificateur transimpédance.

Dans le cas simple d'un battement entre un mode de peigne et un laser CW, le niveau du signal d'interférence en V^2 est $4\mathcal{R}^2P_{CW}P_nR^2$ où P_n est la puissance optique du mode du peigne interférant avec le laser CW. En approximant le peigne comme un ensemble de M modes de puissance P_n , le niveau du bruit de grenaille est $2q\mathcal{R}(P_{CW} + MP_n)R^2$. Le rapport signal sur bruit (en puissance) est donc donné par

$$\text{SNR} \approx \frac{1}{\text{ENBW}} \left(\frac{4\mathcal{R}^2P_{CW}P_n}{2q\mathcal{R}(P_{CW} + MP_n) + \mathcal{R}^2\text{NEP}^2} \right) \quad (1.18)$$

où ENBW est la bande équivalente de bruit (*Equivalent Noise Bandwidth*) du photodétecteur, souvent approximée par la fréquence de coupure f_c de ce dernier. Il est évident que lorsque le SNR est limité par le bruit de grenaille, réduire le nombre de modes de peigne mène à un meilleur SNR. En général, les modes dont la fréquence est très éloignée de celle du laser CW ne contribuent pas au signal et ne font qu'ajouter du bruit de grenaille. Filtrer optiquement est alors indiqué. Dans le cas d'un laser accordable, utiliser un filtre à longueur d'onde fixe est problématique, car cela réduit la plage d'opération du système. Une solution à ce problème sera présentée au chapitre 2. Il faut enfin noter qu'utiliser plusieurs modes du peigne à la fois améliore le SNR. Ce concept sera également expliqué au chapitre 2.

Chapitre 2

Défis et solutions

2.1 Revue de la littérature

Maintenant que les bases théoriques applicables à la synthèse de fréquences optiques ont été présentées, il s'impose de faire une revue de la littérature à ce sujet. La synthèse de fréquence optique a déjà été réalisée dans le passé dans divers groupes de recherche. La présente section présente les techniques de ces groupes ainsi que les problèmes associés à ces dernières. De façon générale, l'objectif de ce travail est de résoudre les problèmes typiquement rencontrés dans la littérature.

Tel que mentionné dans l'introduction, un des premiers synthétiseurs de fréquences optiques a été réalisé en 2002 par John D. Jost [1]. L'approche consiste à d'abord ajuster la longueur d'onde d'un laser accordable en utilisant un λ damètre. Lorsque cette opération est complétée, le battement optique entre le laser et un peigne de fréquences est mesuré et verrouillé à la sortie d'un synthétiseur de fréquences électriques. La fréquence du synthétiseur est ensuite changée, provoquant ainsi un déplacement fin de la fréquence optique du laser accordable. Un problème se pose lorsque la fréquence du battement approche la fréquence nulle ou la fréquence égale à la moitié du taux de répétition du peigne (aussi nommée fréquence de Nyquist). Comme le signal d'erreur est obtenu à l'aide d'électronique analogique, le battement entre le peigne et le laser doit être filtré passe-bande. Le signal est perdu en approchant les fréquences mentionnées plus tôt, créant ainsi deux zones mortes. De plus, en l'absence d'information additionnelle, il est impossible de déterminer si la fréquence du laser est supérieure ou inférieure à celle du mode du peigne le plus proche. Afin de contourner ces problèmes, les auteurs utilisent une stratégie d'asservissement adaptative. Par exemple, ils changent brusquement la fréquence du laser accordable afin de sauter par dessus les zones mortes. De plus, l'asservissement est figé durant les sauts.

Suivant les traces de Jost, plusieurs autres groupes ont effectué des travaux similaires. Inaba [13, 14] rapporte l'implémentation d'un synthétiseur très similaire utilisé pour une application

de spectroscopie à bande étroite (quelques mégahertz autour d'un mode du peigne). Mills [15] utilise un peigne autoréférencé. De plus, la fréquence du synthétiseur RF servant à verrouiller le battement est référencée sur le temps GPS. Le système est utilisé autour d'un seul mode de peigne. Le système d'accord ne permet pas de suivre le battement lorsqu'il passe d'un mode de peigne à l'autre. Ahtee [16, 17] utilise une stratégie semblable à celle de Jost, mais au lieu de causer des sauts de fréquence délibérés pour éviter les zones mortes, la fréquence du laser accordable est balayée sur toute sa plage d'accord et l'asservissement est désactivé durant les zones mortes. Hyun [18] utilise également un lambdamètre afin de trouver le numéro du mode du peigne battant avec le laser accordable. Wu [19] utilise un système très similaire pour calibrer un interféromètre. L'interféromètre peut ensuite être utilisé pour mesurer d'autres sources CW. Nishiyama [20] utilise un modulateur acousto-optique (AOM) afin de modifier la fréquence du laser accordable avant d'obtenir le battement avec le peigne. La fréquence RF alimentant le modulateur est modifiée afin de verrouiller le laser. Fordell [21] décrit comment un balayage de la longueur d'onde du laser accordable cause un changement de direction de la fréquence électrique du battement lors des passages aux fréquences nulle et de Nyquist. De plus, l'auteur décrit une application possible pour le refroidissement par laser. Le numéro de mode est obtenu en mesurant la longueur d'onde du laser accordable avec un lambdamètre. Peltola [22] utilise l'optique non linéaire pour obtenir un battement entre un laser accordable et un peigne dont les plages de fréquence ne se recouvrent pas.

D'autres approches alternatives à la synthèse de fréquence sont dignes de mention. Benkler [23] remplace le battement optique direct par une comparaison indirecte utilisant un interféromètre. Bien que cette approche soit plus robuste selon les auteurs, l'absence de comparaison directe empêche la réalisation d'une boucle de verrouillage de phase. Il s'agit plutôt d'une boucle de verrouillage de fréquence. Une autre approche, aussi présentée par Benkler [24], est comparable à la modulation serrodyne d'un laser CW [25]. Les auteurs utilisent un modulateur électro-optique (EOM) afin de modifier la fréquence de décalage entre la porteuse et l'enveloppe (f_{ceo}) du peigne de fréquence. En contrôlant la phase de chaque impulsion à l'aide du modulateur, il est possible de changer en temps réel le f_{ceo} du peigne. Les auteurs prétendent ainsi être capables de produire un décalage sans fin des modes du peigne. En verrouillant un laser accordable à un de ces modes, il est ainsi possible de produire un balayage contrôlé en temps réel. Pour que cette approche fonctionne, l'EOM doit être en mesure de produire un patron en dents de scie incluant des sauts de phase d'exactly 2π . La pente du patron en dents de scie dépend de la consigne de décalage. Une imperfection de l'EOM produirait vraisemblablement des discontinuités sur la phase du battement. Bien que ces approches soient intéressantes, il semble que la technique utilisant un battement direct demeure l'approche la plus avantageuse et la mieux documentée.

De façon générale, les travaux présentés plus haut possèdent trois limitations. D'abord, les zones mortes dans le spectre électrique du battement entre le laser accordable et le peigne

empêchent une opération continue sur toute la plage d'accord. De plus, le signe de la différence de fréquence entre le laser accordable et le mode du peigne est ambigu en l'absence d'information additionnelle. Une autre limitation est qu'il est souvent nécessaire d'utiliser un lambdamètre externe afin d'obtenir le numéro du mode battant avec le laser accordable. Cela ajoute à la complexité du système. L'obtention du numéro de mode est nécessaire à toute stratégie de référencement. Sans la connaissance du numéro de mode, la fréquence de sortie du synthétiseur comporte une ambiguïté égale à un multiple inconnu du taux de répétition du peigne de fréquences. Une autre difficulté, peu discutée dans la littérature sur la synthèse de fréquences, est la nécessité d'un bon rapport signal sur bruit pour le signal d'interférence. Cela est nécessaire afin de bien extraire la phase de ce signal. Il existe des techniques afin d'améliorer le SNR d'un battement entre un laser CW et un peigne. Un exemple est le filtrage passe-bande optique. Un autre est la commutation des impulsions photodétectées (GATOR, ou *GATed Optical noise Reduction*) [26]. Il faut noter que certaines des techniques, comme celle du filtrage passe-bande optique, s'appliquent difficilement lors de l'usage d'un laser accordable.

Certaines pistes de solutions ont été proposées récemment. Giorgetta [27] propose l'usage d'un AOM afin de générer une copie décalée du peigne de fréquence. Deux battements avec le laser accordable sont obtenus. Grâce au décalage en fréquence, au moins un des battements n'est pas dans une zone morte en tout temps. Schibli [28, 29] suit une approche similaire. Cette fois, l'AOM sert à décaler le laser accordable, et non le peigne. Cela permet également d'éviter certains problèmes dus aux zones mortes. Pour assurer une bonne cohérence de phase entre les battements obtenus, les longueurs des trajets optiques doivent être stables. Si ce n'est pas le cas, un des battements pourrait accumuler des cycles superflus par rapport à l'autre battement. Cela peut être problématique lorsque le système passe d'un battement à l'autre à l'approche d'une zone morte et doit être pris en considération. Une autre avancée importante est l'utilisation d'un hybride optique pour la mesure du battement. Baumann [30] décrit l'utilisation d'un tel hybride optique dans le cadre de l'implémentation d'un système LiDAR (*Light Detection and Ranging*). Un hybride permet d'obtenir les deux quadratures du battement optique. Il est ensuite possible de déterminer le signe de la fréquence de battement sans ambiguïté. Bien que cette approche semble prometteuse, il existe peu de littérature à ce sujet dans le domaine de la métrologie de fréquence. L'article de Baumann se démarque également par l'utilisation d'un FPGA (*Field Programmable Gate Array*), permettant ainsi un traitement tout numérique et en temps réel des signaux de battement.

2.2 Méthodologie des travaux

Tel que mentionné précédemment, l'objectif des travaux présentés dans ce mémoire est de surmonter les limitations associées à l'approche classique utilisée pour la synthèse de fréquence. Cela inclut également une étude plus poussée de certaines des techniques existantes réduisant

lesdites limitations. La finalité souhaitée est l'implémentation d'un synthétiseur de fréquences optiques robuste, flexible et simple d'utilisation.

En particulier, une solution au problème des zones mortes sera présentée. Ensuite, l'usage d'un coupleur hybride afin d'obtenir le signe de la fréquence de battement sera approfondi. Une technique permettant d'obtenir un signal de battement entre un laser accordable et un peigne ayant un excellent rapport signal sur bruit sera aussi présentée. L'utilisateur d'un synthétiseur doit pouvoir compter sur la précision en longueur d'onde de l'appareil. Pour cela, plusieurs stratégies de référencement peuvent être utilisées. Une méthodologie encadrant l'implémentation d'une stratégie de référencement sera proposée. De plus, une manière alternative de trouver le numéro de mode du peigne battant avec le laser accordable sera présentée. Cette méthode, basée sur l'extraction robuste de la phase et de la fréquence, ouvre la porte à un synthétiseur robuste ne nécessitant pas de λ externe.

Dans ce qui suit, les problèmes mentionnés sont décrits plus en détail et les solutions associées sont présentées. Afin de mettre en pratique ces solutions, un véritable synthétiseur de fréquences optiques a été construit. Les détails de sa construction sont présentés en partie dans ce chapitre et au prochain chapitre. Plusieurs des solutions décrites dans ce mémoire ont été implantées dans un FPGA. Comme ce circuit forme le coeur du synthétiseur, une attention particulière y sera accordée. Les performances du synthétiseur ont également été mesurées et seront rapportées.

2.3 Rapport signal sur bruit du signal d'interférence

Afin de bien mesurer le signal d'interférence entre un peigne de fréquences et un laser accordable, une attention particulière doit être accordée au rapport de puissance électrique entre le signal d'interférence et le plancher de bruit. Dans le cadre de la synthèse de fréquences, l'objectif de la mesure est d'extraire la différence de phase entre les deux oscillateurs. Généralement, la présence de bruit additif sur le signal de battement empêche de bien mesurer et d'asservir l'erreur de phase aux fréquences de Fourier élevées. Un mauvais rapport signal sur bruit pose également un problème lors de l'extraction de la différence de phase. Le bruit additif à l'entrée du module d'extraction de phase ajoute du bruit sur la phase. Comme il existe initialement une ambiguïté de 2π sur cette phase, cette dernière doit être déroulée. La présence de bruit peut causer des erreurs dans ce processus d'extraction de phase, menant ainsi à des sauts phase irrécupérables.

Deschênes [31] présente une revue de littérature mettant en lumière les SNRs obtenus lors de la mesure d'un battement entre un laser CW et un peigne de fréquences. En excluant une technique récente d'amélioration du SNR (GATOR [26]), les SNRs les plus élevés rapportés sont de l'ordre de 15 dB (électrique) par impulsion. Cela est équivalent à un SNR linéaire

d'environ 6 par impulsion. Si rien n'est fait, un tel SNR peut mener à des erreurs lors de l'extraction de la phase.

L'équation (1.18) montre que le rapport signal sur bruit peut être augmenté jusqu'à un certain point en réduisant le nombre de modes du peigne étant photodétectés (M). Comme les modes ayant une fréquence éloignée de celle du laser CW ne contribuent pas au signal en raison de la bande du photodétecteur, il est judicieux de se débarrasser de ceux-ci. Pour un laser CW ayant une longueur d'onde fixe, le peigne peut être filtré optiquement à l'aide d'un réseau de diffraction planaire ou fibré (*Fiber Bragg Grating Filter* ou FBGF). Cette stratégie ne s'applique pas aussi aisément à un laser accordable, car sa longueur d'onde d'émission est variable. Il est nécessaire de suivre la fréquence instantanée durant les balayages de longueur d'onde. Dans ce contexte, les sauts de phase mentionnés précédemment peuvent causer des sauts sur la fréquence instantanée obtenue à partir de la phase.

La solution proposée ici est basée sur le filtrage du peigne à l'aide d'un réseau de diffraction variable. Le réseau de diffraction est généré acoustiquement dans un cristal ayant des propriétés acousto-optiques. L'onde acoustique a généralement une fréquence de plusieurs dizaines de mégahertz et est générée par un transducteur piézo-électrique. Tout comme pour un réseau de diffraction statique, il existe une relation entre la fréquence optique incidente, l'angle de déflexion, le pas du réseau et l'ordre de diffraction. Le pas du réseau est lié à la fréquence de l'onde acoustique. Une différence importante, cependant, est que la fréquence optique du faisceau lumineux est modifiée en passant dans le réseau en raison de son caractère non stationnaire. De façon générale, si la fréquence à l'entrée est f_0 , la sortie sera composée d'un ensemble de fréquences données par $f_0 + nf_a$, où n est un entier représentant l'ordre de diffraction et f_a est la fréquence de l'onde acoustique.

Il existe plusieurs instruments basés sur un réseau de diffraction acoustique. La construction de ces appareils est un art en soi et est hors de la portée de ce mémoire, mais il est utile de mentionner certains exemples. Il y a d'abord le modulateur acousto-optique (AOM), où la fréquence de l'onde acoustique est restreinte à une plage étroite. L'appareil fonctionne sur une large plage de fréquences optiques et l'angle de déflexion est pratiquement constant. Le modulateur est généralement optimisé pour un seul ordre de diffraction. Cet appareil permet de changer la fréquence d'un faisceau lumineux par nf_a .

Un autre instrument, plus pertinent pour ce travail, est le filtre accordable acousto-optique (AOTF). Cet appareil est théoriquement identique à l'AOM mais est optimisé pour un usage différent. La plage de fréquences optiques diffractées à tout moment est davantage restreinte et est associée à la fréquence de l'onde acoustique et à l'ordre de diffraction n . Cela permet de filtrer un faisceau lumineux de façon dynamique en changeant la fréquence de l'onde acoustique. La solution présentée ici est basée sur un AOTF.

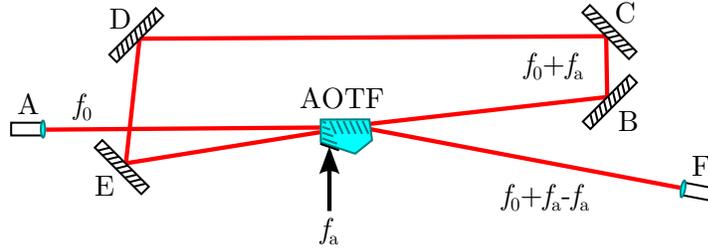


Figure 2.1 – Filtrage à double passage à l’aide d’un AOTF. Les passages causent des déplacements de fréquence de signes opposés. Le chemin suivi par la lumière est A-B-C-D-E-F. Des collimateurs sont utilisés afin de passer de la fibre optique à un faisceau et vice-versa (A et F).

Un problème demeure, cependant. L’AOTF provoque également un déplacement de la fréquence optique du faisceau, égal à $n f_a$, où f_a est variable. Dans un contexte où la quantité d’intérêt est la différence de phase entre deux sources optiques, cela peut être problématique. Une solution envisageable est de soustraire une pente de phase égale à $2\pi n f_a t$ après l’extraction de phase. La solution envisagée ici est plutôt d’utiliser les propriétés de l’AOTF afin d’annuler le déplacement de fréquence. Bien que cela rende le montage physique plus imposant, il n’est plus nécessaire de connaître la phase exacte de l’onde optique afin de corriger le signal. Tel qu’expliqué précédemment, il existe une relation entre l’angle de déflexion, la fréquence acoustique, la fréquence optique et l’ordre de diffraction. Il est alors possible d’utiliser une configuration à deux passages, où un passage cause un déplacement en fréquence de $+f_a$ et l’autre cause un déplacement de $-f_a$ [32]. La figure 2.1 montre un tel montage.

Dans le cadre de la synthèse de fréquences à l’aide d’un laser accordable, la longueur d’onde centrale du filtre doit suivre la longueur d’onde du laser accordable. Une méthode permettant de verrouiller la longueur d’onde du filtre à celle du laser a été développée. Il s’agit de filtrer le laser accordable à l’aide d’un troisième faisceau dans l’AOTF et d’ajuster la longueur d’onde du filtre afin d’obtenir une amplitude maximale. Le troisième faisceau agit comme un faisceau sonde. La configuration à double passage empêche d’utiliser la même fréquence acoustique pour filtrer le laser accordable. Cependant, un AOTF permet d’ajouter plusieurs ondes acoustiques ayant des fréquences différentes. Il suffit d’ajouter deux ondes sinusoïdales à l’entrée du transducteur piézo-électrique. La somme des signaux électriques doit être amplifiée afin d’atteindre l’efficacité de diffraction maximale. La figure 2.2 montre le troisième faisceau. Ce montage a été réalisé en laboratoire puis caractérisé afin d’obtenir la relation entre la fréquence acoustique et la longueur d’onde pour le faisceau principal et le faisceau sonde. L’AOTF utilisé est le modèle TF1650-1100-2-3-40GH de Gooch & Housego, fonctionnant sur toute la plage de longueurs d’onde du laser accordable et acceptant une fréquence acoustique de 26 MHz à 54 MHz. Comme les signaux optiques à l’entrée et à la sortie du filtre doivent

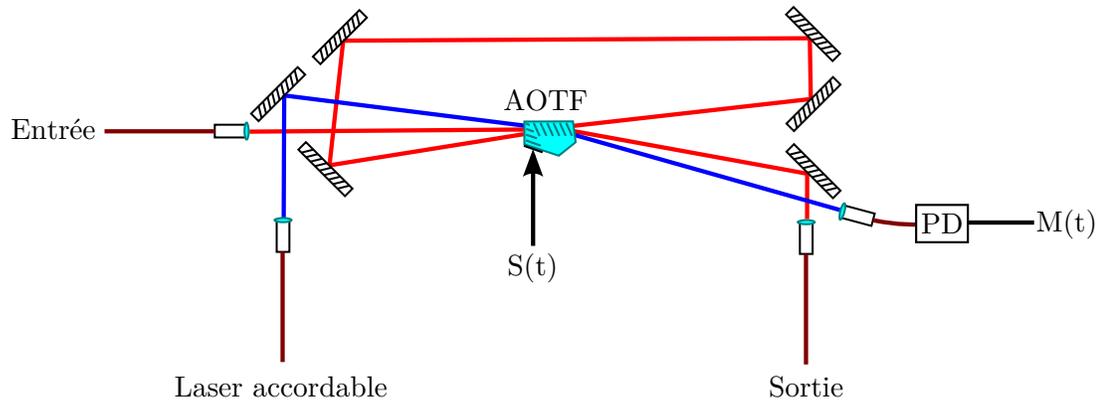


Figure 2.2 – Ajout d’un troisième faisceau (bleu) à l’AOTF à titre de faisceau sonde. $S(t)$ est une somme de plusieurs ondes sinusoïdales. $M(t)$ est le signal sonde photodétecté, servant à ajuster la fréquence du filtre.

être couplés dans de la fibre optique, des collimateurs sont utilisés. Le diamètre des faisceaux est d’environ 2 mm.

La figure 2.3 montre les relations trouvées expérimentalement. Un analyseur de spectre optique (OSA, ou *Optical Spectrum Analyser*) Yokagawa AQ6370 est utilisé afin de déterminer la fréquence centrale du filtre pour les deux faisceaux. Un peigne de fréquences optiques Menlo C-Comb, s’étendant de 1510 nm (198.5 THz) à 1610 nm (186.2 THz), est utilisé comme source de référence. Un générateur de fonction est utilisé afin de générer le signal électrique requis par l’AOTF. Il s’avère que les fréquences acoustiques requises pour les deux faisceaux ne se recoupent pas dans la plage de longueur d’onde couverte par le peigne de fréquences. Cela veut dire qu’en utilisant ce peigne dans un synthétiseur de fréquences réel, une seule longueur d’onde est filtrée malgré l’usage d’une deuxième fréquence acoustique servant au faisceau sonde.

La forme du filtre est montrée à la figure 2.4, où le spectre filtré du peigne est mesuré pour les deux faisceaux. La fonction de transfert du faisceau principal a une largeur à 3 dB d’environ 1.1 nm (140 GHz). La fonction de transfert du faisceau sonde est légèrement plus large. Les pertes plus élevées sont dues à une puissance électrique inférieure à l’entrée du transducteur piézo-électrique. Le faisceau principal subit des pertes d’insertion de 9 dB à la longueur d’onde centrale.

Le faisceau sonde est utilisé afin de déterminer la position du filtre en longueur d’onde par rapport au laser accordable. Une technique de tramage (ou *dithering*) est utilisée. Le signal envoyé au transducteur est la somme de deux ondes sinusoïdales. La première, ayant une amplitude A_p et une fréquence f_p pouvant aller de 36 MHz à 38 MHz, sert à filtrer le peigne de fréquences. La deuxième, ayant une amplitude A_s et une fréquence f_s pouvant aller de 33 MHz

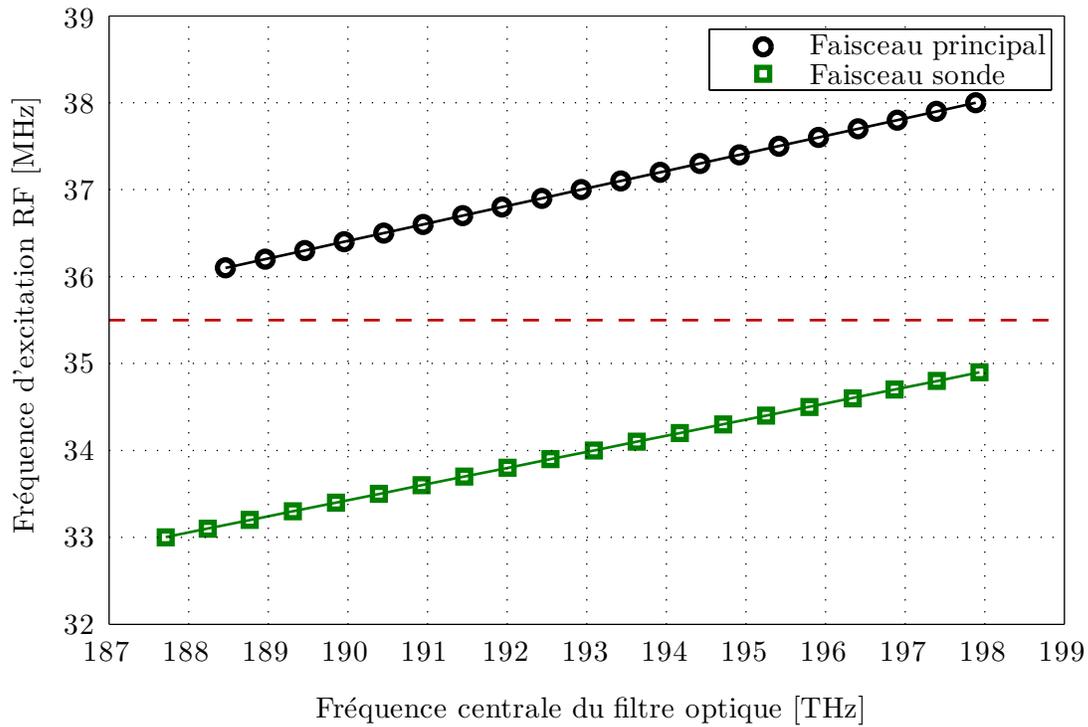


Figure 2.3 – Relations expérimentales entre la fréquence de l’onde acoustique et la longueur d’onde centrale du filtre. Les fréquences d’excitation acoustique ne se recouvrent pas pour les deux faisceaux.

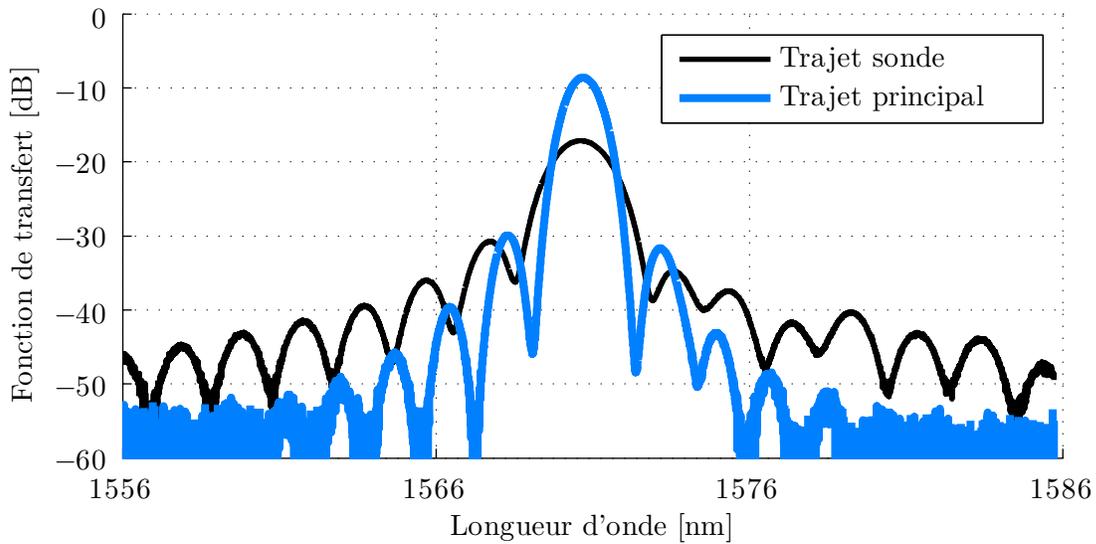


Figure 2.4 – Fonctions de transfert du filtre accordable pour une longueur d’onde centrale de 1570.18 nm (190.929 THz).

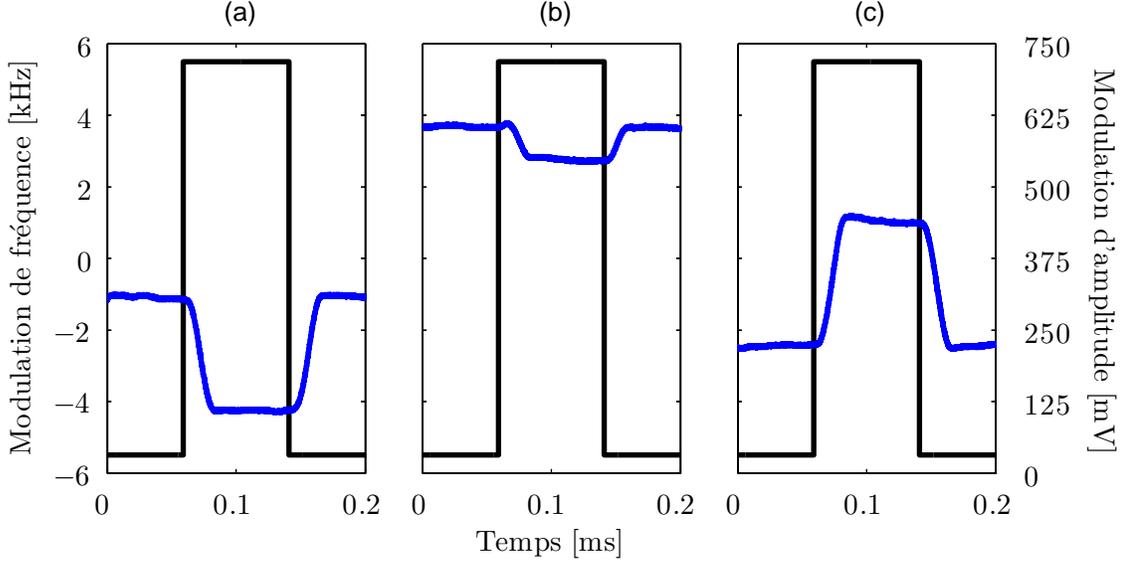


Figure 2.5 – Modulation d’amplitude (bleu) causée par la modulation de la fréquence de l’onde acoustique (noir). Le filtre est centré à 1570.18 nm (190.929 THz) et le laser accordable est centré à (a) 1569 nm (191.072 THz), (b) 1570 nm (190.951 THz) et (c) 1571 nm (190.829 THz). La consigne de modulation de fréquence sur la fréquence d’excitation du faisceau sonde est montrée (noir).

à 35 MHz, sert à filtrer le faisceau sonde. Une modulation de fréquence carrée d’amplitude f_β et de fréquence f_m est appliquée à cette onde sinusoïdale. Le signal total $s(t)$ devient alors :

$$s(t) = A_p \cos [2\pi f_p t] + A_s \cos \left[2\pi \int_{-\infty}^t (f_s + f_\beta C(2\pi f_m \tau)) d\tau \right] \quad (2.1)$$

où $C(t)$ est une fonction périodique prenant comme valeurs +1 et -1 avec une période de 2π et un rapport cyclique de 50%.

La modulation de fréquence déplace périodiquement la longueur d’onde centrale du filtre pour le faisceau sonde. La modulation d’amplitude résultante dépend de la pente de la fonction de transfert du filtre et de la profondeur de modulation de la fréquence d’excitation. En détectant cette modulation d’amplitude et en la comparant à la modulation de la fréquence d’excitation, il est possible d’obtenir un signal d’erreur indiquant la distance en longueur d’onde entre le filtre et le laser accordable. La figure 2.5 montre la modulation d’amplitude observée sur le faisceau sonde pour une modulation ayant une profondeur de $f_b = 5.5$ kHz et une fréquence de $f_m = 6.1$ kHz. La profondeur de modulation utilisée mène à un déplacement de ± 0.03 nm (± 3.8 GHz). Une photodiode PDA10C de Thorlabs est utilisée afin de mesurer la modulation d’amplitude.

Le signal d’erreur est obtenu en multipliant d’abord la modulation d’amplitude observée par une version déphasée de l’onde carrée servant à moduler la fréquence d’excitation pour le faisceau sonde. Le résultat de la multiplication est filtré passe-bas afin d’obtenir le signal d’erreur.

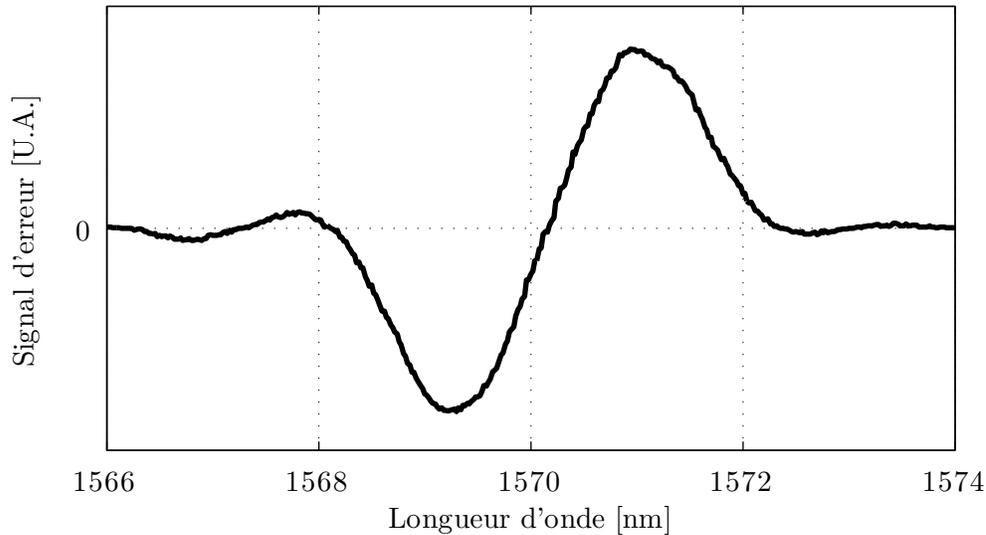


Figure 2.6 – Signal d’erreur en fonction de la longueur d’onde lorsque le filtre est centré à 1570.18 nm (190.929 THz).

La phase de l’onde carrée servant à la démodulation est ajustée afin de maximiser l’amplitude du signal d’erreur. Comme le système ne répond pas instantanément à un changement de fréquence d’excitation, le déphasage optimal s’écarte légèrement de 0.

L’objectif est d’obtenir un signal d’erreur passant à zéro lorsque le filtre est centré sur le laser accordable. La figure 2.6 montre le signal d’erreur démodulé lorsque la longueur d’onde du laser accordable est balayée autour de la longueur d’onde centrale du filtre. Le comportement observé confirme le bon fonctionnement de la démodulation. De plus, la pente du signal d’erreur est approximativement linéaire sur une plage d’environ 1 nm (125 GHz) autour de la longueur d’onde centrale.

Une boucle de rétroaction, telle que montrée à la figure 2.7, est réalisée à l’aide d’un circuit reprogrammable (FPGA). Les détails de cette boucle seront donnés au chapitre 4. Une bande d’asservissement d’environ 100 Hz est choisie. Comme la réponse voulue de la boucle est beaucoup plus longue que la réponse du procédé, un simple régulateur intégral est implanté. Il est important de considérer le cas où la longueur d’onde du laser suit une rampe. Un système avec un seul intégrateur, comme celui considéré ici, présente une erreur statique en réponse à une rampe. Il est important que cette erreur statique soit largement inférieure à la largeur de la fonction d’erreur pour garantir la robustesse du système durant un balayage. À titre d’exemple, on suppose que la boucle de rétroaction se comporte comme un système de premier ordre avec constante de temps de $\tau = 1/(2\pi 100 \text{ Hz}) = 1.6 \text{ ms}$. Si le laser accordable effectue un balayage à une vitesse de $V = 20 \text{ nm/s}$ (2.5 THz/s), le filtre accumule un retard total d’environ $V\tau = 0.03 \text{ nm}$ (3.8 GHz). Tel que montré à la figure 2.6, cela est bien en deçà

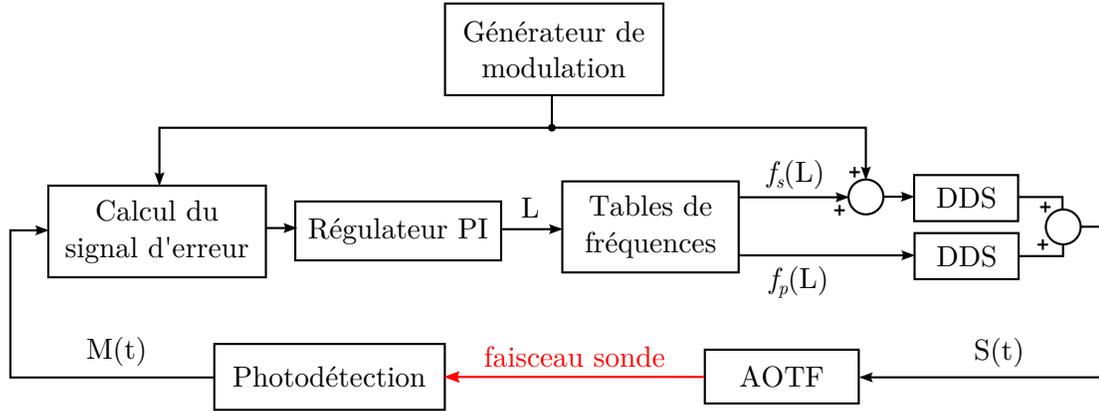


Figure 2.7 – Schéma global de l'asservissement du filtre accordable. En pratique, l'algorithme de régulation est réalisé à l'aide d'un FPGA. PI : proportionnel et intégral; DDS : *Direct Digital Synthesizer*.

de la largeur du filtre et de la zone linéaire de la fonction d'erreur. La régulation est donc suffisamment rapide pour cette vitesse de balayage.

Puisque la raison d'être du filtre accordable est d'améliorer le rapport signal sur bruit du signal d'interférence, il est important de bien caractériser ce dernier en présence et en l'absence du filtre. Pour cela, un battement est obtenu entre un laser accordable (New Focus 6300 Series, 1530 nm à 1610 nm) et un peigne de fréquence (Menlo C-Comb). Le SNR est ensuite optimisé en maximisant la puissance du peigne. L'expérience est réalisée pour le cas avec filtre et le cas sans filtre. La puissance du laser CW a été maintenue constante afin de ne considérer que la puissance du peigne dans la comparaison. Le signal de battement est mesuré à l'aide d'un coupleur 50/50 et une photodiode balancée PDB130C de Thorlabs. Les résultats sont présentés au tableau 2.1 et à la figure 2.8.

Table 2.1 – Mesure du SNR avec et sans filtre

| | Avec filtre | Sans filtre |
|---|---------------------------|-----------------------|
| Puissance CW | 0.1 mW | 0.1 mW |
| Puissance peigne | 0.007 mW | 0.6 mW |
| Limitation | Pertes d'insertion filtre | Saturation photodiode |
| Amplitude du battement sans filtre électrique | 134 mVpp | 560 mVpp |
| SNR dans 100 kHz | 52 dB | 43 dB |
| SNR dans 50 MHz | 25 dB | 16 dB |

Dans le cas avec filtre, la puissance du peigne est limitée par les pertes d'insertion du filtre. Réduire ces dernières ou augmenter la puissance du peigne permettrait d'améliorer le SNR. Dans le cas sans filtre, la photodiode approche la saturation. Augmenter la puissance du

peigne n'améliorerait pas la situation à moins d'utiliser une photodiode ayant une limite de saturation supérieure.

L'équation 1.18 permet de calculer le SNR attendu. Il est nécessaire de considérer les paramètres de la photodiode ($\mathcal{R} = 1 \text{ A/W}$ et $\text{NEP} = 7.4 \text{ pW}/\sqrt{\text{Hz}}$) et les valeurs données au tableau 2.1. De plus, il faut un estimé de M , le nombre de modes du peigne atteignant le détecteur. Comme le filtre a une largeur à 3 dB d'environ 140 GHz, environ 1400 modes atteignent le détecteur. En utilisant ces valeurs, on trouve 27 dB dans 50 MHz, non loin de la valeur mesurée. Il s'avère que les niveaux de bruit de grenaille et de bruit du photodétecteur sont similaires : $5.9 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$ et $7.4 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$, respectivement.

Si les pertes d'insertion du filtre accordable pouvaient être diminuées de façon à augmenter l'amplitude du signal de battement de 134 mVpp à 560 mVpp, le SNR serait augmenté par 11 dB. Cette valeur est obtenue en remplaçant la puissance du peigne, 0.007 mW, par $(560/134)^2 \times 0.007 \text{ mW}$ dans l'équation 1.18.

Au final, un gain SNR en puissance électrique de 9 dB est observé lors de l'usage du filtre accordable. Bien que cela puisse sembler modeste, le filtre permet de correctement mesurer la phase à des fréquences de Fourier 3 fois plus élevées ($\approx 10^{9/20}$). Ce fait est illustré de plusieurs manières à la figure 2.8, où la forme de raie du signal d'interférence ainsi que la phase associée sont davantage révélées dans le cas avec filtre. De plus, la probabilité de saut de phase, comme il sera montré plus loin, diminue dramatiquement lorsque le SNR est augmenté, même de façon modeste.

2.4 Zones mortes dans le spectre électrique

Un problème courant lors de la mesure d'un battement entre le peigne et le laser accordable est la présence de zones mortes sur la plage de fréquences électriques allant de 0 à $f_r/2$. Ces zones problématiques sont généralement dues à l'usage de filtres. Il est commun d'utiliser un filtre passe-haut afin de se débarrasser du bruit à basse fréquence et des niveaux DC (constants) indésirables. Un filtre passe-bas est souvent utilisé afin d'isoler une seule copie spectrale. Ces filtres empêchent de bien mesurer le signal d'interférence lorsque celui-ci est balayé à proximité de DC et $f_r/2$. Le même problème se pose lorsqu'une copie spectrale de fréquence de plus élevée est isolée à l'aide d'un filtre passe-bande.

Afin de bien mesurer le signal sur une large bande de fréquences, il est nécessaire de réduire au minimum la taille des zones mortes. À proximité de la fréquence nulle, un filtre passe-haut très long doit être utilisé. À $f_r/2$, un filtre d'ordre élevé peut être utilisé afin d'obtenir une coupure abrupte. La figure 2.9 montre un exemple de fonction de transfert lorsque des filtres passe-haut et passe-bas sont utilisés. La fréquence de coupure du filtre passe-bas d'ordre élevé, 48 MHz, a été choisie afin d'approcher la fréquence de Nyquist, égale à 50 MHz dans ce cas.

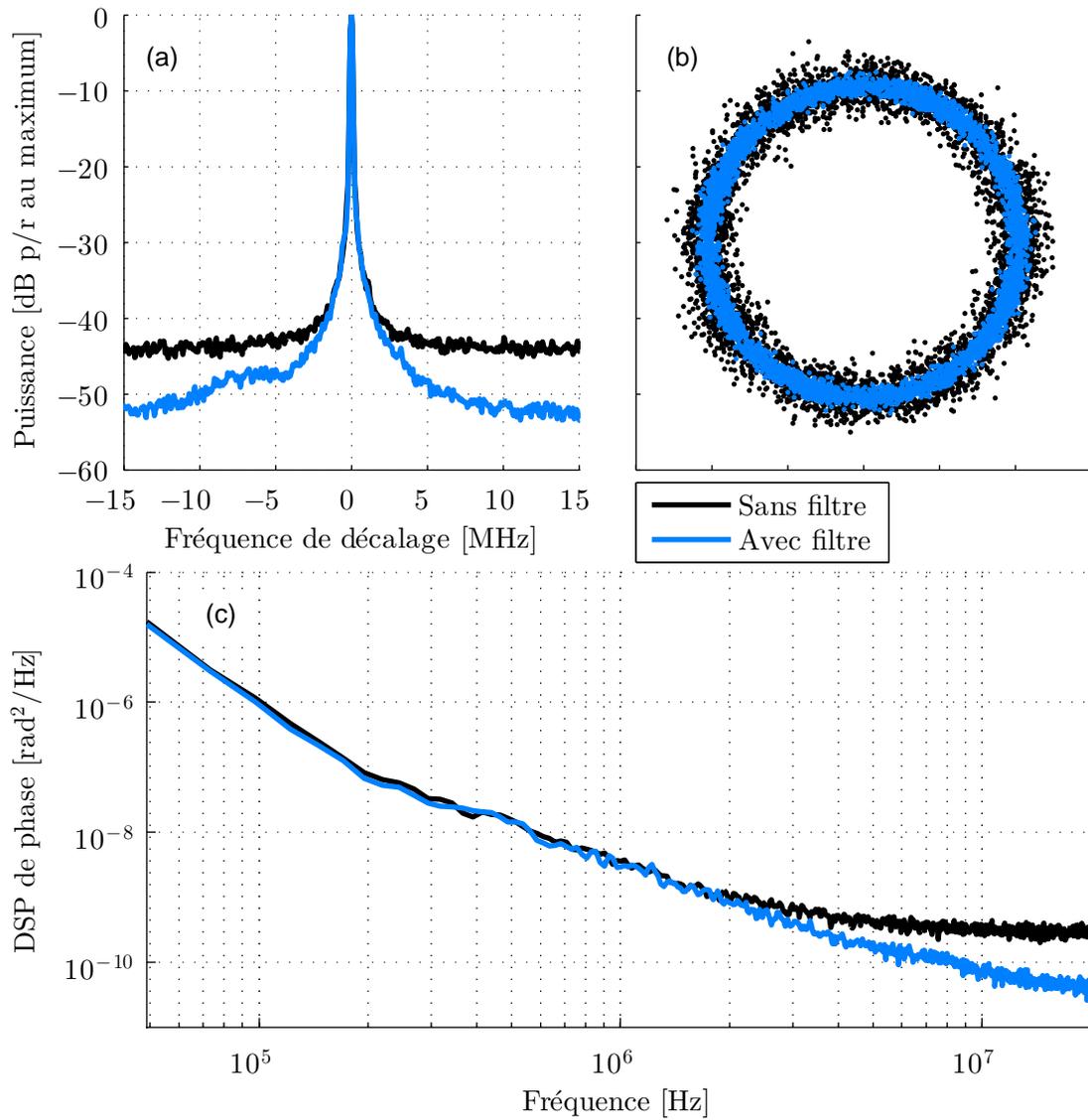


Figure 2.8 – Comparaison du SNR obtenu avec et sans filtre accordable. (a) Densité spectrale du signal d’interférence. Fenêtre de type *Blackman* avec une résolution de 100 kHz. (b) Diagramme IQ du signal obtenu par la transformée d’Hilbert montrant le gain en SNR. (c) Densité spectrale de bruit de phase.

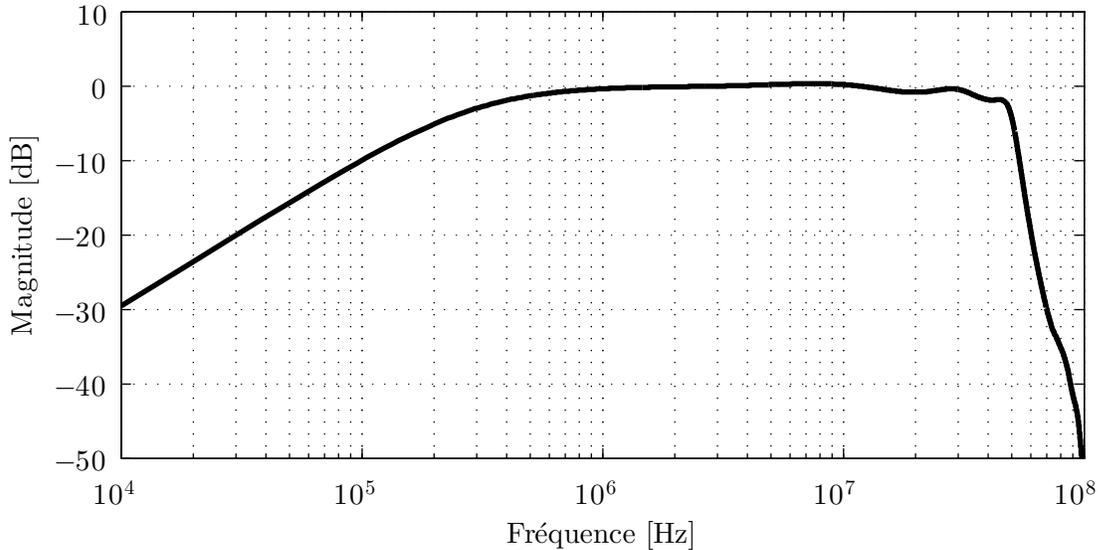


Figure 2.9 – Exemple de magnitude de la fonction de transfert des filtres suivant la photodétection. Figure générée à partir de la réponse impulsionnelle d’un filtre passe-bas Mini-circuit 48 MHz suivi d’un filtre passe-haut de premier ordre ayant une coupure à 300 kHz.

L’usage d’un filtre d’ordre élevé ne permet pas de parfaitement rejeter les composantes spectrales au-delà de $f_r/2$. Lorsque la fréquence du battement approche cette limite, une composante parasite due à l’image est additionnée vectoriellement au signal de battement principal. De plus, l’usage de filtres ne permet pas d’obtenir une réponse plate sur toute la plage de fréquences. Ces effets empêchent une opération réellement large bande d’un synthétiseur basé sur la mesure du signal d’interférence avec un peigne de fréquences. Des dispositions particulières doivent être prises lors du passage dans une zone morte.

Une solution à ce problème est présentée ici. La solution est similaire à la technique du GATOR [26] et comporte deux éléments. Premièrement, le signal doit être échantillonné de façon synchrone par rapport aux temps d’arrivée des impulsions du peigne. Dans le reste du travail, on suppose l’usage du traitement de signal numérique. L’échantillonnage est fait lors de la conversion analogique-numérique. Deuxièmement, l’acquisition doit être faite sans l’usage de filtre passe-bas. La figure 2.10 montre un schéma de la technique d’échantillonnage synchrone. Dans cette technique, l’échantillonnage électrique n’est qu’en réalité un moyen de traduire en un signal discret ce qui a déjà été échantillonné optiquement par le peigne.

Il est possible de prédire mathématiquement l’effet de l’usage d’un filtre. À l’aide du même modèle mathématique, il est trivial de montrer comment l’échantillonnage synchrone permet d’améliorer le comportement du système dans les zones mortes. En considérant un signal complexe¹ et en supposant que les modes du peigne voisins du laser accordable ont des

1. Pour simplifier les calculs. Les signaux physiques sont réels.

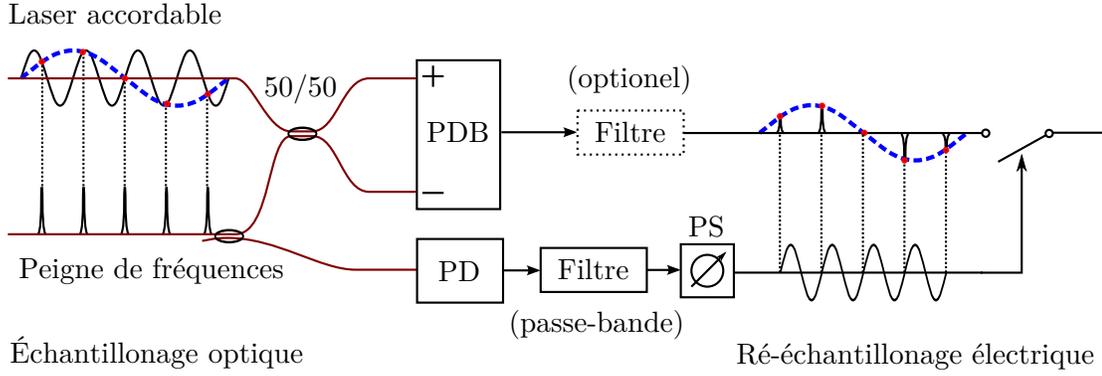


Figure 2.10 – Représentation schématique de l'échantillonnage synchrone. PDB : photodiode balancée; PD : photodiode; PS : décalage de phase (*Phase Shift*).

amplitudes égales, le signal à la sortie du photodétecteur est proportionnel à

$$s(t) = \sum_{\Delta n} H(f_b - \Delta n f_r) \exp [2\pi j (f_b - \Delta n f_r) t]. \quad (2.2)$$

Où $H(f)$ est la fonction de transfert du photodétecteur, f_b est la fréquence de battement entre le laser et le mode le plus rapproché, f_r est le taux de répétition du peigne et Δn est le numéro de mode relatif au mode le plus rapproché. Il est possible de calculer le résultat de l'échantillonnage du signal défini à l'équation (2.2) à un taux de f_r . L'échantillonnage débute à un temps τ , pouvant être changé en ajustant la phase du signal d'horloge. Le signal échantillonné est égal à

$$s[n] = \left[\sum_{\Delta n} H(f_b - \Delta n f_r) \exp(-2\pi j \Delta n f_r \tau) \right] \exp [2\pi j n f_b / f_r], \quad (2.3)$$

$$= H'(f_b, f_r, \tau) \exp [2\pi j n f_b / f_r]. \quad (2.4)$$

La quantité entre parenthèses multipliant l'exponentielle complexe, $H'(f_b, f_r, \tau)$, représente la réponse effective à un battement entre un peigne et un laser monofréquence échantillonné au taux de répétition du peigne. La figure 2.11 montre un exemple pratique de cette réponse effective. La réponse d'un filtre de Mini-Circuit ayant une coupure à 48 MHz a été utilisée pour l'exemple. Le taux de répétition du peigne est $f_r = 100$ MHz.

On constate que si un filtre est utilisé, la réponse du système n'est pas constante sur toute la bande et dépend fortement du moment d'échantillonnage. Des zones pathologiques sont visibles aux fréquences nulles et de Nyquist. En ajustant le délai, il est possible d'améliorer la réponse à la fréquence de Nyquist. Quoi qu'il en soit, les variations d'amplitude sur la fonction de transfert sont accompagnées de variation de phase puisque le système n'est pas à phase linéaire. Comme la phase est la quantité d'intérêt dans le système, cela peut poser problème.

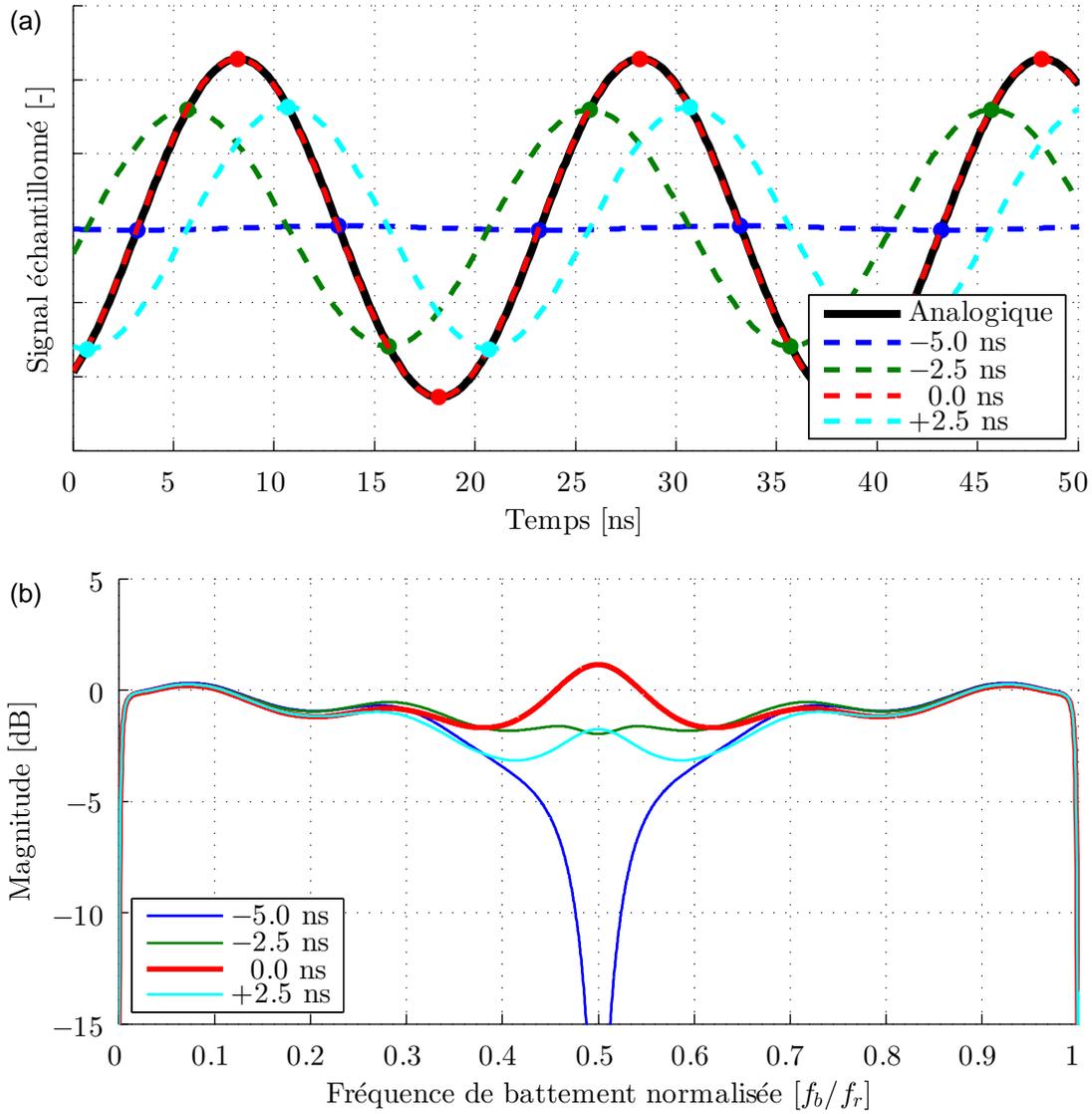


Figure 2.11 – Représentation de $H'(f_b, f_r, \tau)$ dans les domaines temporel et fréquentiel. Figure générée à partir de la réponse impulsionnelle d’un filtre passe-bas Mini-circuit 48 MHz suivi d’un filtre passe-haut de premier ordre ayant une coupure à 300 kHz. (a) Signaux temporels lorsque la fréquence de battement est égale à la moitié du taux de répétition. Les courbes en pointillé montrent les formes d’onde sinusoïdales interpolées entre les points échantillonnés. Le moment d’échantillonnage détermine l’amplitude et la phase du signal final. (b) Gain en puissance électrique après échantillonnage en fonction de la fréquence du battement et du délai de l’horloge d’échantillonnage.

Afin d’améliorer la fonction de transfert et éliminer les zones mortes, il suffit d’échantillonner la sortie de la photodiode sans d’abord filtrer. Bien que cela cause le sous-échantillonnage du signal, on peut montrer que cette technique a plusieurs avantages. En ce qui concerne le sous-échantillonnage du signal, il est utile de rappeler que cela se produit dès la mesure du signal d’interférence entre le peigne et le laser CW. Ce fait est illustré à la figure 2.10, où le

peigne échantillonne un signal optique oscillant plus rapidement que son taux de répétition. En pratique, au moment de la photodétection, le peigne échantillonne à son taux de répétition un signal optique oscillant environ 2000000 fois plus rapidement². Rééchantillonner ce signal de façon synchrone ne fait que causer un repliement spectral dans le domaine électrique. Comme le spectre du signal d'intérêt est déjà pratiquement périodique (à un taux de f_r) dans la bande du photodétecteur, le repliement spectral revient à additionner plusieurs copies presque identiques de la même information. Ce fait est bien illustré à l'équation (2.3), où la fonction de transfert après l'échantillonnage est essentiellement une copie repliée de la fonction de transfert analogique du système.

La figure 2.12 montre un exemple d'échantillonnage sans filtre. Dans le cas idéal, la réponse complète du détecteur est plus courte que la période du peigne. Lorsque cela est le cas, chaque impulsion visible sur le signal d'interférence ne contient que l'information d'interférence d'une seule impulsion du peigne avec l'autre champ. Il n'y a aucun couplage avec les impulsions précédentes.

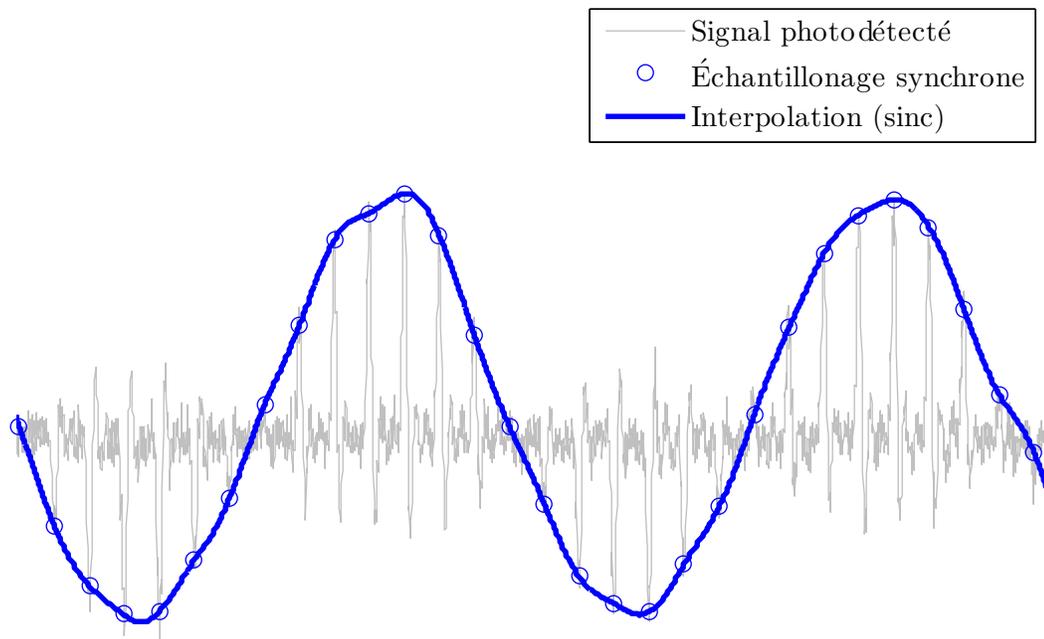


Figure 2.12 – Échantillonnage synchrone sans filtre. L'échantillonnage est centré sur les impulsions sortant du photodétecteur. Une courbe interpolée est montrée afin de faciliter l'interprétation. Mesure faite à l'aide d'une photodiode PDB-130C de Thorlabs.

2. Calculé autour de 1550 nm (193.4 THz) avec un taux de répétition de 100 MHz.

En pratique, la réponse du détecteur est souvent plus longue que la période du peigne. Par exemple, le couplage AC d'une photodiode ou d'un convertisseur analogique-numérique (CAN), dont la fréquence de coupure est de l'ordre de quelques centaines de kilohertz, peut rendre sa réponse très longue par rapport à la période du peigne de fréquences. Tout comme dans le cas avec filtre, il est possible de calculer l'effet net d'une telle réponse en utilisant l'équation (2.3). Le résultat pour une photodiode balancée commerciale (PDB-130C de Thorlabs) calculé à partir de sa fonction de transfert est montré à la figure 2.13. La figure montre qu'il est tout de même possible d'observer un signal lorsque la fréquence de battement est nulle. Cela est dû au fait que seule la copie spectrale en bande de base est filtrée passe-haut. Les autres copies ne sont pas filtrées et sont repliées lors de l'échantillonnage. La réponse est maximale plate lorsque l'échantillonnage est centré sur les maxima des impulsions, car c'est là qu'il y a le moins d'influence relative des impulsions avoisinantes. La fonction de transfert montre des oscillations d'environ 2 dB sur toute la plage de fréquences lorsque l'amplitude est optimisée.

Dans le même ordre d'idées, la figure 2.14 montre comment l'échantillonnage sans filtre permet de correctement mesurer le signal d'interférence lorsque la fréquence du battement passe par la fréquence nulle. Le couplage AC de la photodiode utilisée cause une dégradation du signal lorsque l'échantillonnage avec filtre est utilisé.

L'échantillonnage sans filtre a enfin l'avantage d'améliorer le rapport signal sur bruit du signal d'interférence dans certains cas. Un gain s'applique lorsque le bruit est dominé par le bruit du photodétecteur ou le bruit de grenaille du laser CW. L'opération de filtrage réduit l'amplitude totale du signal. La réduction d'amplitude est directement proportionnelle au ratio des nombres de copies spectrales après et avant le filtre. L'écart typique du bruit, quant à lui, est diminué par un facteur proportionnel à la racine carrée de la fréquence de coupure du filtre divisée par celle du photodétecteur. L'échantillonnage synchrone mène donc à un gain en SNR.

Si le signal est dominé par le bruit de grenaille du peigne, ce gain ne s'applique pas. Comme les réalisations du bruit de grenaille se produisent aux instants des impulsions, son spectre est périodique tout comme celui du signal. Il n'y a donc aucun gain lors du repliement spectral.

En résumé, l'échantillonnage synchrone sans filtre permet de correctement mesurer le signal d'interférence, même quand la fréquence de battement approche zéro ou $f_r/2$. Cela est dû au repliement de plusieurs copies spectrales contenant la même information. La fonction de transfert après l'échantillonnage devient pratiquement une constante en l'absence de filtre. De plus, l'échantillonnage sans filtre permet d'améliorer le rapport signal sur bruit du signal d'interférence lorsque le bruit est dominé par le bruit du détecteur ou le bruit de grenaille du laser CW, ce qui est presque toujours le cas en pratique.

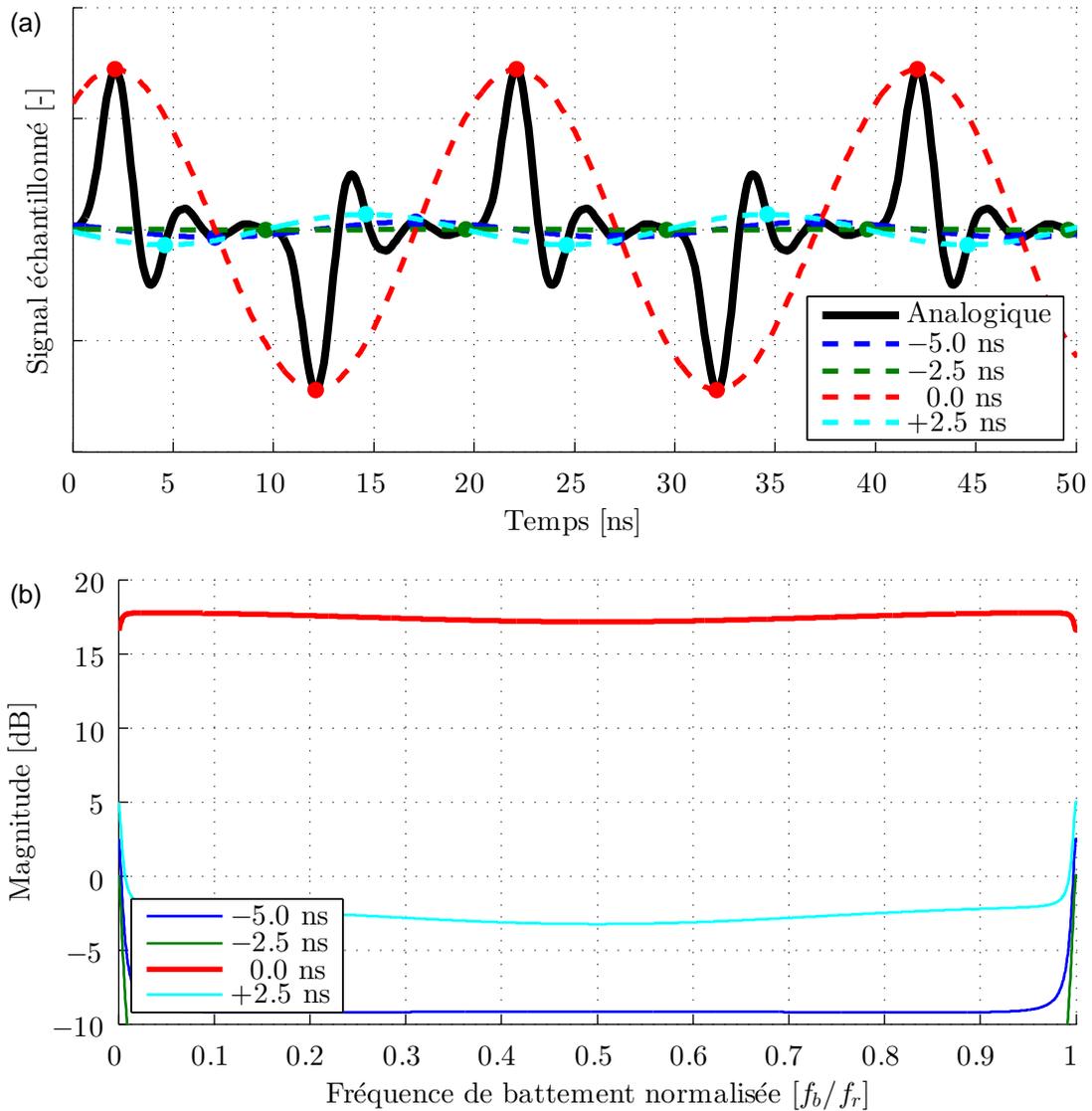


Figure 2.13 – Représentation de $H'(f_b, f_r, \tau)$ dans les domaines temporel et fréquentiel. Figure générée à partir de la réponse impulsionnelle d’une photodiode PDB130C de Thorlabs suivie d’un filtre passe-haut de premier ordre ayant une coupure à 300 kHz. (a) Signaux temporels lorsque la fréquence de battement est égale à la moitié du taux de répétition. Les courbes en pointillé montrent les formes d’onde sinusoïdales interpolées entre les points échantillonnés. Le moment d’échantillonnage détermine l’amplitude et la phase du signal final. (b) Gain en puissance électrique après échantillonnage en fonction de la fréquence du battement et du délai de l’horloge d’échantillonnage.

2.5 Ambiguïté sur le signe de la fréquence du signal d’interférence

Une autre difficulté rencontrée dans la littérature est qu’il est difficile d’obtenir le signe de la fréquence du battement entre le peigne de fréquence et le laser accordable. Cela est dû à

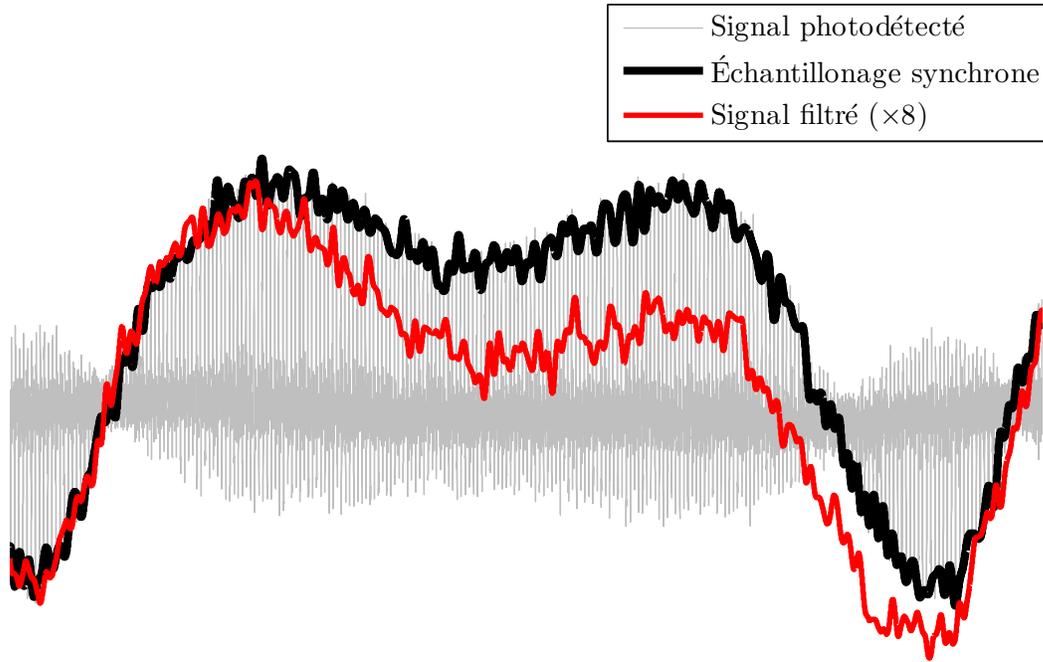


Figure 2.14 – Effet de l'échantillonnage synchrone lors du passage à zéro de la fréquence de battement. L'échantillonnage synchrone permet de correctement mesurer l'interférence malgré l'usage d'une photodiode couplée AC.

la symétrie Hermitienne du spectre d'un signal de battement réel. En d'autres mots, le cas où la fréquence du laser accordable est supérieure à celle du mode du peigne ne peut pas être distingué du cas contraire. La figure 2.15a illustre le problème dans une situation où la fréquence d'un laser accordable est changée. Le diagramme temps-fréquence prend la forme d'un accordéon. En réalité, la fréquence suit une trajectoire sans changement de direction brusque aux fréquences nulle et de Nyquist.

Ce problème est résolu par l'utilisation d'un coupleur hybride. Cet outil est très répandu en télécommunication optique, mais son utilisation demeure rare dans le domaine de la métrologie de fréquence.

Cette technique est similaire au battement standard obtenu avec un coupleur 50/50. La différence est que le coupleur hybride comporte 4 sorties. L'utilisation de deux photodiodes balancées est nécessaire et permet la mesure des composants en phase (I, ou *In-phase*) et en quadrature (Q, ou *Quadrature*).

À la sortie de l'hybride optique, les champs sont respectivement

$$E_a(t) = \frac{1}{2}E_{CW1}(t) + \frac{1}{2}E_{CW2}(t), \quad (2.5)$$

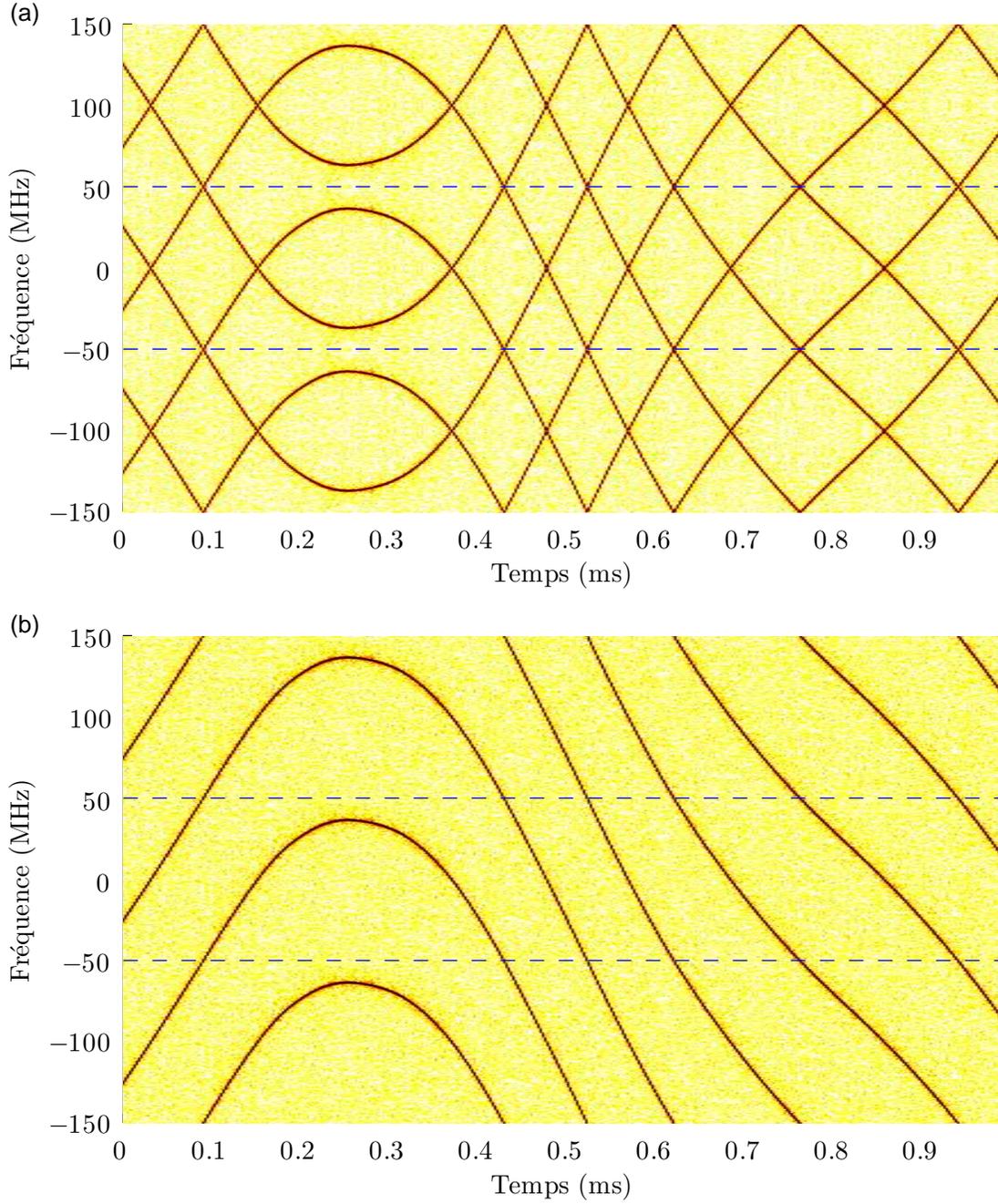


Figure 2.15 – (a) Diagramme temps-fréquence d’un battement entre un peigne et un laser accordable lorsque la fréquence de ce dernier est balayée. Au temps $t = 0.25$ ms, le mouvement de la fréquence change de direction. (b) Diagramme temps-fréquence d’un battement entre un peigne et un laser accordable lorsqu’un coupleur hybride est utilisé et que la correction d’ellipticité est appliquée.

$$E_b(t) = \frac{1}{2}E_{CW1}(t) - \frac{1}{2}E_{CW2}(t), \quad (2.6)$$

$$E_c(t) = \frac{1}{2}E_{CW1}(t) + j\frac{1}{2}E_{CW2}(t) \quad (2.7)$$

et

$$E_d(t) = \frac{1}{2}E_{CW1}(t) - j\frac{1}{2}E_{CW2}(t), \quad (2.8)$$

où les indices a , b , c et d dénotent les quatre sorties du coupleur hybride.

La tension générée après l'amplificateur transimpédance est

$$V_I(t) = K_I (E_a^*(t)E_a(t) - E_b^*(t)E_b(t)) + N_I(t) \quad (2.9)$$

$$= \frac{1}{2}K_I (E_{CW1}^*(t)E_{CW2}(t) + E_{CW1}(t)E_{CW2}^*(t)) + N_I(t) \quad (2.10)$$

pour la photodiode I, et

$$V_Q(t) = K_Q (E_c^*(t)E_c(t) - E_d^*(t)E_d(t)) + N_Q(t) \quad (2.11)$$

$$= \frac{1}{2}K_Q (E_{CW1}^*(t)E_{CW2}(t) - E_{CW1}(t)E_{CW2}^*(t)) + N_Q(t) \quad (2.12)$$

pour la photodiode Q. K_I et K_Q sont les gains de conversion des photodiodes. $N_I(t)$ et $N_Q(t)$ sont des processus de bruit associés à la photodétection.

Pour deux sources monochromatiques telles que définies plus tôt,

$$V_I(t) = K_I A_{CW1}(t)A_{CW2}(t) \cos(\theta_{CW1}(t) - \theta_{CW2}(t)) + N_I(t) \quad (2.13)$$

et

$$V_Q(t) = K_Q A_{CW1}(t)A_{CW2}(t) \sin(\theta_{CW1}(t) - \theta_{CW2}(t)) + N_Q(t) \quad (2.14)$$

Bien que ce ne soit jamais le cas en pratique, on suppose pour l'instant que $K_I = K_Q = K$. Après l'acquisition, il est possible de combiner les deux signaux de la manière suivante :

$$B(t) = V_I(t) + jV_Q(t) \quad (2.15)$$

$$= K A_{CW1}(t)A_{CW2}(t) \exp(j(\theta_{CW1}(t) - \theta_{CW2}(t))) + (N_I(t) + jN_Q(t)) \quad (2.16)$$

Où $B(t)$ est le signal d'interférence IQ. Il est ensuite possible de calculer la phase du signal. Il suffit de calculer l'argument du phaseur complexe. En pratique, un coupleur hybride réaliste n'offre pas deux quadratures étant à exactement 90 degrés l'une de l'autre. De plus, le gain des deux quadratures peut différer légèrement. Au lieu de suivre un cercle parfait dans le plan complexe, $B(t)$ suit une ellipse. Il est possible de corriger l'ellipticité en utilisant une transformation linéaire.

La méthode présentée ici est très similaire à celle employée en télécommunications, où les symboles doivent s'aligner sur une grille bien précise [33, 34, 35]. Afin de déterminer la transformation matricielle à appliquer, il faut d'abord obtenir un échantillonnage de points dans

le plan complexe. Il est nécessaire d'obtenir un grand nombre de points afin de couvrir la trajectoire de façon uniforme. Il faut ensuite calculer la matrice de covariance entre la partie réelle et la partie imaginaire. Si le phaseur échantillonné est représenté par $z[n] = x[n] + jy[n]$, où n est le numéro d'échantillon, $x[n] = V_I[n]$, et $y[n] = V_Q[n]$, la matrice de covariance est donnée par :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} \langle xx \rangle & \mathbf{E} \langle xy \rangle \\ \mathbf{E} \langle yx \rangle & \mathbf{E} \langle yy \rangle \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Où \mathbf{C} est la matrice de covariance et $\mathbf{E} \langle \rangle$ dénote l'espérance mathématique. Si la trajectoire est parfaitement circulaire, la matrice de covariance est la matrice identité multipliée par une constante. L'objectif est donc d'appliquer une transformation linéaire aux données afin de diagonaliser la matrice de covariance.

On peut montrer que la transformation à appliquer à chaque point complexe est

$$\begin{bmatrix} x'[n] \\ y'[n] \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} x[n] \\ y[n] \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} 1/\lambda_1 & 0 \\ 0 & 1/\lambda_2 \end{bmatrix} \mathbf{E}^T \begin{bmatrix} x[n] \\ y[n] \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

où $x'[n]$ est la sortie I , $y'[n]$ est la sortie Q , \mathbf{A} est la matrice de transformation, k est une constante de proportionnalité, λ_1 et λ_2 sont les valeurs propres de la matrice \mathbf{C} et \mathbf{E}^T est la version transposée de la matrice formée des vecteurs propres normalisés de la matrice \mathbf{C} . La multiplication par la matrice des vecteurs propres transposée permet de faire tourner le système de coordonnées de façon à ce que les axes coïncident avec les axes principaux de l'ellipse. Ensuite, la multiplication par la matrice formée les valeurs propres permet de ramener l'ellipse à un cercle. Enfin, il est possible d'ajuster le rayon du cercle à l'aide de la constante k . Cette transformation est souvent appelée « blanchiment de variables » dans la littérature concernant les bruits corrélés [36]. Il est important que la matrice \mathbf{E} soit normalisée afin de conserver un système de coordonnées cartésiennes direct (aussi appelé système de main droite). Autrement, la direction de rotation du phaseur est inversée, causant ainsi une erreur de signe dans les calculs subséquents. La normalisation des vecteurs formant la matrice est correcte si le déterminant de cette dernière est positif.

La figure 2.16 montre les spectres d'un battement obtenu en laboratoire avec une paire de photodiodes balancées. On peut y voir le spectre de la partie réelle du battement IQ, le spectre du battement IQ sans correction et le spectre avec correction. Dans les cas complexes, le spectre de puissance n'est pas symétrique de part et d'autre de la fréquence nulle. Dans cet exemple, la correction matricielle permet d'atteindre un niveau de suppression de l'exponentielle complexe positive d'environ 44 dB en puissance électrique.

L'avantage d'utiliser un coupleur hybride devient plus évident lorsque la fréquence du laser accordable est balayée. La figure 2.15b est l'équivalent de la figure 2.15a, mais cette fois le coupleur hybride et la correction matricielle sont utilisés. La trajectoire de la fréquence est

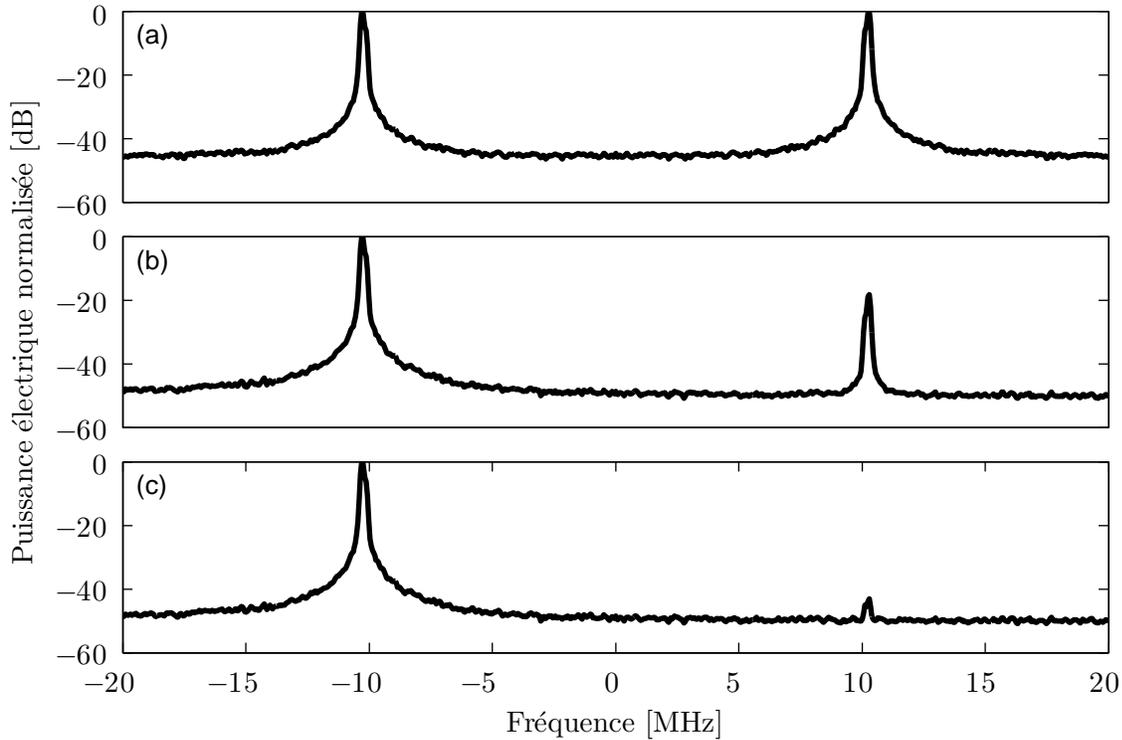


Figure 2.16 – Spectres de puissance montrant l’effet de l’usage d’un coupleur hybride. Fenêtre de type *Blackman* avec une résolution de 100 kHz. (a) Sans coupleur hybride. (b) Avec coupleur hybride, sans correction. (c) Avec coupleur hybride, avec correction.

maintenant moins ambiguë. Il demeure cependant une ambiguïté égale à f_r . Cette dernière est bien visible à la figure 2.15b, où le laser accordable interfère avec plusieurs modes du peigne. Résoudre cette ambiguïté est crucial pour la réalisation d’un synthétiseur de fréquences optiques pleinement référencé. Ce point sera discuté à la section 2.7.

2.6 Extraction robuste de la phase et de la fréquence

Il est nécessaire d’obtenir la phase du battement entre le peigne de fréquences et le laser accordable afin de pouvoir fermer la boucle du PLL optique. Si l’algorithme de traitement est basé sur de l’électronique numérique, extraire la phase nécessite le calcul de l’angle entre les parties réelle et imaginaire du signal de battement. Le problème est que cet angle retourne à zéro lorsqu’il atteint 2π . La phase est en quelque sorte enroulée. Il est possible de corriger partiellement ce problème en déroulant la phase. La figure 2.17 montre un modèle d’extraction de phase simple. L’algorithme associé ne fonctionne que si la fréquence instantanée du battement est située entre $-f_r/2$ et $f_r/2$. De plus, l’algorithme ne tient pas compte de la valeur initiale de la phase.

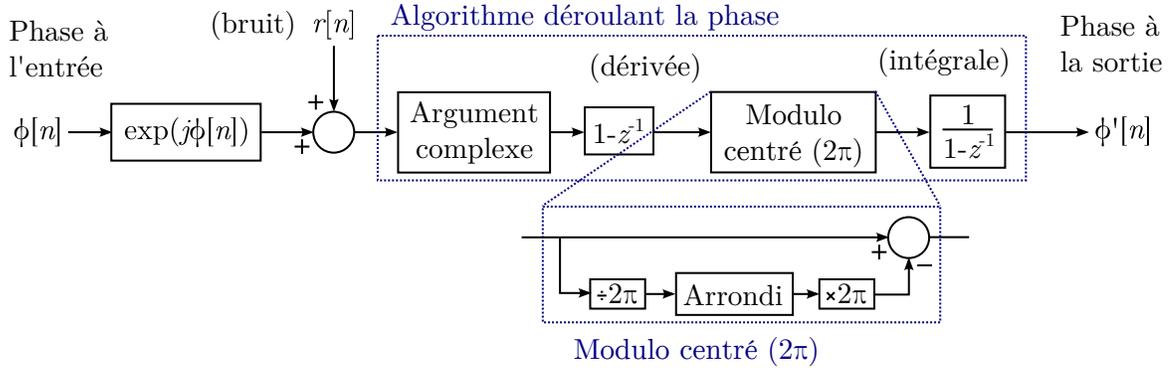


Figure 2.17 – Modèle d'extraction de phase simple. La phase est l'argument d'une exponentielle complexe additionnée de bruit. Le bruit de l'algorithme d'extraction de phase est d'obtenir un résultat similaire à la phase initiale.

Dans la figure, $r[n]$ représente un bruit blanc complexe. En l'absence de ce bruit, l'algorithme permet de reconstruire la phase $\phi[n]$, à une valeur initiale près. La valeur initiale est perdue lors de la dérivée. L'algorithme utilise l'opération « modulo centré », ramenant à l'intérieur de $\pm\pi$ toute valeur s'en écartant en ajoutant un multiple entier de 2π . En présence de bruit, les choses se compliquent. Si à un instant donné, le bruit fait tourner le phaseur complexe de plus de 90 degrés, l'algorithme commet une erreur de 2π . Un exemple d'un tel saut est montré à la figure 2.18. Comme la phase originale n'est jamais disponible, il n'est pas possible de corriger ce saut de 2π en l'absence d'information additionnelle.

Il est possible d'obtenir la probabilité de saut de phase en fonction du rapport signal sur bruit à l'aide d'une simulation de type Monte-Carlo. Il suffit de générer un signal IQ artificiel additionné de bruit gaussien puis d'extraire la phase. La phase finale, en l'absence de saut, devrait être proche de la phase originale à une valeur initiale près. La probabilité de saut de phase peut être estimée en refaisant l'expérience plusieurs fois. De façon probabiliste, on considère qu'un saut de phase a une probabilité (ou taux) p de se produire à chaque pas de l'algorithme. De plus, sa polarité est aléatoire. Le nombre effectif de sauts de 2π durant une expérience ayant N points est la somme de N variables aléatoires dont la distribution est présentée au tableau 2.2.

Table 2.2 – Densité de probabilité utilisée lors du calcul de la probabilité de saut de phase

| Amplitude | Probabilité |
|-----------|-------------|
| $+2\pi$ | $p/2$ |
| $+0$ | $1 - p$ |
| -2π | $p/2$ |

La variance de cette variable aléatoire est $(2\pi)^2 p$. Une somme de N variables indépendantes ayant une telle variance a une variance de $(2\pi)^2 pN$. Cette variance est estimée en refaisant

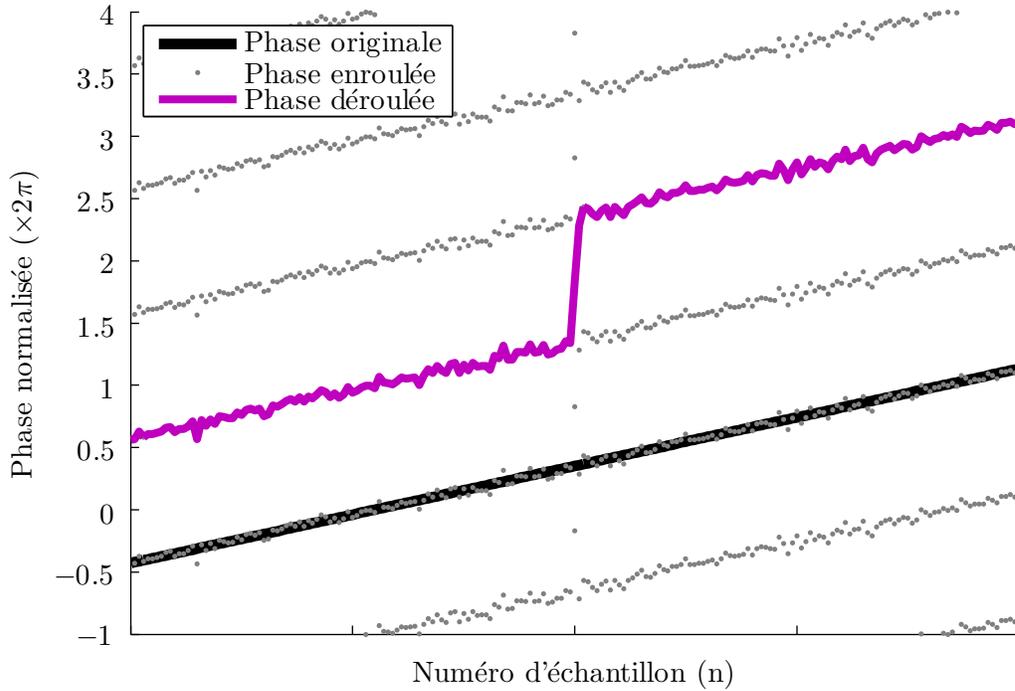


Figure 2.18 – Exemple d’un saut de phase causé par un évènement bruité. Le bruit est interprété par l’algorithme comme étant un véritable saut de 2π . Il est ensuite impossible de réparer l’erreur. Plusieurs périodes de 2π sont représentées afin de montrer l’ambiguïté sur l’angle. De plus, la phase déroulée est additionnée d’une valeur initiale inconnue (dans ce cas, exactement 2π).

l’expérience plusieurs fois et en calculant la variance échantillonnale de l’ensemble des phases finales. Il serait tentant d’assumer que les phases finales sont proportionnelles aux nombres de sauts. Cependant, en présence de nombreux sauts de phase, cette méthode d’estimation est biaisée, car plusieurs sauts de signes inverses peuvent s’annuler. Le résultat ne correspondrait pas à la probabilité (p) de saut de phase à chaque pas. Le nombre d’expériences est ajusté afin d’obtenir une estimation fiable de la variance. Les résultats de cette étude sont montrés à la figure 2.19.

La probabilité de saut chute dramatiquement avec une augmentation du SNR lorsque ce dernier est plus grand que 10 dB. Un modèle théorique a été développé et évalué numériquement pour expliquer cette chute dramatique. Les détails de ce modèle sont donnés à l’annexe A. Précédemment, il a été mentionné qu’une augmentation modeste du SNR peut faire toute la différence au moment de dérouler la phase. Cette affirmation est confirmée par la figure 2.19. À un taux de traitement de 100 MHz et avec un SNR de 19 dB, on peut s’attendre à un seul saut de phase tous les 32000 ans. Ce résultat n’est cependant valide qu’en présence de bruit blanc additif gaussien.

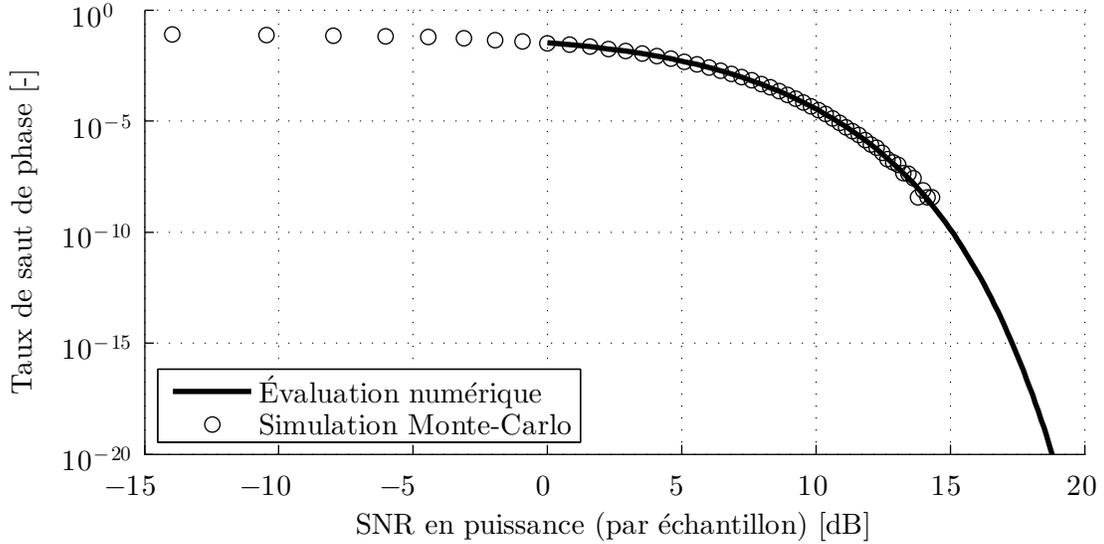


Figure 2.19 – Probabilité de saut de phase en fonction du SNR. L'évaluation numérique réfère au modèle présenté à l'annexe A. Il faut noter la ressemblance avec les courbes de taux d'erreur dans le domaine des télécommunications.

Tel que mentionné plus tôt, l'algorithme d'extraction présenté à la figure 2.17 ne fonctionne que si la fréquence du battement est située entre $-f_r/2$ et $f_r/2$ (fréquences de Nyquist). Si la fréquence traverse une de ces limites, elle subit un saut de $\pm f_r$. La phase obtenue en intégrant cette fréquence est alors erronée. Dans le cas d'un laser accordable, il est important de pouvoir suivre la fréquence de battement même durant un balayage de la longueur d'onde. Il est donc nécessaire de dérouler la fréquence. La figure 2.20 montre l'algorithme modifié permettant de dérouler à la fois la phase et la fréquence. L'opération de modulo est remplacée par un module de correction de fréquence. Ce module ajoute ou soustrait un multiple entier de 2π à la fréquence instantanée afin que la sortie ne s'éloigne pas d'une fréquence de référence de plus de $\pm\pi$. L'opération d'arrondi est utilisée afin de calculer la correction à appliquer. La fréquence de référence, dans ce cas, est la fréquence de sortie précédente.

Le problème de cet algorithme est que les sauts de phase sont remplacés par des sauts de fréquence. La figure 2.21 montre les mêmes données qu'à la figure 2.18, mais cette fois, l'algorithme d'extraction de phase et de fréquence est utilisé. L'évènement bruité sur la phase est interprété par l'algorithme comme étant un passage à Nyquist de la fréquence. Après l'évènement, la fréquence déroulée est biaisée et la phase déroulée diverge de la phase originale. Dans le contexte d'un PLL optique, il s'agit d'une erreur importante. Il est cependant possible de réduire la probabilité d'un tel évènement. Le présent travail propose une modification de l'algorithme d'extraction permettant de réduire cette probabilité.

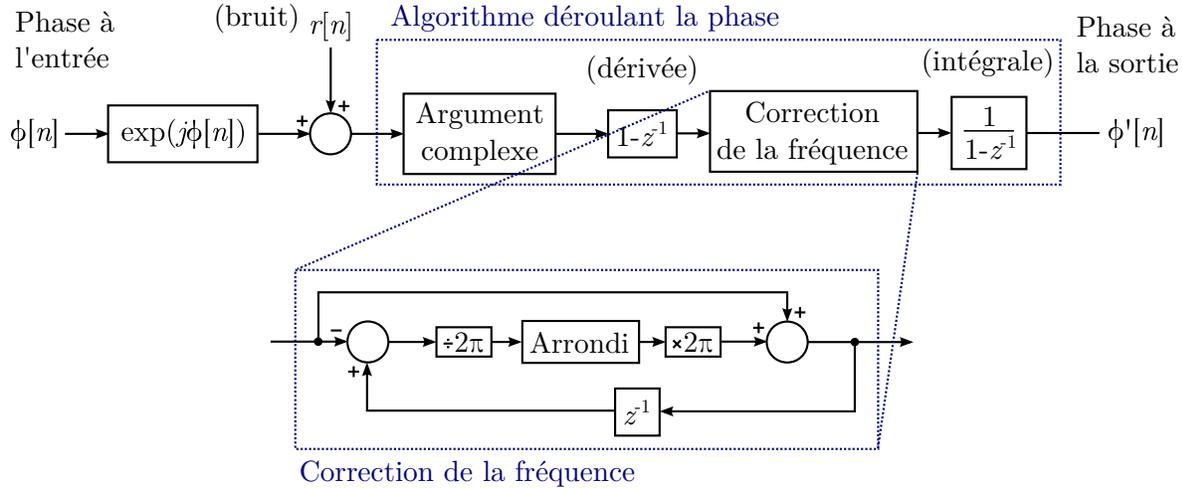


Figure 2.20 – Algorithme d'extraction de phase et de fréquence simple. L'algorithme corrige la fréquence en considérant la fréquence précédente.

La figure 2.22 montre une version modifiée de l'algorithme d'extraction. Le retard, montré à la figure 2.20, est remplacé par un filtre passe-bas. Le filtre introduit un effet d'inertie ou de mémoire avant l'étape de correction. Essentiellement, le filtre produit une version moins bruitée de la fréquence déroulée. Un échantillon de phase erroné peut causer un saut temporaire de la fréquence déroulée. Cependant, la version filtrée de cette fréquence est moins affectée. Ainsi, la prochaine fréquence instantanée, telle que produite par la dérivée, a moins de chances d'être déroulée à la mauvaise valeur. On peut démontrer que cet algorithme est en fait un cas général des deux autres algorithmes qui ont été présentés dans cette section. Pour l'extraction de phase simple, $H(z^{-1}) = 0$. Pour l'extraction de phase et de fréquence simple, $H(z^{-1}) = z^{-1}$.

La robustesse accrue de cet algorithme peut être démontrée à l'aide du même genre de simulation qui a été présentée plus tôt. Au lieu de comparer les phases finales, les fréquences finales sont comparées. Le but est de détecter les sauts de fréquence. La densité de probabilité montrée au tableau 2.2 est utilisée de nouveau. Un filtre à réponse impulsionnelle infinie (IIR) d'une durée d'environ 8 échantillons est utilisé. Sa fonction de transfert est donnée par

$$H(z^{-1}) = \frac{(1/8)}{1 - (7/8)z^{-1}}. \quad (2.19)$$

Les résultats de la simulation sont montrés à la figure 2.23. En raison de la complexité due à la récursion, il est difficile d'obtenir un modèle mathématique pour le cas avec filtre. Pour le cas avec le retard seulement, le taux de saut de fréquence est expérimentalement identique au taux de saut de phase pour l'algorithme d'extraction de phase.

Certaines observations peuvent être faites à bas SNR et à SNR modéré (entre 5 et 15 dB). D'abord, la probabilité de saut de fréquence est diminuée par l'usage du filtre, même à très

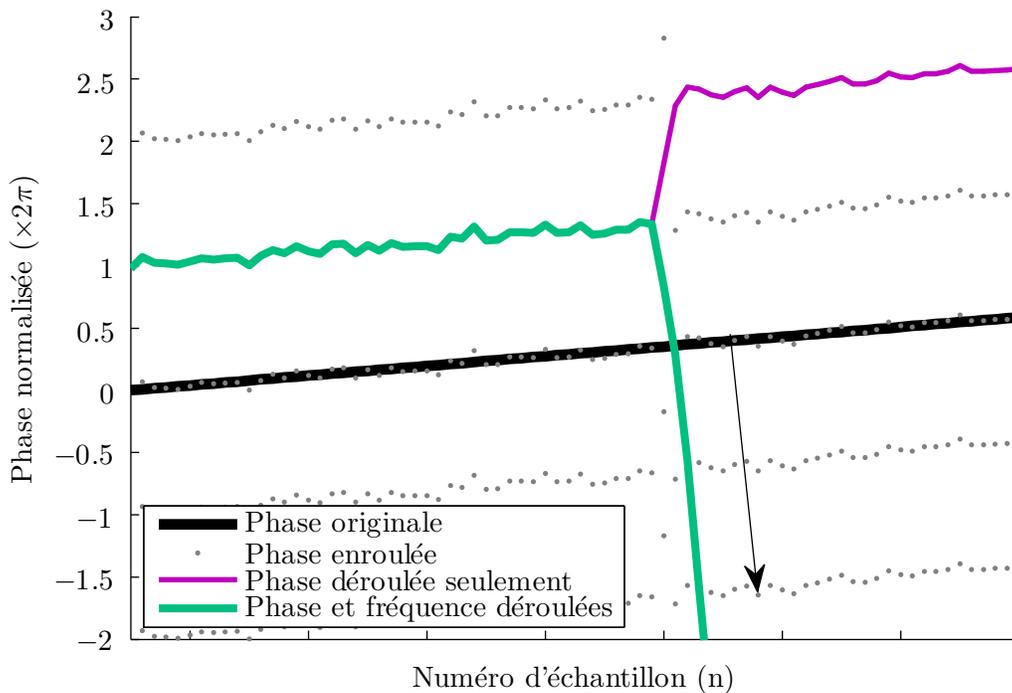


Figure 2.21 – Exemple d’un saut de fréquence lorsque l’algorithme présenté à la figure 2.20 est utilisé. Un saut de phase cause également un saut de fréquence.

bas SNR. Cela est dû à l’effet de mémoire introduit par le filtre. Même à un SNR de 0 dB, où le bruit a la même amplitude que le signal, la fréquence demeure plus longtemps entre $-f_r/2$ et $f_r/2$ avant de subir un saut. Essentiellement, le bruit doit être suffisant pour faire passer la sortie du filtre à Nyquist. Cela est particulièrement important lors de la présence de zones mortes telles que discutées à la section 2.4. Lors d’un balayage sur une zone morte, le SNR devient très bas durant un instant, puis redevient acceptable. Il est crucial qu’aucun saut de fréquence ne se produise durant ce passage. À SNR modéré, Le SNR requis pour obtenir une même probabilité de saut est réduit. Par exemple, pour une probabilité de 1 :1000000, le SNR requis est diminué de 14 dB. À SNR constant, cela peut faire toute la différence entre un système fonctionnel et un système subissant des sauts de fréquence.

Jusqu’à maintenant, seuls les sauts de fréquence ont été considérés pour l’algorithme proposé. La réduction du nombre de sauts de fréquence n’implique pas nécessairement une réduction du nombre de sauts de phase. Il est possible de montrer, par un cas limite, que le taux de sauts de phase demeure très similaire à celui de l’algorithme d’extraction de phase simple. Dans le cas limite où $H(z^{-1})$ a une réponse impulsionnelle très longue, sa sortie demeure pratiquement constante en l’absence de rampe de fréquence. L’algorithme devient alors très similaire à celui présenté à la figure 2.17. La seule différence est que la fréquence est arrondie autour

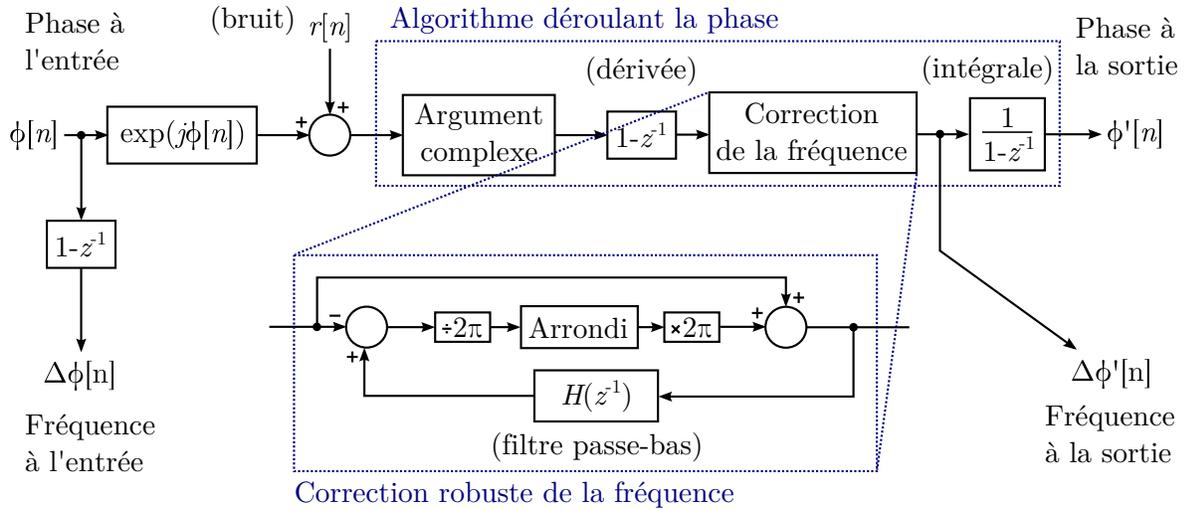


Figure 2.22 – Algorithme robuste d'extraction de phase et de fréquence.

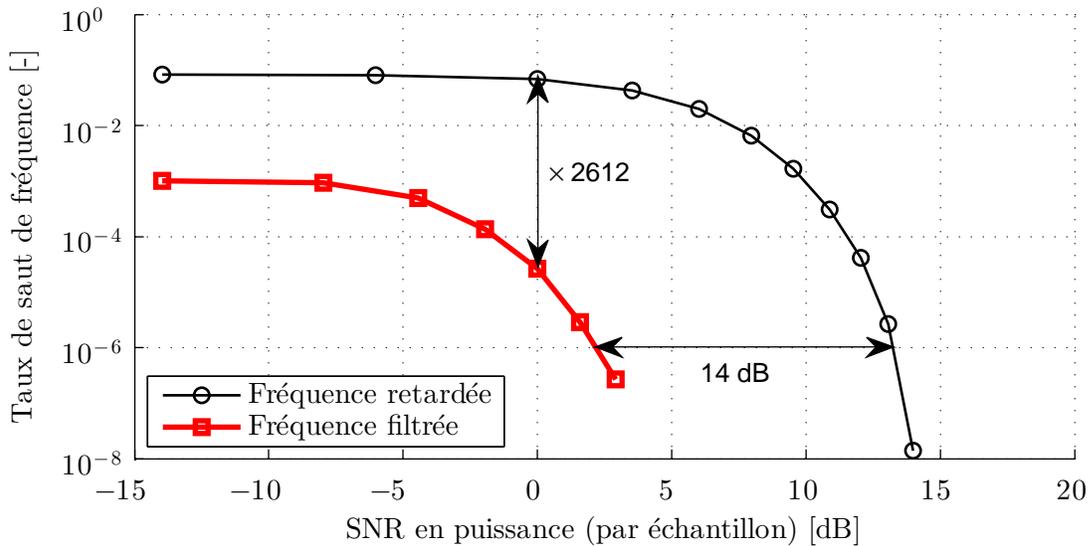


Figure 2.23 – Probabilité de saut de fréquence pour l'algorithme d'extraction simple (fréquence simplement retardée) et l'algorithme modifié (fréquence filtrée).

d'une valeur n'étant pas nécessairement 0. Cela n'a aucune conséquence sur la performance de l'algorithme, car la fréquence instantanée est également centrée autour de cette valeur. Le taux de sauts de phase est donc identique dans ce cas limite. L'algorithme robuste d'extraction de phase et de fréquence, tel que présenté ici, a d'abord comme rôle d'éviter que les sauts de phase ne se transforment en sauts de fréquence.

L'usage d'un filtre présente un désavantage. L'effet de filtrage introduit un retard sur la fréquence déroulée. Lors d'un balayage de la fréquence, cela peut introduire un biais, augmentant

du même coup la probabilité d'un saut de fréquence. En d'autres mots, l'usage du filtre limite la vitesse maximale de balayage menant à une extraction exacte. Une solution est d'utiliser un filtre ayant un biais nul pour une rampe. Un problème similaire se pose alors pour les accélérations de la fréquence. En général, il est préférable d'utiliser un filtre ayant une longueur telle que le biais est négligeable pour la vitesse de balayage maximale du système. Par exemple, pour un taux de répétition de 100 MHz et une vitesse de balayage de 2.5 THz/s (ou environ 20 nm/s à 1550 nm), un filtre de 32 échantillons introduit un biais de 800 kHz. Ce biais est suffisamment plus petit que le taux de répétition pour ne pas causer un changement significatif de la probabilité de saut de fréquence.

2.7 Méthodologie de référencement

L'acquisition du battement entre le laser accordable et le peigne de fréquences n'est qu'une étape de la synthèse de fréquences optiques. La phase de ce battement doit être comparée à une phase de référence dont l'évolution temporelle est liée à un ou plusieurs standards de temps et de fréquence. Cela constitue le calcul du signal d'erreur de phase permettant de procéder à l'asservissement.

Les techniques présentées jusqu'à maintenant dans ce chapitre permettent d'extraire la phase et la fréquence de façon robuste, mais ces quantités sont toujours relatives au taux de répétition du peigne de fréquences. Dans les cas des battements entre deux sources optiques, seule la phase relative est disponible. L'incertitude d'un multiple de f_r sur la fréquence de battement entre un laser CW et un peigne de fréquences, visible à la figure 2.15a, pose un problème important, car cette dernière peut introduire une rampe de phase superflue lors de la comparaison des phases. Enfin, l'usage d'un peigne non stabilisé introduit une incertitude sur la fréquence d'un battement optique égale à f_{ceo} . Dans ce qui suit, une méthodologie générale permettant de contourner ces difficultés et du même coup obtenir un signal d'erreur de phase est présentée.

La méthodologie de référencement présentée ici repose sur l'usage du peigne de fréquence uniquement en tant qu'oscillateur de transfert. Cela permet l'usage d'un peigne de fréquences entièrement « flottant », ou non stabilisé. La méthode permet de construire un synthétiseur de fréquences optiques dont la phase de sortie est liée à la phase d'une source de référence stable ou à une combinaison linéaire des phases de plusieurs sources de référence. Le signal d'erreur de phase est construit comme une combinaison linéaire des phases de plusieurs sources et est indépendant des paramètres du peigne de fréquences. Les signaux de battement entre plusieurs lasers CW et le peigne de fréquences sont utilisés afin de calculer le signal d'erreur. En asservissant ce dernier à zéro, il est possible de verrouiller la phase du laser accordable à la phase de référence voulue.

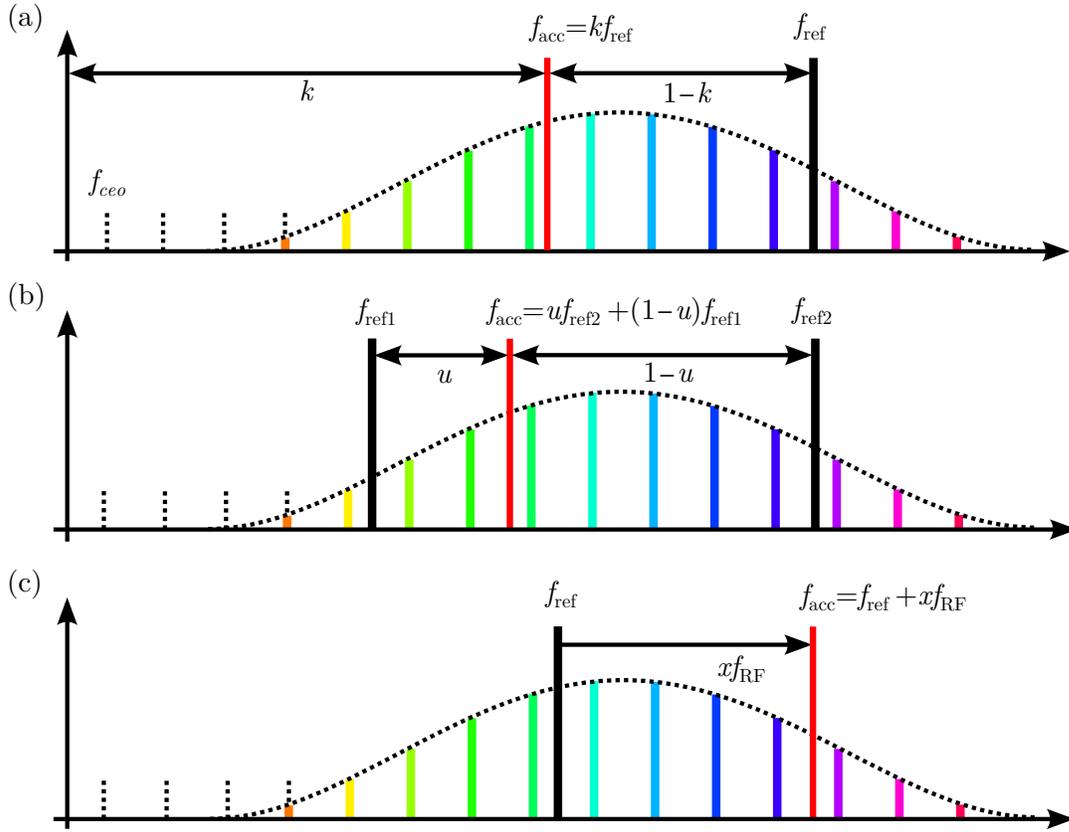


Figure 2.24 – Stratégies de référencement présentées dans cette section. (a) Un laser de référence et mesure du f_{ceo} ; (b) Deux lasers de référence; (c) Un laser de référence et un oscillateur RF.

La figure 2.24 montre les schémas de trois stratégies de référencement, ou cas particuliers, qui seront présentées ici. Dans tous les cas, la phase du laser accordable est reliée à la phase d’une ou plusieurs sources, et le peigne de fréquence ne sert que d’oscillateur de transfert. La première stratégie utilise un laser de référence en plus de la mesure de θ_{ceo} . Cela permet de verrouiller la phase du laser accordable, θ_{acc} , à une fraction k de la phase de la source de référence, θ_{ref} . La deuxième utilise deux lasers de référence. Dans ce cas, la phase du laser accordable peut être verrouillée à un point intermédiaire u entre les phases optiques des lasers, θ_{ref1} et θ_{ref2} . La troisième et dernière stratégie utilise un laser et un oscillateur électrique. Cela permet de verrouiller la phase du laser accordable à la celle du laser de référence, θ_{ref} , additionnée de celle de la source électrique multipliée par un paramètre d’accord $x\theta_{\text{RF}}$.

Le reste de la section est organisé de la manière suivante. Le formalisme général permettant d’obtenir le signal d’erreur de phase est d’abord présenté. Ensuite, les cas particuliers pour les trois stratégies de référencement montrées à la figure 2.24 sont présentés.

2.7.1 Formalisme général

Dans la présente section, le formalisme général permettant de procéder au référencement est présenté. Plusieurs symboles mathématiques sont introduits afin de décrire les diverses phases en jeux. Afin d'aider le lecteur, un tableau (2.3) résumant les différents termes est montré à la fin de la section.

Le but du processus de référencement est d'asservir la phase du laser accordable à une combinaison linéaire des phases de P sources optiques et de Q sources électriques. Le comportement idéal peut être écrit comme :

$$\theta_{\text{acc}}(t) = \sum_{p=0}^{P-1} a_p \theta_p(t) + \sum_{q=0}^{Q-1} a_q \theta_q(t), \quad (2.20)$$

où $\theta_{\text{acc}}(t)$ est la phase du laser accordable (la sortie du synthétiseur), p est l'indice d'une source optique, a_p est le coefficient (poids) de la source p et $\theta_p(t)$ est sa phase, q est l'indice d'une source électrique, b_q est le coefficient (poids) de la source q et $\theta_q(t)$ est sa phase.

Dans ce qui suit, les signaux ont déjà été échantillonnés à un taux égal au taux de répétition du peigne de fréquences en utilisant les techniques présentées aux sections 2.4, 2.5 et 2.6. De plus, on suppose que les signaux échantillonnés occupent une bande de fréquences de taille inférieure à $f_r/2$ autour de leur fréquence centrale.

Le signal d'erreur de phase doit être une combinaison linéaire ayant les mêmes coefficients qu'à l'équation (2.20). L'équation du signal d'erreur est :

$$e_\theta[n] = \left(\sum_{p=0}^{P-1} a_p \theta_p[n] \right) + \left(\sum_{q=0}^{Q-1} b_q \theta_q[n] \right) - \theta_{\text{acc}}[n], \quad (2.21)$$

où n est le numéro d'échantillon, $e_\theta[n]$ est le signal d'erreur de phase, $\theta_p[n]$ est la phase de la source p , $\theta_q[n]$ est la phase de la source q et $\theta_{\text{acc}}[n]$ est la phase du laser accordable.

L'équation (2.21) ne peut pas être évaluée directement. Les battements entre deux sources optiques, tels qu'obtenus à l'aide des techniques présentées aux sections 1.3.6, 1.3.7 et 2.5, ne contiennent que les phases relatives entre deux sources. À partir d'ici, les phases relatives sont dénotées par ϕ et les phases absolues sont dénotées par θ . De plus, le symbole ϕ' est utilisé pour les mesures de la phase relative. Comme un peigne de fréquences est utilisé comme oscillateur de transfert, il importe de définir quelle information est extraite des battements entre les lasers CW et le peigne de fréquences. La phase relative entre un laser CW et un mode du peigne de fréquences, telle qu'extraite par l'algorithme montré à la figure 2.22, est donnée par :

$$\phi'_p[n] = \theta_p[n] - \theta_{\text{ceo}}[n] - N_{p,0} \theta_r[n] + \delta \phi_p[n], \quad (2.22)$$

où p est l'indice de la source, $\phi'_p[n]$ est la phase relative extraite par l'algorithme d'extraction de phase, $\theta_{\text{ceo}}[n]$ est la phase optique des impulsions du peigne de fréquences, $\theta_r[n]$ est la phase

du train d'impulsions du peigne de fréquences, $\delta\phi_p[n]$ est le bruit de mesure et finalement $N_{p,0}$ est le numéro de mode du peigne de fréquences interférant avec la source au démarrage du système. En l'absence d'information additionnelle, les valeurs prises par $\theta_{\text{ceo}}[n]$, $\theta_r[n]$, $\delta\phi_p[n]$ et $N_{p,0}$ sont inconnues. Ce dernier terme, $N_{p,0}$, mérite plus d'attention. Lors du démarrage de l'extraction de phase et de fréquence, la fréquence du laser CW est à proximité de celle d'un des modes du peigne. Le numéro de ce mode est toutefois inconnu de l'algorithme. Pour cette raison, la fréquence instantanée extraite au démarrage du système est ambiguë et est comprise entre $-f_r/2$ et $f_r/2$. Il est nécessaire d'ajouter $N_{p,0}$ à l'équation afin de faire référence au bon numéro de mode et ainsi éliminer l'ambiguïté d'un multiple de f_r . Il faut finalement préciser que l'équation (2.22) s'applique également au laser accordable.

Les sources électriques sont mesurées directement, mais les phases extraites sont additionnées de bruit. Le symbole θ' est utilisé pour les phases mesurées. Ainsi, pour une source électrique,

$$\theta'_q[n] = \theta_q[n] + \delta\theta_q[n], \quad (2.23)$$

où $\theta'_q[n]$ est la phase calculée par l'algorithme d'extraction de phase et $\delta\theta_q[n]$ est le bruit de mesure. Ici, seul le terme $\delta\theta_q[n]$, pose problème.

Comme les termes $\theta_p[n]$, $\theta_q[n]$ et $\theta_{\text{acc}}[n]$ ne sont pas mesurés directement, l'équation (2.21) ne peut pas être évaluée en pratique. Il est possible de construire un signal d'erreur « pratique » à l'aide des phases extraites ($\phi'_p[n]$, $\theta'_q[n]$ et $\phi'_{\text{acc}}[n]$) et d'autres paramètres. Ce signal est donné par

$$e'_\theta[n] = \left(\sum_{p=0}^{P-1} a_p \phi'_p[n] \right) + \left(\sum_{q=0}^{Q-1} b_q \theta'_q[n] \right) - \phi'_{\text{acc}}[n] + A[n] + C[n], \quad (2.24)$$

où

$$A[n] = \left(\left(\sum_{p=0}^{P-1} a_p \right) - 1 \right) \theta_{\text{ceo}}[n] \quad (2.25)$$

et

$$C[n] = \left(\left(\sum_{p=0}^{P-1} a_p N_{p,0} \right) - N_{\text{acc},0} \right) \theta_r[n]. \quad (2.26)$$

La notation $e'_\theta[n]$ permet de distinguer ce signal d'erreur du signal d'erreur idéal, $e_\theta[n]$. Les termes $A[n]$ et $C[n]$ doivent être obtenus. Le terme $A[n]$ représente la contribution de f_{ceo} à la mesure des battements optiques. Ce terme peut être annulé en choisissant $\sum_{p=0}^{P-1} a_p = 1$. Les stratégies présentées plus loin respectent cette condition. Le terme $C[n]$, quant à lui, représente les ambiguïtés de f_r mentionnées plus tôt. Comme la technique d'échantillonnage synchrone est utilisée, il est possible d'écrire $\theta_r[n] = 2\pi n$. En d'autres mots, la phase du

train d'impulsions du peigne est directement proportionnelle au numéro d'échantillon. Afin de calculer $C[n]$, il suffit alors d'obtenir les numéros de mode $N_{p,0}$ et $N_{acc,0}$.

On peut montrer, à l'aide des équations (2.21), (2.22), (2.23) et (2.24), que le signal d'erreur obtenu en pratique est lié au signal d'erreur idéal de la manière suivante :

$$e'_\theta[n] = e_\theta[n] + B[n],$$

où

$$B[n] = \left(\left(\sum_{p=0}^{P-1} a_p \delta\phi_p[n] \right) + \left(\sum_{q=0}^{Q-1} b_q \delta\theta_q[n] \right) - \delta\phi_{acc}[n] \right). \quad (2.27)$$

$B[n]$ est un terme de bruit rassemblant les sources de bruit ne pouvant pas être connues.

Avant de passer à de réelles stratégies de référencement, il est utile de considérer un exemple simple. Dans cet exemple, le but est d'asservir la phase du laser accordable à celle d'un seul laser CW de référence. L'exemple ne décrit pas réellement un synthétiseur de fréquences optiques car la fréquence du laser accordable est forcée à être toujours égale à celle du laser de référence. De plus, l'usage d'un peigne n'est pas nécessaire car un battement direct entre les deux lasers CW est aisément obtenu. Néanmoins, l'exemple permet d'illustrer la méthodologie générale.

Les signaux mesurés sont $\phi'_{acc}[n]$ pour le laser accordable et $\phi'_{ref}[n]$ pour le laser de référence. Ces quantités sont obtenues à l'aide de battements avec un peigne de fréquences. L'unique coefficient, a_0 , est égal à 1 et le signal d'erreur est :

$$e'_\theta[n] = \phi'_{ref}[n] - \phi'_{acc}[n] + C[n] \quad (2.28)$$

$$= \theta_{ref}[n] - \theta_{acc}[n] + B[n] \quad (2.29)$$

où $\phi'_{ref}[n]$ est la phase relative (mesurée) entre le laser de référence et un mode du peigne de fréquences. De plus,

$$C[n] = 2\pi n [N_{ref,0} - N_{acc,0}]. \quad (2.30)$$

La valeur de $C[n]$ peut être calculée de la manière suivante. Un battement direct entre les deux lasers doit être mesuré à l'aide d'un coupleur 50/50 et d'une photodiode balancée (voir section 1.3.6). Ensuite, la fréquence optique du laser accordable est balayée³. Lorsque la valeur absolue de la fréquence du battement direct devient bien inférieure à $f_r/2$, il est possible de conclure que les deux lasers ont pratiquement la même fréquence optique. Comme la valeur de $N_{ref,0}$ n'est pas connue, elle peut être fixée à zéro. La valeur de $N_{acc,0}$ peut être déduite en faisant l'observation que les fréquences instantanées du laser accordable et du laser de

3. Il faut préciser que le balayage ne sert qu'à obtenir la valeur de $C[n]$. Dans cet exemple simple, l'opération normale consiste à asservir la fréquence du laser accordable à celle du laser de référence sans décalage.

référence telles qu'extraites numériquement devraient également être séparées de moins de $f_r/2$. En d'autres mots, la dérivée numérique⁴ de $\phi'_{\text{ref}}[n] - \phi'_{\text{acc}}[n]$ doit être restreinte à $\pm\pi$. Ajuster la valeur de $N_{\text{acc},0}$ force la différence des fréquences extraites par l'algorithme à être compatible avec la différence des fréquences optiques. Au final, seule la différence des numéros de mode, $N_{\text{ref},0} - N_{\text{acc},0}$, est importante dans cet exemple. Cela confirme qu'un choix arbitraire de $N_{\text{ref},0}$ est acceptable dans ce cas. Il faut mentionner que le calcul des numéros de mode n'a qu'à être fait une fois, au démarrage du système.

Dans ce qui suit, trois stratégies de référencement basées sur l'équation (2.24) sont présentées. Pour chaque stratégie, il est nécessaire de définir les sources utilisées, les coefficients associés et la procédure pour obtenir $C[n]$.

Table 2.3 – Symboles mathématiques utilisés dans cette section

| Symbole | Définition |
|------------------------------|--|
| n | Numéro d'échantillon |
| acc | Laser accordable |
| $\theta_{\text{acc}}(t)$ | Phase optique du laser accordable |
| $\phi'_{\text{acc}}[n]$ | Phase du battement entre le laser accordable et le peigne |
| $N_{\text{acc},0}$ | Numéro de mode du peigne auquel $\phi'_{\text{acc}}[n]$ fait référence |
| $\delta\phi_{\text{acc}}[n]$ | Bruit de mesure sur $\phi'_{\text{acc}}[n]$ |
| P | Nombre de sources de référence optiques |
| p | Indice d'une source optique |
| a_p | Coefficient de la source optique p |
| $\theta_p(t)$ | Phase optique de la source de référence p |
| $\phi'_p[n]$ | Phase du battement entre la source optique p et le peigne |
| $N_{p,0}$ | Numéro de mode du peigne auquel $\phi'_p[n]$ fait référence |
| $\delta\phi_p[n]$ | Bruit de mesure sur $\phi'_p[n]$ |
| Q | Nombre de sources de référence électriques |
| q | Indice d'une source électrique |
| a_q | Coefficient de la source électrique q |
| $\theta_q(t)$ | Phase électrique de la source de référence q |
| $\theta'_q[n]$ | Phase mesurée de la source électrique q |
| $\delta\theta_q[n]$ | Bruit de mesure sur $\theta'_q[n]$ |
| $e_\theta[n]$ | Signal d'erreur de phase idéal |
| $e'_\theta[n]$ | Signal d'erreur de phase calculé en pratique |
| $A[n]$ | Terme regroupant la contribution de f_{ceo} |
| $B[n]$ | Terme regroupant les bruits de mesure |
| $C[n]$ | Terme regroupant les numéros de mode |

2.7.2 Un laser CW de référence et mesure de θ_{ceo}

La première stratégie considérée ici comporte deux signaux de référence. Deux sources de référence sont nécessaires afin de couvrir les deux degrés de liberté du peigne de fréquences

4. La dérivée numérique est calculée à l'aide du filtre de différences finies suivant : $1 - z^{-1}$.

(f_r et f_{ceo}). La première référence est un laser CW stable, tandis que la deuxième est la mesure de $\theta_{\text{ceo}}(t)$. La mesure de $\theta_{\text{ceo}}(t)$ peut être traitée comme une mesure hétérodyne entre le peigne de fréquences et une source virtuelle ayant une fréquence nulle. Un interféromètre 1f-2f [37] est nécessaire afin de procéder à cette mesure.

Le but de la stratégie est d'asservir le laser accordable de façon à ce que sa phase soit égale à

$$\theta_{\text{acc}}(t) = k\theta_{\text{ref}}(t) \quad (2.31)$$

sous la fréquence de coupure de l'asservissement (nommée f_{servo} à partir d'ici), où $\theta_{\text{acc}}(t)$ est la phase du laser accordable, $\theta_{\text{ref}}(t)$ est la phase du laser de référence et k est un paramètre ajustable. Les quantités mesurées sont la phase relative entre le laser accordable et le mode du peigne numéro $N_{\text{acc},0}$:

$$\phi'_{\text{acc}}[n] = \theta_{\text{acc}}[n] - \theta_{\text{ceo}}[n] - N_{\text{acc},0}\theta_r[n] + \delta\phi_{\text{acc}}[n], \quad (2.32)$$

la phase relative entre le laser de référence et le mode du peigne numéro $N_{\text{ref},0}$:

$$\phi'_{\text{ref}}[n] = \theta_{\text{ref}}[n] - \theta_{\text{ceo}}[n] - N_{\text{ref},0}\theta_r[n] + \delta\phi_{\text{ref}}[n] \quad (2.33)$$

et finalement la mesure de $\theta_{\text{ceo}}[n]$:

$$\phi'_{\text{ceo}}[n] = -\theta_{\text{ceo}}[n] + \delta\phi_{\text{ceo}}[n] \quad (2.34)$$

Le signal d'erreur de phase est ensuite calculé comme suit :

$$e'_{\theta}[n] = k(\phi'_{\text{ref}}[n] - \phi'_{\text{ceo}}[n]) - (\phi'_{\text{acc}}[n] - \phi'_{\text{ceo}}[n]) + C[n] \quad (2.35)$$

$$= k\theta_{\text{ref}}[n] - \theta_{\text{acc}}[n] + B[n] \quad (2.36)$$

avec

$$C[n] = 2\pi n [kN_{\text{ref},0} - N_{\text{acc},0}] \quad (2.37)$$

et

$$B[n] = k\delta\phi_{\text{ref}}[n] + (1 - k)\delta\phi_{\text{ceo}}[n] - \delta\phi_{\text{acc}}[n] \quad (2.38)$$

À l'équation (2.37), $N_{\text{acc},0}$ est le numéro de mode du peigne avec lequel interférait le laser accordable au démarrage de l'extraction de la phase. $N_{\text{ref},0}$ est la quantité équivalente pour le laser de référence. Si les valeurs nominales de f_r , f_{ceo} et f_{ref} sont bien connues, il est possible de calculer avec quel mode du peigne le laser de référence bat au démarrage du système ($N_{\text{ref},0}$). Il est ensuite possible de déterminer $N_{\text{acc},0}$. Comme à l'exemple donné à la section précédente, un coupleur 50/50 suivi d'une photodiode balancée permet de savoir quand les fréquences optiques des deux lasers sont séparées de moins que $f_r/2$. À ce moment, il est possible de déduire la valeur de $N_{\text{acc},0}$. Il est ensuite possible de calculer $C[n]$. La valeur de

$C[n]$ demeure valide tant que l'algorithme d'extraction de phase et de fréquence ne cause pas de saut de fréquence.

En asservissant correctement le signal d'erreur résultant à zéro, la phase de sortie analogique du synthétiseur, $\theta_{\text{acc}}(t)$, est amenée à

$$\theta_{\text{acc}}(t) = k\theta_{\text{ref}}(t) + k\delta\phi_{\text{ref}}(t) + (1 - k)\delta\phi_{\text{ceo}}[n] - \delta\phi_{\text{acc}}(t). \quad (2.39)$$

L'équation (2.39) montre que les bruits de mesure sont ajoutés à la sortie du synthétiseur.

L'avantage de cette méthode est la simplicité du résultat. La phase du synthétiseur est verrouillée à une fraction de la phase d'une seule source optique. En utilisant un laser CW stabilisé comme source de référence, il serait possible, en théorie, d'obtenir d'excellentes performances. Un désavantage de la méthode et qu'un interféromètre 1f-2f est nécessaire afin de mesurer θ_{ceo} . De plus, $N_{\text{ref},0}$ doit être connu au démarrage du système.

2.7.3 Deux lasers CW de référence

La deuxième stratégie remplace la mesure de θ_{ceo} par un battement avec un second laser de référence. Bien que cela ne requiert plus un interféromètre 1f-2f, cette stratégie est sensible aux perturbations de deux lasers qui sont souvent indépendantes. On pourrait argumenter que l'axe de fréquence résultant est plutôt arbitraire. Il est toutefois possible de verrouiller deux lasers à une même cavité optique [38]. Si cette cavité optique est asservie à un phénomène physique ultra-précis, il est possible d'obtenir un référencement absolu à l'aide de deux lasers CW de référence.

Le but de la stratégie est d'asservir le laser accordable de façon à ce que sa phase soit égale à

$$\theta_{\text{acc}}(t) = (1 - u)\theta_{\text{ref1}}(t) + u\theta_{\text{ref2}}(t) \quad (2.40)$$

sous la fréquence de coupure de l'asservissement. $\theta_{\text{ref1}}(t)$ est la phase du premier laser de référence, $\theta_{\text{ref2}}(t)$ est la phase du second laser de référence et u est un paramètre ajustable. La phase du laser accordable est verrouillée à un point intermédiaire entre les phases des deux lasers de référence. Les quantités mesurées sont

$$\phi'_{\text{acc}}[n] = \theta_{\text{acc}}[n] - \theta_{\text{ceo}}[n] - N_{\text{acc},0}\theta_r[n] + \delta\phi_{\text{acc}}[n] \quad (2.41)$$

pour le laser accordable,

$$\phi'_{\text{ref1}}[n] = \theta_{\text{ref1}}[n] - \theta_{\text{ceo}}[n] - N_{\text{ref1},0}\theta_r[n] + \delta\phi_{\text{ref1}}[n] \quad (2.42)$$

pour le premier laser de référence et

$$\phi'_{\text{ref2}}[n] = \theta_{\text{ref2}}[n] - \theta_{\text{ceo}}[n] - N_{\text{ref2},0}\theta_r[n] + \delta\phi_{\text{ref2}}[n] \quad (2.43)$$

pour le deuxième laser de référence. Le signal d'erreur de phase est calculé à l'aide de l'équation suivante :

$$e'_\theta[n] = (1 - u)\phi'_{\text{ref1}}[n] + u\phi'_{\text{ref2}}[n] - \phi'_{\text{acc}}[n] + C[n], \quad (2.44)$$

$$= (1 - u)\theta_{\text{ref1}}[n] + u\theta_{\text{ref2}}[n] - \theta_{\text{acc}}[n] + B[n] \quad (2.45)$$

avec

$$C[n] = 2\pi n [(1 - u)N_{\text{ref1},0} + uN_{\text{ref2},0} - N_{\text{acc},0}] \quad (2.46)$$

et

$$B[n] = (1 - u)\delta\phi_{\text{ref1}}[n] + u\delta\phi_{\text{ref2}}[n] - \delta\phi_{\text{acc}}[n] \quad (2.47)$$

Le signal de correction $C[n]$ peut être obtenu en suivant une procédure similaire à celle de la première stratégie. $N_{\text{ref1},0}$ est d'abord fixé à zéro. Lorsque la fréquence du laser accordable croise celle du premier laser de référence, $N_{\text{acc},0}$ est obtenu. Similairement, lorsque la fréquence croise le deuxième laser de référence, $N_{\text{ref2},0}$ est obtenu. Cela permet d'obtenir $N_{\text{ref2},0} - N_{\text{ref1},0}$. Le signal de correction peut alors être écrit comme :

$$C[n] = 2\pi n [(N_{\text{ref2},0} - N_{\text{acc},0}) - (1 - u)(N_{\text{ref2},0} - N_{\text{ref1},0})]. \quad (2.48)$$

Cela montre que $C[n]$ ne dépend que de la différence des numéros de mode entre les sources. Il n'est donc pas nécessaire d'obtenir les valeurs réelles de N_{ref1} et de N_{ref2} afin de procéder au référencement.

En asservissant correctement le signal d'erreur à zéro, la phase de sortie du synthétiseur, $\theta_{\text{acc}}(t)$, est amenée à

$$\theta_{\text{acc}}(t) = (1 - u) [\theta_{\text{ref1}}(t) + \delta\phi_{\text{ref1}}(t)] + u [\theta_{\text{ref2}}(t) + \delta\phi_{\text{ref2}}(t)] - \delta\phi_{\text{acc}}(t). \quad (2.49)$$

L'équation 2.49 montre que si $u = 0$, la fréquence de sortie du synthétiseur est verrouillée à celle du premier laser de référence. Si $u = 1$, la fréquence est verrouillée à celle du second laser de référence. Il est donc possible de verrouiller la fréquence du laser accordable à une fréquence intermédiaire entre deux lasers CW. Cela permettrait d'étendre le concept de division de fréquence optique [39] à une fraction arbitraire. Il faut noter que u n'est pas confiné entre 0 et 1. Les deux lasers CW servent de points d'appui à une grille de fréquence de référence.

2.7.4 Un laser CW référence et un oscillateur RF

La troisième et dernière stratégie considérée ici utilise également deux références. La première est, encore une fois, un laser de référence. La deuxième référence est un oscillateur de bonne qualité opérant dans les radiofréquences. L'oscillateur RF peut être un signal provenant d'un maser ou d'un oscillateur discipliné sur le temps UTC.

Le but est d'asservir la phase du laser accordable à :

$$\theta_{\text{acc}}(t) = \theta_{\text{ref}}(t) + x\theta_{\text{RF}}(t), \quad (2.50)$$

où $\theta_{\text{ref}}(t)$ est la phase du laser de référence, $\theta_{\text{RF}}(t)$ est la phase de l'oscillateur RF et x est un paramètre ajustable. Cette stratégie évite la complexité d'utiliser deux références optiques. Cependant, l'échelle de l'axe de fréquence résultant est sensible aux perturbations sur la fréquence de l'oscillateur RF. Le phénomène est amplifié à mesure que l'on s'éloigne du laser de référence. La technique offre peu d'effet de levier en comparaison avec les techniques précédentes.

Comme le bruit sur la différence de phase entre un oscillateur RF et le taux de répétition d'un peigne de fréquence est typiquement bas comparé à celui observé entre deux sources optiques, les ailes du spectre passent rapidement en dessous du plancher de bruit du système de mesures. En d'autres mots, l'usage d'une fréquence porteuse plus basse rend le système plus sensible au bruit additif sur le signal mesuré. Il est alors nécessaire d'utiliser un filtre après avoir échantillonné la sortie de l'oscillateur RF. La fréquence de coupure du filtre, f_{filt} , devrait être telle que le maximum d'information de phase entre les deux oscillateurs est conservé tout en rejetant un maximum de bruit de mesure.

Les quantités mesurées sont

$$\phi'_{\text{acc}}[n] = \theta_{\text{acc}}[n] - \theta_{\text{ceo}}[n] - N_{\text{acc},0}\theta_{\text{r}}[n] + \delta\phi_{\text{acc}}[n] \quad (2.51)$$

pour le laser accordable,

$$\phi'_{\text{ref}}[n] = \theta_{\text{ref}}[n] - \theta_{\text{ceo}}[n] - N_{\text{ref},0}\theta_{\text{r}}[n] + \delta\phi_{\text{ref}}[n] \quad (2.52)$$

pour le laser de référence et

$$\theta'_{\text{RF}}[n] = \theta_{\text{RF}}[n] + \delta\theta_{\text{RF}}[n] \quad (2.53)$$

pour l'oscillateur RF. Le signal d'erreur est donné par :

$$e'_\theta[n] = \phi'_{\text{ref}}[n] + x(r * \theta'_{\text{RF}}[n]) - \phi'_{\text{acc}}[n] + C[n] \quad (2.54)$$

$$= \theta_{\text{ref}}[n] + x(r * \theta_{\text{RF}}[n]) - \theta_{\text{acc}}[n] + B[n], \quad (2.55)$$

où $r[n]$ est la réponse impulsionnelle d'un filtre passe-bas à gain unitaire et $*$ est l'opérateur de convolution. De plus,

$$C[n] = 2\pi n [N_{\text{ref},0} - N_{\text{acc},0}] \quad (2.56)$$

et

$$B[n] = \delta\phi_{\text{ref}}[n] + x(r * \delta\theta_{\text{RF}}[n]) - \delta\phi_{\text{acc}}[n]. \quad (2.57)$$

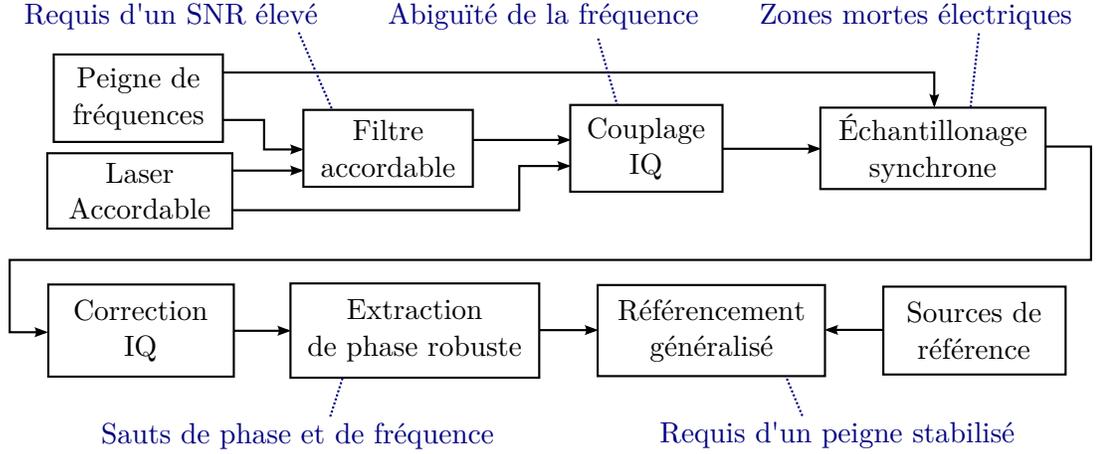


Figure 2.25 – Difficultés typiquement rencontrées lors de la synthèse de fréquences optiques et solutions proposées.

Le signal de correction $C[n]$ ne dépend pas du paramètre d'accord, mais seulement de la différence des numéros de mode initiaux. Cette différence peut être obtenue lors d'un balayage de la fréquence du laser accordable au démarrage du système comme dans le cas des autres stratégies de référencement.

En asservissant le signal d'erreur à zéro, la phase synthétisée analogique suit

$$\theta_{\text{acc}}(t) = (\theta_{\text{ref}}(t) + \delta\phi_{\text{ref}}(t)) + x (\theta_{\text{RF}}(t) + \delta\theta_{\text{RF}}(t)) \quad (2.58)$$

aux fréquences de Fourier inférieures à f_{filt} , la fréquence de coupure du filtre $r[n]$.

On peut montrer qu'aux fréquences de Fourier situées entre la fréquence de coupure du filtre et la fréquence de coupure de l'asservissement, la phase du laser accordable suit

$$\theta_{\text{acc}}(t) \approx [\theta_{\text{ref}}(t) + \delta\phi_{\text{ref}}(t)] + x \left[\frac{\langle f_{\text{RF}} \rangle}{\langle f_r \rangle} \theta_r(t) \right]. \quad (2.59)$$

où $\langle f_{\text{RF}} \rangle$ est la fréquence nominale de l'oscillateur RF et $\langle f_r \rangle$ est la valeur nominale du taux de répétition du peigne. Une démonstration mathématique est montrée à l'annexe B.

Au final, la stratégie permet d'asservir la fréquence du laser accordable à la somme de la fréquence d'un laser de référence et de la fréquence multipliée d'un oscillateur RF.

2.8 Résumé des solutions proposées

La figure 2.25 montre un diagramme conceptuel des solutions proposées aux difficultés rencontrées lors de la synthèse de fréquences optiques.

Le besoin d'un SNR élevé peut être comblé en faisant usage d'un filtre accordable basé sur l'effet acousto-optique. L'ambiguïté de la fréquence présente lors de la mesure du signal d'interférence entre le peigne de fréquence et le laser accordable peut être levée à l'aide d'un

coupleur hybride. Cette technique requiert la correction numérique de l'ellipticité potentielle du coupleur hybride. La présence de zones mortes électriques, souvent associées au filtrage passe-bande du signal d'interférence, peut être contournée en n'utilisant pas de filtre et en échantillonnant de manière synchrone avec l'arrivée des impulsions du peigne. La phase et la fréquence doivent ensuite être extraites du signal d'interférence. Cela peut être fait de manière très robuste en employant un algorithme récursif. Enfin, le signal de phase doit être verrouillé à un signal de phase de référence. Une stratégie généralisée de référencement permet de s'affranchir du requis d'un peigne de fréquences stabilisé. Plusieurs sources de référence externes peuvent être utilisées et le peigne de fréquence ne sert que d'oscillateur de transfert.

Le reste du présent mémoire porte sur une démonstration expérimentale d'un synthétiseur de fréquences optiques. Ce synthétiseur utilise les techniques présentées dans ce chapitre, prouvant ainsi leur viabilité. À l'exception du filtre accordable, dont la démonstration expérimentale a déjà été décrite, les défis pratiques liés aux autres techniques seront exposés.

Chapitre 3

Montage expérimental

3.1 Introduction à la démonstration expérimentale

Ce chapitre ainsi que les deux suivants portent sur une démonstration expérimentale des éléments présentés au chapitre précédent. L'objectif est de montrer que les solutions peuvent être implantées dans un montage réel. De plus, leur efficacité doit être vérifiée. Un objectif secondaire est de démontrer la faisabilité d'un synthétiseur de fréquences optiques complet, construit à l'aide de composantes familières. Le présent chapitre présente les détails du montage optique et électronique.

3.2 Peigne de fréquences

Un peigne de fréquences optiques fabriqué par Menlo Systems a été utilisé. Le peigne a un taux de répétition de 100 MHz et produit des impulsions d'une durée de 90 fs. Le peigne comporte plusieurs sorties fibrées fournissant chacune environ 20 mW. Le spectre optique du peigne s'étend de 1530 nm (195.9 THz) à 1650 nm (181.7 THz). L'électronique de contrôle associée permet d'ajuster à la fois le taux de répétition et la fréquence de décalage entre la porteuse et l'enveloppe. Dans le présent montage, ces deux quantités ne sont pas verrouillées et sont libres de changer.

3.3 Laser accordable

Un laser accordable New Focus 6328 a été utilisé comme source accordable. Il s'agit d'un ECLD (*Extended Cavity Laser Diode*) dont la plage d'accord s'étend de 1530 nm (195.9 THz) à 1610 nm (186.2 THz). Le contrôleur permet d'accorder la longueur d'onde de façon grossière. La résolution de la consigne est de 0.02 nm (2.5 GHz). Plusieurs autres caractéristiques rendent ce laser attrayant pour le système à l'étude.

Tout d'abord, le laser est basé sur la configuration Littman-Metcalf. Tel qu'expliqué précédemment, cela permet une opération sans saut de fréquence sur toute la plage d'accord.

Une autre caractéristique intéressante est la présence d'un actuateur piézo-électrique dans la cavité optique. Le déplacement de cet actuateur permet d'ajuster finement la fréquence optique du laser. En pratique, une plage d'ajustement de ± 0.04 nm (± 5 GHz) a été obtenue. L'actuateur piézo-électrique a une fréquence de coupure aux alentours de 1.5 kHz.

La sortie du laser est un faisceau d'environ 3 mm de diamètre. Ce dernier est collimé puis focalisé dans une fibre optique SMF-28 à l'aide d'un collimateur PAF-15X de Thorlabs. Une puissance totale de 4 dBm a été mesurée à la sortie de la fibre optique. Afin de pouvoir changer la fréquence du laser plus rapidement, un modulateur acousto-optique est ajouté à la sortie du laser. Via l'interaction acousto-optique, la fréquence optique du laser est décalée de la fréquence d'excitation. Le modèle R26027-2-1-1.55-LTD-FO-FC/APC de Gooch & Housego permet d'accorder le laser sur une plage d'environ ± 3 MHz. La fréquence de coupure de la réponse à un changement de fréquence avoisine 1 MHz. La fréquence d'excitation RF nominale est de 26 MHz.

3.4 Choix des sources de références

La stratégie de référencement basée sur une source optique et une source électrique, telle que présentée à la section 2.7.4, a été utilisée. Cette stratégie ne requiert pas d'interféromètre 1f-2f ou une paire de lasers de référence. Une attention particulière doit tout de même être portée au choix des oscillateurs. La figure 3.1 montre un schéma conceptuel du synthétiseur. La fréquence de sortie est la somme de la fréquence du laser de référence et de celle de l'oscillateur RF multipliée par un paramètre d'accord, tel que montré à l'équation (3.1).

$$f_{\text{acc}} = f_{\text{ref}} + x f_{\text{RF}} \quad (3.1)$$

3.4.1 Oscillateur discipliné sur GPS

Un oscillateur discipliné GPS (GPSDO ou *Global Positioning System Disciplined Oscillator*) a été choisi comme référence électrique. La fréquence nominale de cet oscillateur est 10 MHz. Afin de confirmer ce choix, le spectre de bruit de phase de l'oscillateur donné par le fabricant a été comparé à celui du peigne Menlo. Le bruit de phase du taux de répétition du peigne a été obtenu en comparant ce dernier à un deuxième peigne identique. La figure 3.2 montre la comparaison des bruits de phase pour une porteuse à 100 MHz.

Aux fréquences de Fourier supérieures à environ 700 Hz, le peigne de fréquence offre une meilleure performance. Il est donc important que le filtre numérique, nécessaire pour le référencement, ait une fréquence de coupure n'étant pas supérieure à cette fréquence de croisement.

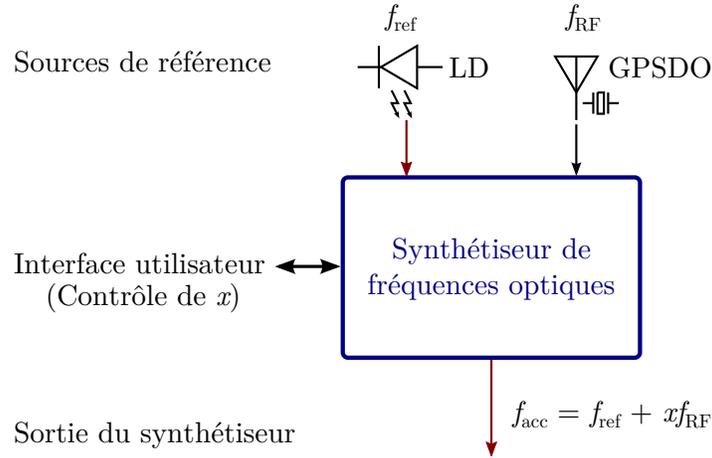


Figure 3.1 – Schéma de haut niveau du synthétiseur de fréquences optiques décrit dans ce chapitre. LD : *Laser Diode*.

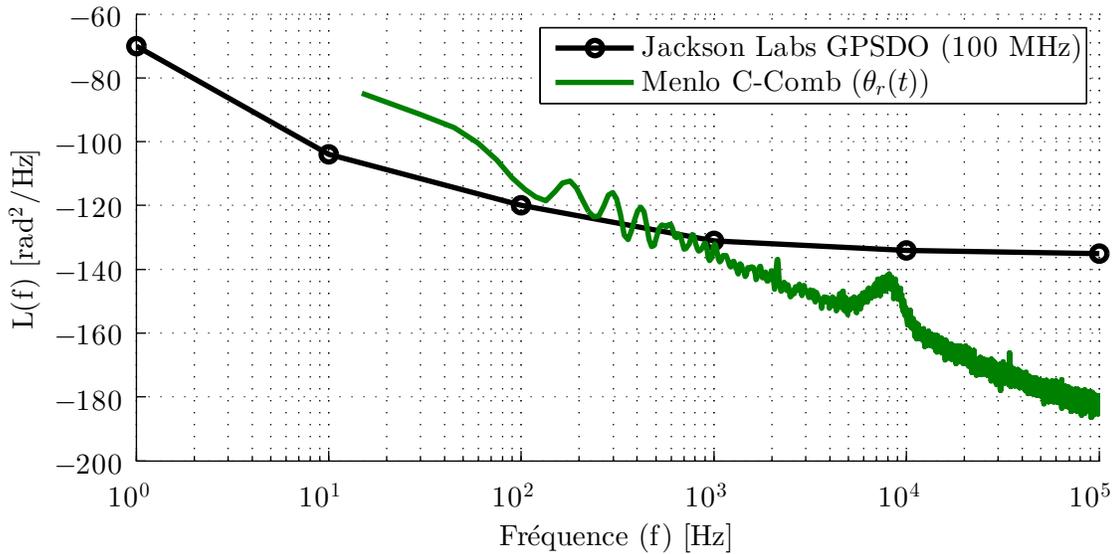


Figure 3.2 – Densités spectrales de phase du GPSDO et du peigne de fréquences utilisés dans le synthétiseur, pour une porteuse de 100 MHz.

Autrement, la phase de référence ne suit pas le meilleur oscillateur à toutes les fréquences de Fourier. Il est possible que la fréquence de coupure optimale soit inférieure à la fréquence de croisement. Cela dépend du niveau de bruit du système d’acquisition et d’extraction de phase. La figure 3.3 montre le plancher de bruit induit par l’encodage de la phase (0 à 2π) sur 10 bits¹. Pour cette combinaison particulière de peigne de fréquences, de système d’acquisition, d’oscillateur RF et de nombre de bits, la densité spectrale de phase devient dominée

1. Le niveau est donné par $10 \log_{10} [(2\pi \times 2^{-10})^2 / (100 \text{ MHz})]$.

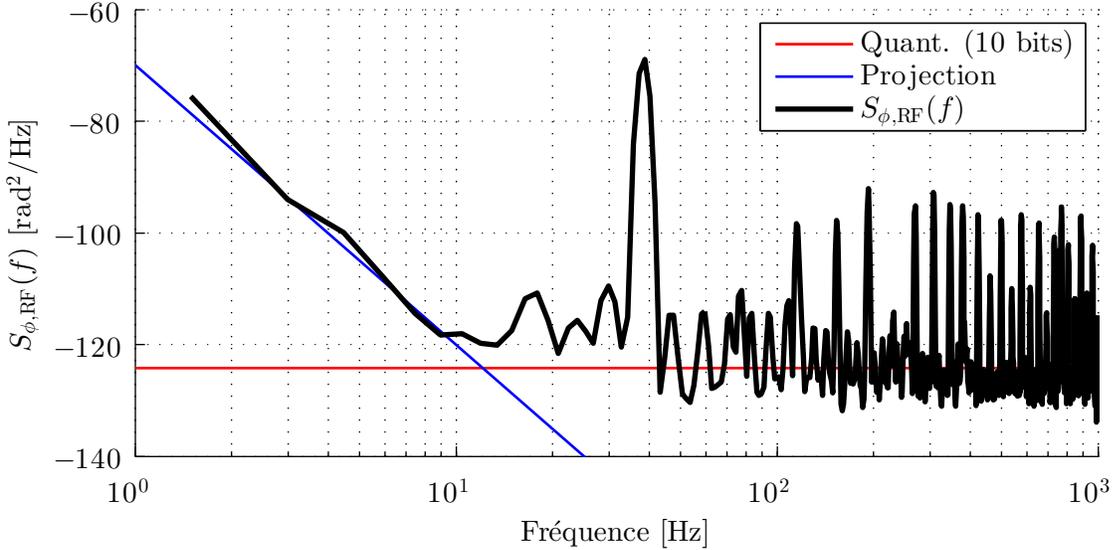


Figure 3.3 – Densité spectrale de la phase du GPSDO telle que calculée avec un système encodant la phase sur 10 bits.

par le bruit de quantification à partir de 10 Hz. Dans ce cas, il est justifié d'utiliser un filtre² passe-bas ayant une coupure à 10 Hz. Tel qu'expliqué à la section 2.7.4, la sortie du synthétiseur sera entachée des fluctuations du peigne entre 10 Hz et la fréquence de coupure de l'asservissement.

Le GPSDO comporte une antenne servant à capter les émissions de la constellation de satellites formant le système GPS. Aux fréquences de Fourier inférieures à environ 1 Hz, l'oscillateur est synchronisé au temps UTC (temps universel coordonné). Le fabricant rapporte une incertitude de 20 ns sur le temps rapporté par l'oscillateur par rapport au temps UTC. De plus, la stabilité relative en fréquence de la sortie est de 10^{-12} sur une période de 24 heures selon le fabricant. Le module comporte enfin un logiciel permettant de prendre connaissance du statut de la synchronisation.

3.4.2 Laser de référence

Un laser de télécommunication fabriqué par Redfern Integrated Optics Inc. (RIO) a été choisi comme laser de référence. La longueur d'onde du laser est 1530 nm (195.9 THz). De plus, le laser a une largeur de raie à mi-hauteur de 16 kHz. En pratique, le laser de référence et le peigne utilisés se sont avérés assez stables pour fournir un battement électrique se déplaçant de seulement quelques mégahertz en l'espace de quelques minutes. Cela n'est le cas que lorsque la température et le courant du laser sont stables. À cet effet, un contrôleur de marque ILX

2. Il faut mentionner qu'un nombre de bits plus élevé aurait pu être utilisé ici afin d'utiliser pleinement la résolution nominale de 14 bits des convertisseurs analogique numérique utilisés. Cela aurait permis d'utiliser un filtre ayant une fréquence de coupure plus élevée.

Lightwave a été utilisé comme régulateur de température et de courant. Les densités spectrales de bruit de phase de trois lasers RIO sont présentées à la figure 3.4. Les longueurs d'onde de ces lasers sont 1549 nm (193.5 THz), 1562 nm (191.9 THz) et 1530 nm (195.9 THz). Les densités spectrales ont été obtenues à l'aide de discriminateurs cohérents dont les différences de parcours sont, respectivement, 13.5 m, 10.9 m et 56.6m.³ Cette technique sera expliquée au chapitre 5.

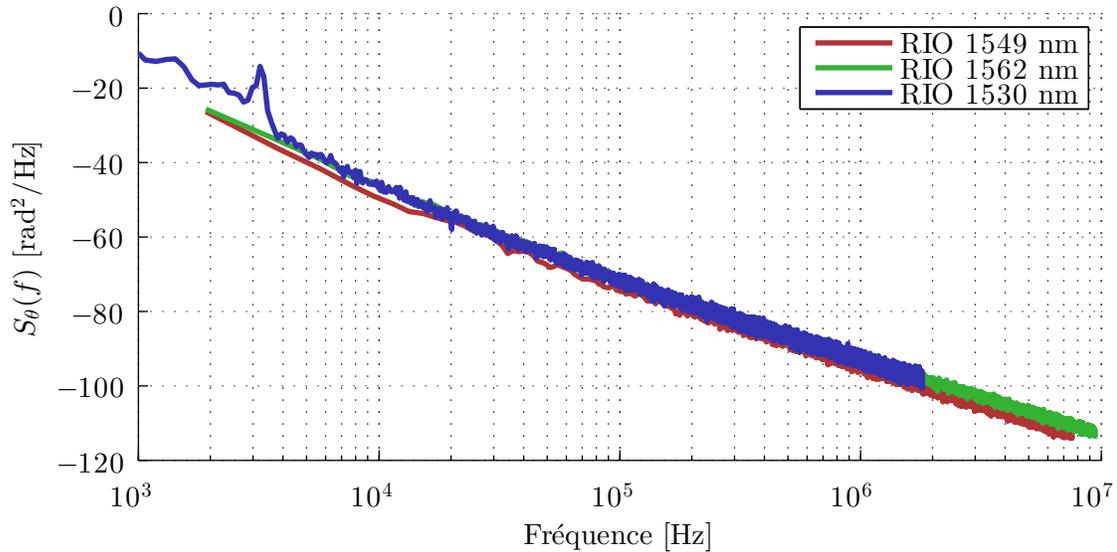


Figure 3.4 – Densité spectrale de bruit de phase de trois lasers RIO. Les densités de phase font référence aux porteuses respectives des lasers.

3.5 Architecture du synthétiseur

La figure 3.5 montre l'architecture détaillée du synthétiseur de fréquences. Les sources de références sont visibles vers le haut de la figure. L'essentiel du montage sert à obtenir des signaux de battement à haut SNR entre les diverses sources. Le montage permet également d'appliquer une rétroaction sur la fréquence d'émission du laser accordable.

La technique de détection IQ suivie de l'échantillonnage synchrone a été utilisée pour les deux lasers. En principe, pour le laser de référence, une détection « classique » à l'aide d'un coupleur 50/50 pourrait être suffisante. Cependant, comme le peigne de fréquences n'est pas stabilisé, la fréquence de battement peut se déplacer graduellement, atteignant éventuellement la fréquence nulle ou la fréquence de Nyquist.

Le peigne de fréquences est filtré à l'aide d'un réseau de diffraction TB9 de JDSU centré à 1530 nm (195.9 THz) avant d'être combiné avec le laser de référence dans un coupleur hybride

³. Les délais ne sont pas les mêmes car les expériences ont été réalisées à des moments différents. Cela n'a aucune conséquence dans le cas présent.

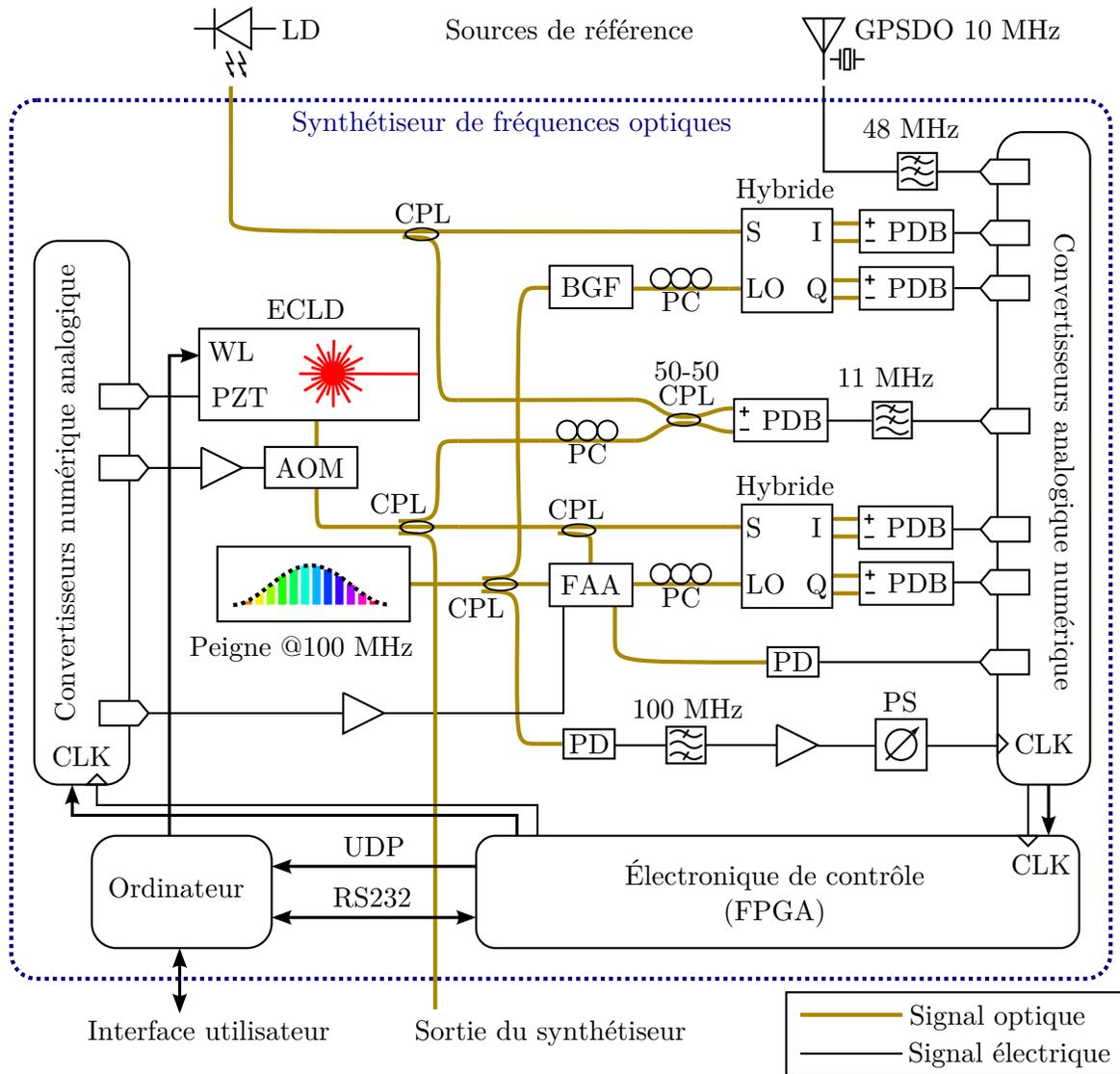


Figure 3.5 – Schéma détaillé du synthétiseur de fréquences optiques. LD : Laser Diode; ECLD : Extended Cavity Laser Diode; GPSDO : GPS Disciplined Oscillator; WL : Wavelength; BGF : Bragg Grating Filter; FAA : Filtre accordable acousto-optique; PS : Phase Shifter; PD : Photodiode; PDB : Photodiode balancée; CPL : Coupleur fibré. Chaque coupleur hybride comporte une entrée S (signal) et LO (oscillateur local).

HB-T0AFAS001-R1 d’Optoplex. Dans le cas du laser accordable, le filtre accordable présenté à la section 2.3 est utilisé avant la combinaison à l’aide d’un autre coupleur hybride d’Optoplex. La modulation d’amplitude du faisceau sonde du filtre accordable est échantillonnée. Les signaux de battement sont détectés à l’aide de 4 photodiodes balancées PDB130C de Thorlabs. Ces signaux sont échantillonnés de manière synchrone sans filtre en utilisant une version photodétectée et filtrée du peigne de fréquences comme signal d’horloge pour le convertisseur

analogique numérique. Un circuit d'ajustement de phase JSPHS de Mini-Circuit est utilisé afin de maximiser le signal échantillonné.

Un signal d'interférence est obtenu entre les deux lasers CW en utilisant un coupleur 50/50 et une photodiode balancée PDB110C de Thorlabs. La sortie de la photodiode est filtrée à l'aide d'un filtre passe-bas 11 MHz de Mini-Circuit. Le signal n'apparaît alors que lorsque la différence de fréquence entre les deux lasers est sous 11 MHz. Ce signal d'interférence sert à déterminer $C[n]$ dans l'algorithme de référencement.

Le signal du GPSDO est échantillonné à l'aide du même système d'acquisition après avoir été filtré passe-bas à l'aide d'un filtre 48 MHz de Mini-Circuit.

3.6 Signaux analogiques et phases

Plusieurs signaux analogiques sont obtenus à l'aide du montage présenté à la figure 3.5. Certains d'entre eux contiennent de l'information de phase. Pour le battement entre le laser accordable et le peigne de fréquences, les signaux suivants sont échantillonnés de manière synchrone :

$$V_{I,\text{acc}}(t) = g(t) * \left[\sum_{n=0}^{\infty} 2A_{\text{acc}}(t)A_n(t) \cos [\theta_{\text{ceo}}(t) + n\theta_r(t) + \Delta\theta_n(t) - \theta_{\text{acc}}(t)] \right] \quad (3.2)$$

pour la photodiode balancée I et

$$V_{Q,\text{acc}}(t) = g(t) * \left[\sum_{n=0}^{\infty} 2A_{\text{acc}}(t)A_n(t) \sin [\theta_{\text{ceo}}(t) + n\theta_r(t) + \Delta\theta_n(t) - \theta_{\text{acc}}(t)] \right]. \quad (3.3)$$

pour la photodiode balancée Q. $g(t)$ représente la réponse impulsionnelle des photodétecteurs PDB130C utilisés pour la mesure. Les équations (3.2) et (3.3) sont basées sur l'équation (1.14) et sur l'usage d'un hybride optique. Par souci de clarté, les termes de bruit et les imperfections de l'hybride optique ont été omis. Ces dernières peuvent être corrigées en utilisant la technique présentée à la section 2.5. Tel que mentionné à la section sur le référencement, le signal de phase pouvant être extrait de ce signal est

$$\phi'_{\text{acc}}[n] = \theta_{\text{acc}}[n] - \theta_{\text{ceo}}[n] - N_{\text{acc},0}\theta_r[n] + \delta\phi_{\text{acc}}[n]. \quad (3.4)$$

Similairement, les signaux $V_{I,\text{ref}}(t)$ et $V_{Q,\text{ref}}(t)$ permettent d'extraire la phase suivante pour le laser de référence :

$$\phi'_{\text{ref}}[n] = \theta_{\text{ref}}[n] - \theta_{\text{ceo}}[n] - N_{\text{ref},0}\theta_r[n] + \delta\phi_{\text{ref}}[n]. \quad (3.5)$$

Le signal analogique provenant du GPSDO est donné par

$$V_{\text{RF}}(t) = A_{\text{RF}}(t) \cos [\theta_{\text{RF}}(t)] \quad (3.6)$$

La phase suivante peut être extraite de ce signal :

$$\theta'_{\text{RF}}[n] = \theta_{\text{RF}}[n] + \delta\theta_{\text{RF}}[n]. \quad (3.7)$$

Il est possible d'obtenir cette phase de manière non ambiguë, car le signe de la fréquence est connu.

Enfin, le signal de battement direct entre les deux lasers CW est donné par

$$V_{\text{acc,ref}}(t) = h(t) * 2A_{\text{acc}}(t)A_{\text{CW2}}(t) \sin [\theta_{\text{acc}}(t) - \theta_{\text{ref}}(t)], \quad (3.8)$$

où $h(t)$ est la réponse impulsionnelle du filtre passe-bas 11 MHz. La phase de ce signal n'a pas à être extraite.

3.7 Note sur le routage des signaux optiques

À l'exception des faisceaux servant à l'opération du filtre accordable, tous les signaux optiques sont routés à l'aide de fibres optiques monomodes de type SMF-28. L'usage de fibre monomode permet d'obtenir une relation unique entre la fréquence optique et la vitesse de la lumière dans le milieu de propagation. Un avantage important d'un montage fibré est que ce dernier ne nécessite pas d'alignement. Un autre avantage est que plusieurs composantes optiques fibrées sont disponibles grâce au marché de la télécommunication optique.

La fibre optique a cependant certains désavantages. D'abord, la polarisation du champ optique est sensible aux contraintes mécaniques appliquées à la fibre. Ainsi, il est nécessaire de recourir à l'usage de contrôleurs de polarisation lorsque l'état de polarisation est important. Afin d'observer l'effet d'interférence de façon maximale entre deux sources optiques, les états de polarisation doivent être identiques. Dans ce qui suit, la présence d'un contrôleur de polarisation est implicite lorsqu'il est question de battements optiques. Une solution alternative est l'usage de fibre à maintien de polarisation (fibre PM). Cependant, la présence de composantes sans maintien de polarisation rend obligatoire l'usage de contrôleurs de polarisation.

Un autre désavantage de la fibre optique est sa sensibilité à la température. Une variation de température change à la fois la longueur de la fibre et son indice de réfraction effectif. Cela a pour effet de changer la longueur du trajet optique. Ainsi, quelques mètres de fibre sans contrôle environnemental provoquent d'importantes variations sur la phase du champ optique d'un laser. Une technique permettant de limiter cet effet est l'annulation Doppler [40]. Au lieu d'utiliser une telle technique, les variations de phase dues à la fibre ont plutôt été caractérisées. Tel qu'il sera décrit au chapitre 5, les dérives de phase dues à la fibre optique rendent difficile la mesure de la stabilité du système à long terme.

3.8 Électronique de contrôle

Le système comporte deux modules de contrôle. Le premier module de contrôle est un circuit logique programmable (FPGA, *Field Programmable Gate Array*). Ce dernier est utilisé afin de lire les échantillons produits par un échantillonneur à 8 canaux. Le circuit reprogrammable fonctionne de façon séquentielle et son signal d'horloge provient de l'échantillonneur. Ainsi, le circuit traite un échantillon par impulsion du peigne de fréquences. Le circuit reprogrammable effectue tous les calculs nécessaires à l'extraction de phase des sources, le référencement et l'asservissement du laser accordable en temps réel. Afin d'appliquer la rétroaction sur la fréquence, un convertisseur numérique analogique est utilisé avec deux des actionneurs mentionnés plus tôt : l'actionneur piézo-électrique et l'AOM. Ce convertisseur fonctionne avec le même signal d'horloge que le circuit reprogrammable. Le traitement de signal effectué dans le FPGA est décrit en détail au chapitre 4.

Le deuxième module de contrôle est un ordinateur de bureau. Ce dernier permet à l'utilisateur de contrôler le synthétiseur. De plus, il permet de programmer et configurer le FPGA. Enfin, le contrôle grossier de la longueur d'onde du laser accordable est effectué via un port série entre l'ordinateur et le contrôleur du laser.

3.9 Résumé du montage expérimental

La réalisation expérimentale d'un synthétiseur de fréquences optiques requiert plusieurs éléments. Ces derniers furent décrits dans la présente section. Un peigne de fréquences sert à comparer les phases des différentes sources. Un laser accordable permet de générer le signal de sortie du synthétiseur. Un laser CW et un GPSDO servent de sources de référence. Enfin, un module de contrôle basé sur un FPGA fait l'acquisition des signaux et gère la rétroaction sur la fréquence du laser accordable.

Chapitre 4

Implémentation à l'aide d'un FPGA

4.1 Matériel et communication

4.1.1 FPGA

Un FPGA (*Field Programmable Gate Array*) est un circuit intégré reprogrammable permettant d'implanter des fonctions logiques combinatoires et séquentielles. Les FPGAs modernes peuvent contenir plusieurs fonctions, incluant des éléments de mémoires, des unités de traitement de signal, des circuits de communication, etc. Ils ont également la capacité de communiquer avec d'autres circuits, lorsque placés sur un circuit imprimé.

Cette technologie a été choisie, car elle permet d'implanter à la fois les solutions présentées dans ce travail et le contrôle de la rétroaction sur la fréquence de laser accordable. La plupart des FPGA supportent un taux de traitement dépassant 100 MS/s. Dans le cas présent, cela veut dire qu'il est possible de traiter un échantillon par impulsion de peigne. Cela simplifie grandement l'implantation des algorithmes présentés plus tôt.

Le FPGA utilisé est un Virtex 6 de Xilinx. Le modèle utilisé comporte, entre autres choses, 241 152 cellules logiques, 768 multiplicateurs et un total de 14 976 kilo-octets sous la forme de blocs de mémoire. Ces éléments sont placés dans un « réseau » logique reconfigurable permettant ainsi l'implantation d'algorithmes très complexes. Afin de faciliter le développement, une plateforme de démonstration de Xilinx fut choisie. Le modèle ML605 [41] comporte un Virtex 6, un port USB servant à la programmation du FPGA, un port USB permettant la communication série, deux connecteurs FMC (*FPGA Mezzanine Card*), un circuit d'affichage DVI et VGA (*Video Graphics Array*), un circuit pour la communication Ethernet, des connecteurs SMA et plusieurs boutons poussoirs.

Le développement sur FPGA se fait avec un langage de description matérielle (HDL, *Hardware Description Language*). Le VHDL et le Verilog sont les deux langages les plus communs. L'environnement de programmation de Xilinx permet d'utiliser simultanément ces deux lan-

gages. Le projet est principalement écrit en VHDL. Une fois le code écrit, la suite logicielle Xilinx permet de traduire ce dernier en un fichier de programmation. Il est ensuite possible de programmer le FPGA à l'aide d'un ordinateur via une connexion JTAG (*Joint Test Action Group*). L'opération de programmation permet de configurer les interconnexions et les registres présents dans le FPGA. L'ordinateur utilisé pour la programmation est également utilisé pour configurer et communiquer avec le FPGA après sa programmation.

4.1.2 Convertisseur analogique-numérique

Afin de procéder à l'acquisition de données sur le FPGA, une carte de convertisseurs analogique-numérique est connectée au port FMC HPC (*High Pin Count*). Le modèle FMC108 produit par 4DSP est utilisé. Cette carte comporte 8 canaux à 14 bits et plusieurs options de gestion d'horloge. Les entrées sont filtrées passe-haut avec une coupure à 300 kHz avant d'être échantillonnées. La carte permet un taux d'échantillonnage maximal de 250 MS/s. Afin de traiter un échantillon par impulsion du peigne de fréquence, le PLL de la carte d'acquisition est désactivé et le peigne photodétecté est utilisé comme signal d'horloge.

4.1.3 Convertisseur numérique-analogique

Comme le but du projet est de contrôler un laser accordable et que cela requiert l'opération de divers actuateurs analogiques, il est nécessaire d'utiliser un convertisseur numérique-analogique après le traitement effectué par le FPGA. En l'absence d'un convertisseur numérique-analogique dédié sur la carte ML605, le circuit d'affichage DVI/VGA est utilisé. Ce circuit, lorsqu'utilisé en mode VGA, offre 3 canaux analogiques à 8 bits (rouge, vert et bleu) pouvant fonctionner à un taux maximal de 125 MS/s. La résolution de 8 bits est limitative. Il sera montré à la section 4.3.10 qu'il est possible d'augmenter la résolution effective dans certaines circonstances en utilisant une technique de quantification, aussi appelée tramage (*dithering*).

4.1.4 Protocole de communication série

Afin de contrôler le FPGA et obtenir des informations sur le statut du système, l'émulateur série USB est utilisé avec un bus série permettant de changer les valeurs de divers paramètres. À chaque paramètre configurable est associé un registre adressé. Il suffit ensuite d'ouvrir un port série sur l'ordinateur de contrôle puis d'écrire un message contenant l'adresse et la nouvelle valeur voulue du paramètre. Le protocole série permet également de transférer des données du FPGA vers l'ordinateur. Ce système ne fonctionne pas avec des adresses, mais plutôt avec un ensemble de multiplexeurs et une machine à état contrôlant le nombre d'échantillons à transmettre. Plusieurs signaux peuvent être transmis, incluant les signaux échantillonnés et les valeurs de sortie des modules de calcul.

La communication série est effectuée à un taux de 921600 Baud. L'utilisation d'un tampon de type FIFO (*First In, First Out*) permet de stocker temporairement des données échantillon-

nées à un taux supérieur. Par exemple, la sortie du multiplexeur est échantillonnée à un taux de 1.56 MS/s avec 64 bits par échantillon, ce qui excède la vitesse du port série. Cependant, si seulement un nombre limité de points est nécessaire, il est possible d'emmagasiner ces points dans un FIFO puis de vider ce dernier à un taux supporté par le port série.

4.1.5 Protocole de communication Ethernet

Pour certains signaux, il a été nécessaire d'implémenter un système de transfert plus rapide. Un transmetteur Ethernet a été conçu en utilisant un module de communication propriétaire fourni par Xilinx (EMAC, *Ethernet Media Access Control*). Le transmetteur construit des paquets UDP (*User Datagram Packet*) et utilise le circuit intégré Ethernet présent sur la carte ML605 pour transmettre les paquets sur le réseau. Afin de récolter les paquets UDP, une carte Ethernet dédiée est utilisée dans l'ordinateur de contrôle. Le taux de transfert atteignable par ce système est 1 Gbit/s. Une largeur de 8 bit mène à un taux d'échantillons de 125 MS/s. En pratique, le taux maximal est légèrement plus bas en raison des en-têtes Ethernet et UDP devant être transmis avant les données.

Comme le traitement est fait à un taux de 100 MS/s, il est possible d'obtenir un flux de données ininterrompu encodé sur 8 bits à cette vitesse. Le module de communication Ethernet est précédé d'un tampon FIFO et d'un multiplexeur permettant de sélectionner quel signal est diffusé sur le lien.

Plusieurs mesures présentées dans ce travail ont été récupérées à l'aide de ce lien de communication. Par exemple, le FPGA permet de caractériser le bruit de phase de plusieurs sources. Grâce à l'interface Ethernet, différents signaux de phase ou de fréquence peuvent être transmis à l'ordinateur de contrôle en temps réel.

4.2 Description de haut niveau du traitement de signal

4.2.1 Représentation de la phase

Comme la phase d'un oscillateur suit une rampe en fonction du temps, sa représentation requiert un nombre croissant de chiffres ou bits. Pour éviter les problèmes liés à l'augmentation incessante de la phase, une architecture sigma-delta a été choisie. Au lieu de travailler avec une représentation de la phase, seuls les incréments de phase sont considérés. Les incréments ont l'avantage d'être bornés dans la plupart des cas. Cependant, certaines précautions sont nécessaires en ce qui concerne le traitement numérique des quantités intermédiaires. Un incrément de phase peut être vu comme une fréquence instantanée. Le terme fréquence est utilisé

à partir d'ici. Les signaux de fréquence extraits sont les suivants :

$$\Delta\phi'_{\text{acc}}[n] = \phi'_{\text{acc}}[n] - \phi'_{\text{acc}}[n-1] \quad (4.1)$$

$$\Delta\phi'_{\text{ref}}[n] = \phi'_{\text{ref}}[n] - \phi'_{\text{ref}}[n-1] \quad (4.2)$$

$$\Delta\theta'_{\text{RF}}[n] = \theta'_{\text{RF}}[n] - \theta'_{\text{RF}}[n-1]. \quad (4.3)$$

Un signal d'erreur de fréquence est utilisé :

$$\Delta e'_{\theta}[n] = e'_{\theta}[n] - e'_{\theta}[n-1]. \quad (4.4)$$

Le signal de correction pour les numéros de mode, $C[n]$, est également dérivé :

$$\Delta C[n] = C[n] - C[n-1]. \quad (4.5)$$

Il est crucial que l'intégration de la fréquence redonne la phase originale. Bien que cela soit généralement le cas, certains cas pathologiques peuvent se présenter. Par exemple, arrondir la fréquence crée un sérieux problème lors de l'intégration subséquente. Ce qui est enlevé ou ajouté lors de l'arrondi ne s'intègre pas nécessairement à 0 sur une période finie, causant l'addition d'une marche aléatoire à la phase reconstruite. Une technique permettant d'éviter ce problème est décrite dans la sous-section portant sur la quantification (4.3.10).

4.2.2 Schéma bloc

Le schéma bloc de l'algorithme est présenté à la figure 4.1. Le traitement consiste essentiellement à mesurer l'erreur de fréquence entre l'oscillateur accordable et une combinaison linéaire de deux oscillateurs. Tel qu'expliqué précédemment, les battements obtenus entre le peigne et les lasers et le signal du GPSDO contiennent l'information de phase et de fréquence recherchée.

La première étape est de soustraire la fréquence du laser de référence à celle du laser accordable. Chaque battement IQ est traité par un bloc extrayant la fréquence (4.3.1). Les résultats sont ensuite traités par deux modules de gestion de mode (4.3.3). Ces derniers permettent de gérer le fait que les lasers ne battent pas toujours avec le même numéro de mode. L'objectif est d'assurer que la soustraction des deux fréquences soit une constante lorsque les fréquences optiques des deux lasers CW sont égales. Pour cela, un détecteur de battement (4.3.4) est attaché au CAN numérisant le battement direct entre les deux lasers. Lorsque la fréquence du laser accordable est à proximité de celle du laser de référence, le détecteur de battement est déclenché. À ce moment, les gestionnaires de mode sont ajustés afin que les deux battements réfèrent au même mode de peigne. Cela revient à transférer la connaissance du numéro du peigne avec lequel bat le laser de référence au laser accordable, et ainsi obtenir $C[n]$ tel que défini dans un chapitre précédent.

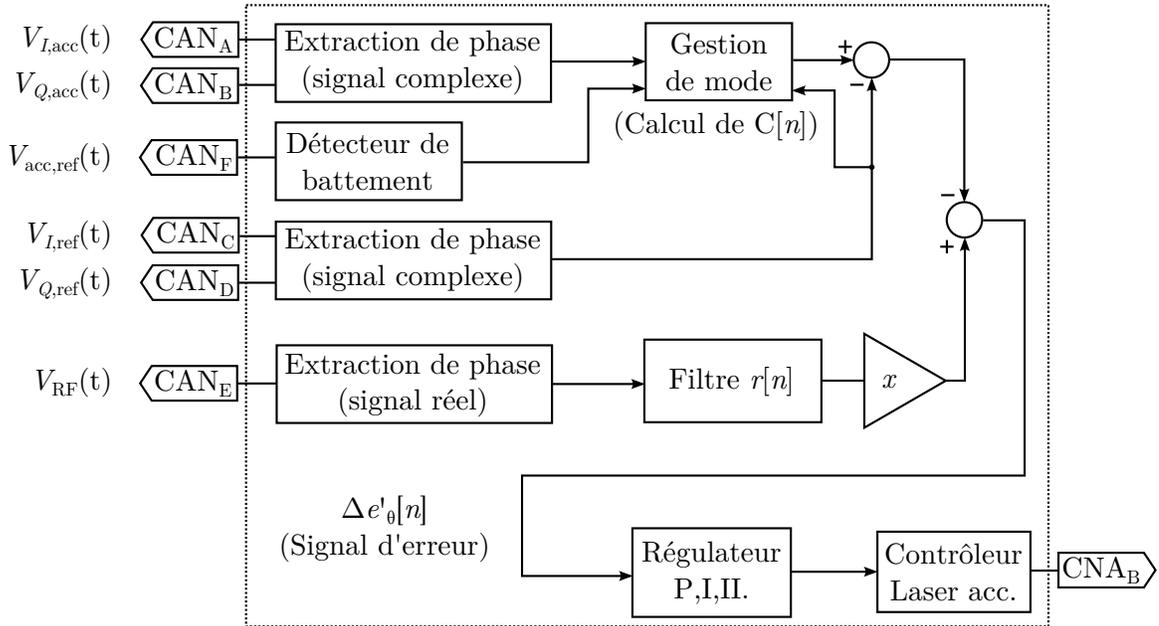


Figure 4.1 – Schéma bloc de l’algorithme de régulation du laser accordable.

Le signal du GPSDO est traité par un module extrayant la fréquence de l’onde sinusoïdale numérisée (4.3.2). La fréquence est ensuite filtrée. Ce module applique un gain et filtre la fréquence fournie à son entrée (4.3.5). Le gain avant le filtre permet d’augmenter la plage dynamique de la fréquence. La fréquence résultante est ensuite transmise à un module appliquant un gain variable x (4.3.6). Cela permet de contrôler le point d’opération du système.

La combinaison linéaire des fréquences des deux lasers et de la fréquence multipliée du GPSDO sert d’entrée à un régulateur (4.3.7). La sortie du régulateur est utilisée afin d’ajuster la fréquence du laser accordable. Un module de contrôle permet de passer d’une commande de fréquence à un ensemble de signaux de contrôle. Ces derniers sont multiplexés en fréquence et appliqués aux actionneurs correspondants via un convertisseur numérique-analogique.

4.3 Description des composantes

4.3.1 Extraction de phase avec entrée complexe (IQ)

L’obtention de la phase des battements entre le peigne et les lasers CW est une partie cruciale du traitement. L’extracteur de phase IQ est conçu afin de pouvoir gérer le balayage du laser accordable et la dérive du laser de référence. Un balayage déplace graduellement la fréquence du battement électrique. Lorsque la fréquence du laser accordable passe la fréquence d’une dent du peigne, un repliement spectral se produit. L’extracteur tient compte de cela et incrémente la fréquence extraite d’une fois la fréquence d’échantillonnage. Un phénomène similaire

se produit lorsque la fréquence d'un laser est à mi-chemin entre celles de deux modes du peigne. L'architecture des extracteurs de phase IQ est présentée à la figure 4.2. Le fonctionnement du module est basé sur l'algorithme d'extraction de phase et fréquence robuste présenté à un chapitre précédent.

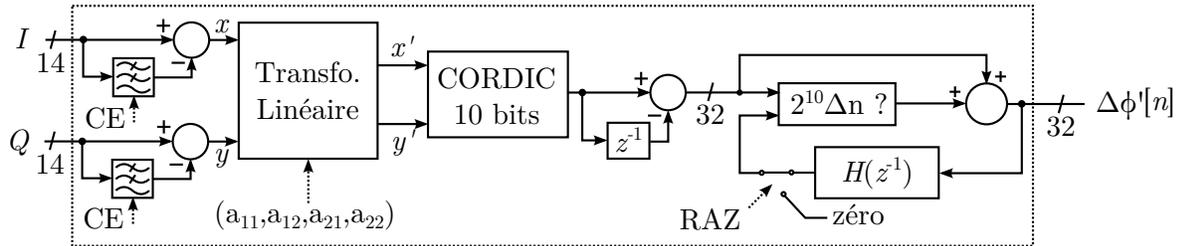


Figure 4.2 – Module d'extraction de phase avec entrée complexe (IQ). I : Entrée en phase ; Q : Entrée quadrature ; $\Delta\phi'[n]$: Fréquence extraite ; CE : *Clock Enable* ; RAZ : remise à zéro.

La première étape est d'enlever les valeurs moyennes des entrées I et Q. Il est intéressant de constater que le couplage AC de la carte d'acquisition n'empêche pas la présence d'une valeur moyenne non nulle. Dans le cas de l'échantillonnage des impulsions photodétectées, le repliement spectral des multiples du taux de répétition peut créer un niveau moyen effectif dans le FPGA. Ces valeurs devraient déjà être petites si les photodiodes sont bien balancées. De plus, l'erreur DC due aux CANs est généralement égale à quelques niveaux seulement. Enlever les valeurs moyennes est cependant nécessaire pour correctement calculer la phase du vecteur complexe et éviter l'introduction de composantes parasites sur la phase. Des filtres passe-bas IIR, tels que décrits à la section 4.3.9, peuvent être utilisés pour estimer les valeurs moyennes. Comme le phaseur suit une trajectoire circulaire (en théorie), utiliser des filtres passe-bas est tout à fait acceptable et permet de bien gérer les variations de la valeur moyenne pouvant être dues, par exemple, à une variation de la puissance optique. Par contre, cela pose problème si la fréquence du battement est sous la fréquence de coupure des filtres (ici 234 Hz^1). Afin de contourner ce problème, une entrée *Clock Enable* peut être ajoutée à l'entrée des filtres. Lorsque la commande de fréquence amène le battement en deçà de la fréquence de coupure, le filtre peut être figé, prévenant ainsi une dégradation du signal.

Une solution alternative est d'utiliser des filtres ayant des fréquences de coupure très basses (ex. : 0.1 Hz). Cette approche fonctionne bien si la largeur de raie du battement en boucle fermée excède la fréquence de coupure et que les perturbations d'angle excèdent 2π . Dans ce cas, le bruit de phase empêche les filtres de converger vers le phaseur complexe et de dégrader le signal.

1. La fréquence de coupure est donnée par $100 \text{ MHz}/(2\pi 2^N)$, où $N = 16$ est un paramètre provenant de la structure du filtre.

Après la soustraction des valeurs moyennes, les signaux centrés, dénotés I et Q sur le schéma de la figure 4.2, sont ensuite transmis à un module de transformation linéaire [33]. Idéalement, cette partie n'est pas nécessaire, car l'utilisation d'un coupleur hybride permet d'obtenir directement l'exponentielle complexe contenant l'amplitude et la phase du battement considéré. Cependant, tel que mentionné précédemment, les coupleurs hybrides ne permettent pas d'obtenir un résultat parfait. En effet, la différence de phase entre les deux canaux n'est jamais exactement 90 degrés et les pertes peuvent être différentes. À défaut de suivre un cercle parfait, le phaseur suit une ellipse. Cela est vrai si les réponses des détecteurs sont linéaires. Si des non-linéarités se produisent lors de la détection, la trajectoire peut devenir plus complexe. Par exemple, si les sorties des photodétecteurs sont saturées, la trajectoire peut ressembler à un carré arrondi. Dans le cas d'une simple ellipse, il est possible d'utiliser la technique de transformation matricielle décrite précédemment.

Lors du démarrage du système, la matrice \mathbf{A} , telle qu'introduite à l'équation (2.18), est choisie afin d'obtenir un cercle dont le rayon est 1024. Cette valeur permet d'utiliser pleinement la résolution de l'algorithme de calcul d'angle en aval, tout en permettant des diminutions et augmentations momentanées de l'amplitude. La figure 4.3 montre un exemple de transformation.

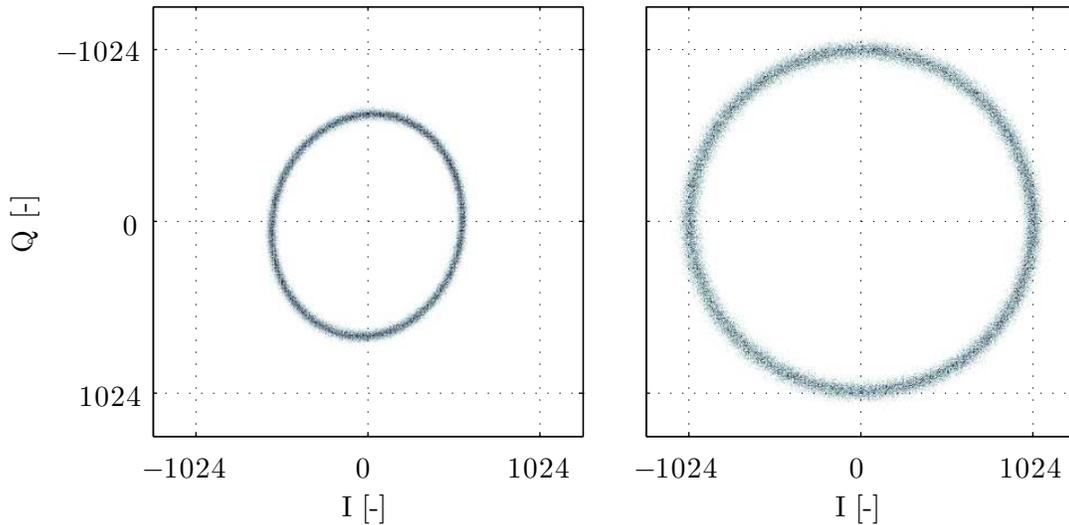


Figure 4.3 – Exemple de transformation matricielle corrigeant l'imperfection d'un coupleur hybride d'Optoplex. Gauche : avant correction ; droite : après correction.

Comme les paramètres de la transformation linéaire ne sont calculés que lors du démarrage du système, il est nécessaire de vérifier que ces derniers sont valides pour toutes les conditions d'opérations. Pour ce faire, la trajectoire du phaseur avant transformation est observée pour diverses longueurs d'onde et fréquences de battement. En ignorant les variations propor-

tionnelles d'amplitude dues aux variations de puissance, la forme de la trajectoire ne change pas significativement. Les diverses sources de bruit dominant dans tous les cas testés. Le bruit a pour effet « d'épaissir » la trajectoire, rendant ainsi les imperfections résiduelles de la trajectoire non significatives. La figure 4.4 montre la forme de la trajectoire pour plusieurs fréquences électriques de battement. Afin de déterminer si appliquer la même transformation linéaire est acceptable, il est possible de calculer les paramètres de l'ellipse pour plusieurs fréquences de battement (angle et ratio des rayons). Les résultats sont montrés à la figure 4.5. L'angle subit une variation maximale de 6 degrés sur toute la plage de fréquence, tandis que le ratio varie d'environ 3%. Pour ce qui est de la dépendance en longueur d'onde, le fabricant de l'hybride optique utilisé spécifie une variation angulaire d'au plus 5 degrés sur la plage de longueur d'onde allant de 1527 nm (196.3 THz) à 1567 nm (191.3 THz). À la lumière de ces informations et afin de simplifier la réalisation, la même transformation est appliquée pour toutes les fréquences de battement et longueurs d'onde.

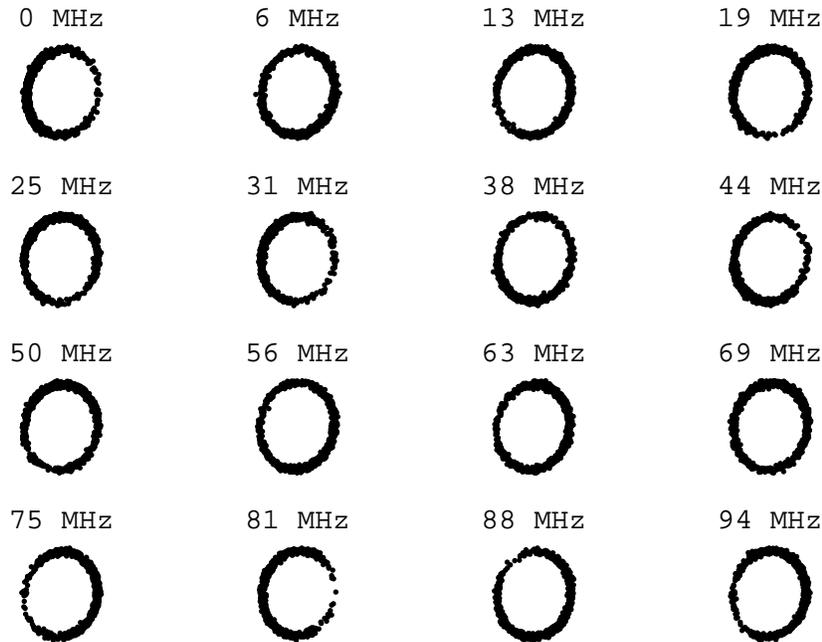


Figure 4.4 – Diagrammes IQ pour plusieurs fréquences électriques de battement. La forme de l'ellipse demeure pratiquement constante.

Une fois la transformation linéaire appliquée, l'angle du phaseur est calculé à l'aide d'un module CORDIC (*COordinate Rotation DIgital Computer*). L'angle résultant est encodé sur $B = 10$ bits, où -2^{B-1} et $2^{B-1} - 1$ sont les valeurs minimale ($-\pi$) et maximale ($+\pi(1 - 2^{1-B})$) de l'angle. Le calcul introduit un délai de 19 périodes d'horloge lorsque la résolution choisie est égale à 10 bits. Choisir une résolution supérieure aurait permis de diminuer le niveau de bruit

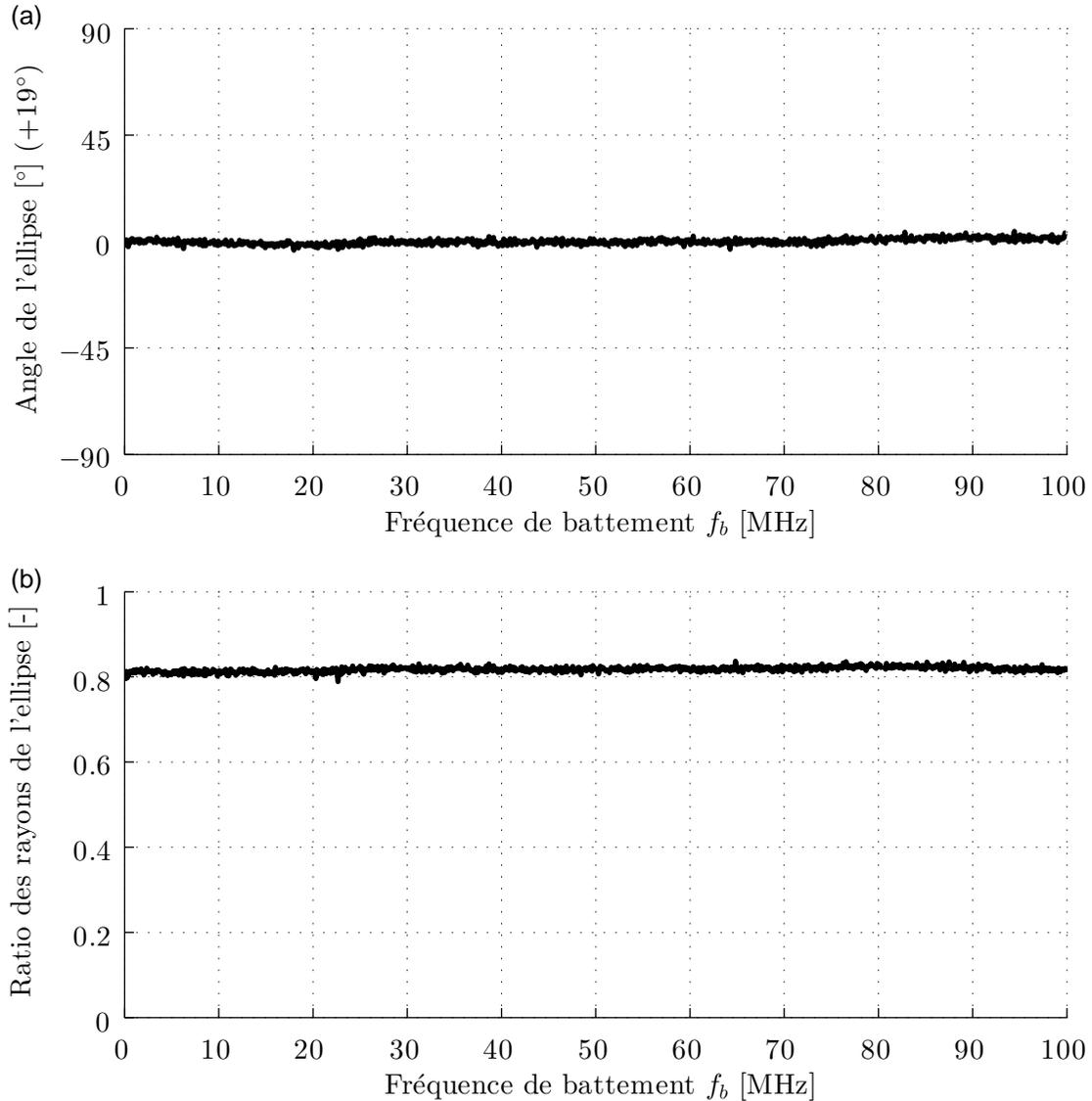


Figure 4.5 – (a) Angle de l'ellipse dans le plan IQ en fonction de la fréquence de battement. (b) Ratio des rayons.

de quantification au prix d'une latence plus importante. La latence provient de l'architecture en chaîne (*Pipeline*) du module CORDIC.

Une fois l'angle calculé, il est dérivé numériquement en utilisant un filtre ayant $1 - z^{-1}$ comme transformée en z . Le résultat est ensuite étendu à un nombre ayant 32 bits en ajoutant des bits à gauche du résultat. Cette opération est nécessaire afin d'éviter un repliement numérique en aval lorsque la fréquence du laser accordable est balayée. Il faut noter que cette extension ne change pas la résolution de la fréquence.

Les fréquences sont ensuite extraites en utilisant l'algorithme robuste présenté plus tôt dans ce travail. Le filtre utilisé est de type IIR avec une fréquence de coupure à 3 dB de 500

kHz. L'algorithme d'extraction peut être remis à zéro en court-circuitant à zéro l'entrée de l'étage de décision. Le court-circuit doit être maintenu jusqu'à ce que le filtre soit stabilisé à la nouvelle valeur de fréquence instantanée. La remise à zéro est effectuée au démarrage du système.

Comme une architecture sigma-delta est utilisée, la fréquence n'est pas intégrée à la sortie de l'algorithme d'extraction robuste.

4.3.2 Extraction de phase avec entrées I

Dans le cas de l'oscillateur RF, où seule une quadrature est disponible, la phase doit être calculée différemment. L'extracteur utilisé dans l'algorithme est basé sur un DDC (*Digital Down-Converter*). Le schéma bloc de l'extracteur est présenté à la figure 4.6.

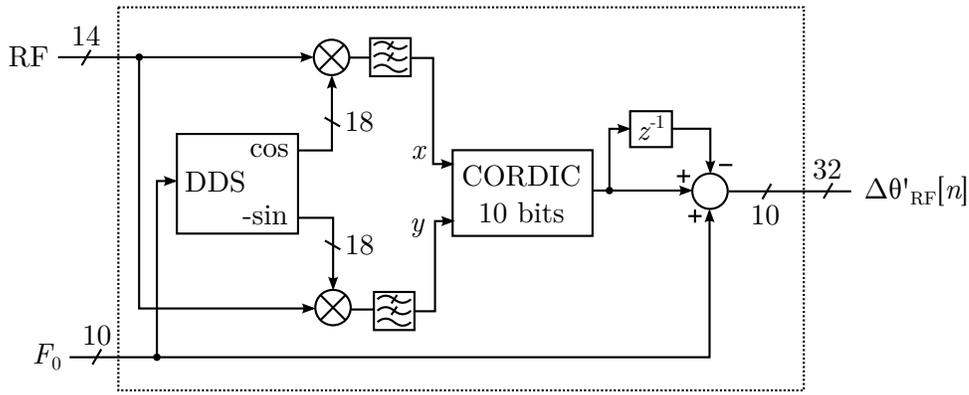


Figure 4.6 – Module d'extraction de phase avec entrée réelle. RF : Entrée (signal RF échantillonné) ; $\Delta\theta'_{\text{RF}}[n]$: Fréquence instantanée ; F_0 : Fréquence centrale du filtre passe-bande complexe.

Soit un signal réel représenté par

$$I(t) = \cos[\omega_{\text{nom}}t + \theta_{\text{dev}}(t)] = \frac{1}{2} [\exp[j(\omega_{\text{nom}}t + \theta_{\text{dev}}(t))] + \exp[-j(\omega_{\text{nom}}t + \theta_{\text{dev}}(t))]] , \quad (4.6)$$

où ω_{nom} est la fréquence angulaire nominale et $\theta_{\text{dev}}(t)$ est la déviation de phase.

En multipliant par l'exponentielle complexe $\exp[-j\omega_{\text{nom}}t]$, on obtient

$$I(t) \exp[-j\omega_{\text{nom}}t] = \frac{1}{2} [\exp[j\theta_{\text{dev}}(t)] + \exp[-j(2\omega_{\text{nom}}t + \theta_{\text{dev}}(t))]] . \quad (4.7)$$

En appliquant un filtre approprié à ce signal, il est possible d'isoler l'exponentielle complexe représentant la déviation de phase :

$$(I(t) \exp[-j\omega_{\text{nom}}t]) * h(t) = \frac{1}{2} \exp[j\theta_{\text{dev}}(t)] . \quad (4.8)$$

L'angle du phaseur résultant peut être obtenu avec l'algorithme CORDIC. Tout comme avec l'extracteur IQ, la fréquence est obtenue en dérivant le signal. Une résolution angulaire de 10 bits est utilisée. La sortie est étendue à 32 bits en ajoutant des bits à gauche du nombre.

Dans la configuration utilisée, l'extracteur sert à extraire la phase du GPSDO. Une exponentielle complexe à la fréquence nominale (10 MHz) est générée avec un DDS. La partie réelle est multipliée au signal d'entrée puis filtrée. Les mêmes opérations sont effectuées pour la partie imaginaire. Après le calcul de la fréquence, la fréquence nominale est additionnée à la fréquence afin d'annuler l'effet de la multiplication par l'exponentielle complexe. Les filtres utilisés sont du type IIR d'ordre 4 (voir section 4.3.9). La fréquence de coupure à 3 dB du filtre passe-bas est de 447 kHz. Cela permettrait d'accommoder un oscillateur avec une largeur de raie plus importante. De plus, cela donne une certaine marge de manoeuvre pour la sélection de la fréquence nominale. Après la multiplication avec l'exponentielle complexe, le signal contient une composante oscillant à 20 MHz. Le filtre utilisé offre une extinction de plus de 80 dB à cette fréquence.

4.3.3 Gestionnaires de numéro de mode

Après le démarrage du système, les extracteurs de phase IQ donnent comme résultat des fréquences se trouvant dans des régions de Nyquist arbitraires. En d'autres mots, les numéros de mode avec lesquels les lasers battent sont inconnus. La configuration utilisée ne requiert pas la connaissance absolue des numéros de mode. Cependant, la différence des numéros de mode entre les deux lasers doit être exacte pour garantir la précision en fréquence du système. Lorsque les deux lasers battent avec le même mode du peigne, les fréquences extraites doivent faire référence à la même région de Nyquist. Afin d'assurer cela, le numéro de mode du laser accordable doit être ajusté lorsque sa fréquence optique est près de celle du laser de référence. Cela correspond au calcul de $C[n]$. Le module effectuant cette opération est montré à la figure 4.7.

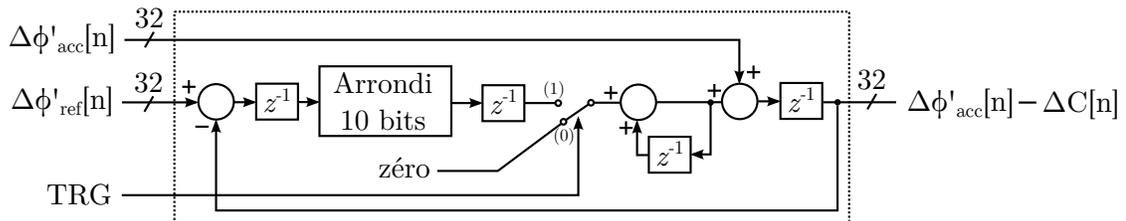


Figure 4.7 – Gestionnaire de numéro de mode. $\Delta\phi'_{acc}[n]$: Fréquence à l'entrée; $\Delta\phi'_{acc}[n] - \Delta C[n]$: Fréquence à la sortie; $\Delta\phi'_{ref}[n]$: Fréquence de référence servant à corriger $\Delta\phi'_{acc}[n]$; TRG : Signal de déclenchement. Ce signal fait passer l'interrupteur à la position (1) durant un cycle d'horloge. L'interrupteur est ensuite ramené à la position (0).

L'opération consiste essentiellement à calculer la différence actuelle des numéros de mode, puis de soustraire cette différence à la fréquence de sortie au moment opportun. En pratique, la différence des numéros de mode est obtenue en soustrayant à la fréquence du laser de référence la fréquence à la sortie du module. Cette différence est ensuite arrondie afin de donner la différence des numéros de mode. Lorsqu'un signal de déclenchement est reçu, la différence actuelle est ajoutée à la sortie. Les numéros de mode deviennent alors égaux. Le signal de déclenchement est un signal binaire qui passe à 1 pour un seul cycle lorsque la proximité des fréquences optiques est détectée. Il est important que le signal de déclenchement retombe à 0, en raison des délais inclus dans la boucle de contrôle.

4.3.4 Détecteur de battement

Le module servant à déclencher le gestionnaire de mode du laser accordable est présenté à la figure 4.8. Le battement direct entre les deux lasers CW est d'abord filtré passe-haut afin d'éliminer toute valeur moyenne ou variation lente. Le filtre utilisé est du type IIR et sa fréquence de coupure est 62 kHz. La valeur absolue du signal filtré est ensuite calculée et comparée à un niveau prédéterminé. Le résultat de cette comparaison est traité par un contrôleur. Le contrôleur génère un signal de déclenchement lorsque la valeur absolue dépasse le niveau prescrit. Le signal de déclenchement est une impulsion d'un cycle. La sortie est ensuite forcée à zéro pour quelques cycles afin de garantir le bon fonctionnement du gestionnaire de mode en aval.

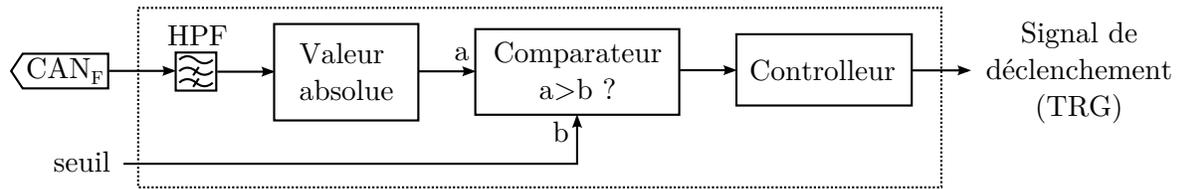


Figure 4.8 – Détecteur de battement. Ce module permet de déclencher le calcul de $C[n]$ lorsque la fréquence du laser accordable approche celle du laser de référence. HPF : *Highpass Filter* ; S : signal de battement direct entre les lasers CW.

Comme le battement est filtré passe-bas électriquement (coupure à 11 MHz) et que la vitesse de balayage maximale du laser accordable est environ $V = 20$ nm/s (2.5 THz/s), la durée attendue du battement est d'environ

$$T_{\text{battement}} \approx \frac{2f_c}{(c/\lambda_0^2)V} \approx \frac{2 \times 11 \text{ MHz} \times (1530 \text{ nm})^2}{299792458 \text{ m/s} \times 20 \text{ nm/s}} \approx 8.6 \mu\text{s}. \quad (4.9)$$

La figure 4.9 montre le battement observé lors d'un balayage à $V = 20$ nm/s. La durée totale du battement est similaire au résultat du calcul précédent.

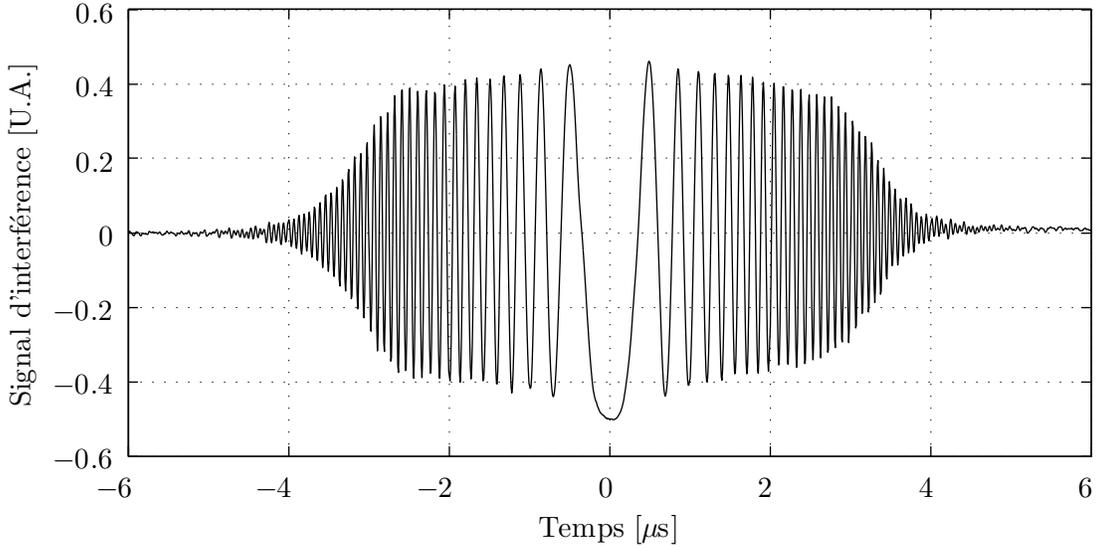


Figure 4.9 – Signal d’interférence entre les deux lasers CW lors d’un balayage de la longueur d’onde du laser accordable.

4.3.5 Filtre pour fréquence instantanée

Tel que montré au chapitre 3, le bruit de quantification domine la fréquence extraite du GPSDO aux fréquences de Fourier supérieures à 10 Hz (figure 3.3). Il est donc nécessaire de filtrer la fréquence instantanée. Ce filtre est représenté par $r[n]$ à la figure 4.1. Une attention particulière doit être portée à l’architecture du filtre, car il est important que l’opération de filtrage n’introduise pas de marche aléatoire sur la phase intégrée à partir de la fréquence.

Tel que montré à la figure 4.10, la fréquence d’entrée subit un décalage binaire de 21 bits vers la gauche (gain de 2^{21}) afin d’augmenter sa plage dynamique. Cela est nécessaire, car la partie fractionnaire de la fréquence de l’oscillateur RF est encodée dans seulement 10 bits. Filtrer cette quantité directement donnerait également un résultat quantifié dans 10 bits. Deux filtres spéciaux sont ensuite utilisés. Deux filtres identiques sont placés en série afin d’augmenter l’ordre de la fonction de transfert.

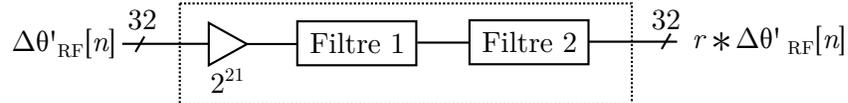


Figure 4.10 – Gain et filtres. Le gain permet de maximiser la plage dynamique occupée par la fréquence instantanée de l’oscillateur RF.

La figure 4.11 montre l’architecture des filtres. Il s’agit d’un filtre à réponse impulsionnelle infinie. La structure du filtre est telle que la phase intégrée à partir de la fréquence de sortie ne puisse pas diverger de la phase intégrée à partir de la fréquence d’entrée sur une longue

période. Cela est accompli en utilisant deux intégrateurs dans la boucle de rétroaction. Le premier intégrateur donne un estimé de la différence de phase entre l'entrée et la sortie. Si cette différence n'est pas zéro en moyenne, la sortie du second intégrateur augmente. Cela ramène graduellement la différence de phase à 0.

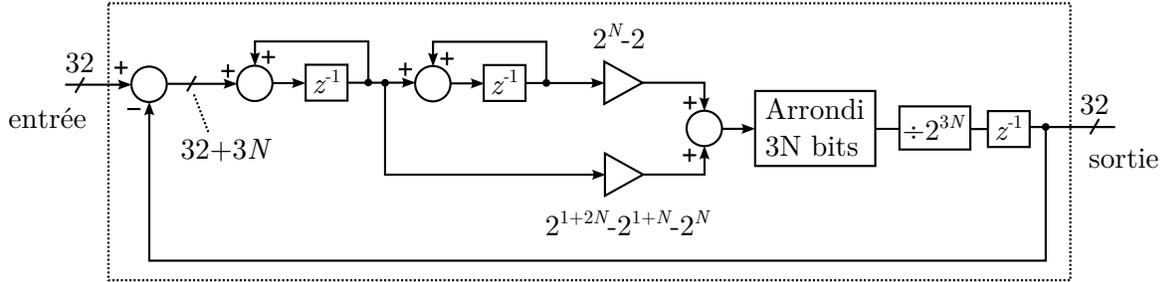


Figure 4.11 – Filtre pour fréquence instantanée.

L'ensemble de gains utilisés pour la rétroaction est choisi afin d'obtenir trois constantes de temps au dénominateur de la fonction de transfert du filtre, dont deux identiques. La fonction de transfert est

$$\frac{F_o(z)}{F_i(z)} = \frac{(2^{1-N} - 3 \times 2^{-2N}) z^{-2} + (-2^{1-3N} + 2^{2-2N} - 2^{1-N}) z^{-3}}{(1 - (1 - 2^{-N}) z^{-1})^2 (1 - 2^{1-N} z^{-1})}. \quad (4.10)$$

Il est possible de montrer que l'erreur statique de phase théorique entre l'entrée et la sortie du filtre est zéro pour un échelon de fréquence. Il suffit d'appliquer le théorème de valeur finale de la transformée en z . Le théorème est appliqué à l'intégrale de la différence entre l'entrée et la sortie.

$$\theta_{\text{err}}[\infty] = \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1) \left(\frac{1}{1 - z^{-1}} \right) (F_i(z) - F_o(z)). \quad (4.11)$$

Si l'entrée est un échelon unitaire, $F_i(z) = 1/(1 - z^{-1})$ et :

$$\theta_{\text{err}}[\infty] = \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1) \left(\frac{1}{1 - z^{-1}} \right) \left(\frac{1}{1 - z^{-1}} \right) \left(1 - \frac{F_o(z)}{F_i(z)} \right) \quad (4.12)$$

$$= \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1) \left(\frac{1}{1 - z^{-1}} \right) \left(\frac{1}{1 - z^{-1}} \right) \left(\frac{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}{(1 - (1 - 2^{-N}) z^{-1})^2 (1 - 2^{1-N} z^{-1})} \right) \quad (4.13)$$

$$= \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(z - 1)}{(1 - (1 - 2^{-N}) z^{-1})^2 (1 - 2^{1-N} z^{-1})} \quad (4.14)$$

$$= 0. \quad (4.15)$$

Cela confirme que le design à deux intégrateurs fonctionne tel que prévu. Choisir $N = 22$ pour les filtres mène à une fréquence de coupure à 3 dB d'environ 7 Hz, non loin de la fréquence optimale de 10 Hz (choisie à l'aide de la figure 3.3).

4.3.6 Gain ajustable x

Le module ajustant le point d'opération du synthétiseur est montré à la figure 4.12. Le module multiplie par x la fréquence filtrée puis quantifie le résultat pour réduire le nombre de bits utilisés. Le gain x est libre de varier dans le temps. Le quantificateur sigma-delta est conçu afin d'éviter l'ajout d'une marche aléatoire à la phase intégrée à partir de la fréquence. Ce quantificateur utilise une séquence aléatoire afin de décorréler le bruit de quantification du signal. L'architecture du quantificateur est présentée à la section 4.3.10. Pour l'instant, il suffit de mentionner que ce module réduit l'erreur de quantification à zéro à la fréquence de Fourier nulle.

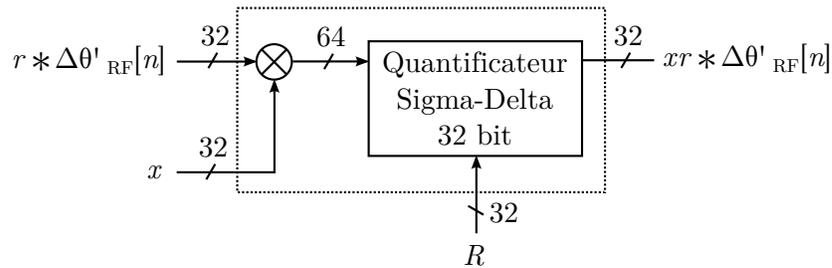


Figure 4.12 – Module de gain ajustable. Le quantificateur effectue l'équivalent d'une division par 2^{32} sans commettre d'erreur à long terme.

L'utilisation d'un filtre et d'un module de gain distincts peut sembler redondante à priori. En effet, il est possible de changer le gain à l'entrée du filtre afin de changer le point d'opération du système sans l'utilisation d'un synthétiseur. Cependant, comme le multiplicateur en question est nécessairement avant le filtre, tout changement du point d'opération est filtré. Comme le filtre utilisé a une réponse impulsionnelle très longue, il devient impraticable de contrôler le point d'opération de cette façon. L'utilisation d'un gain ajustable après le filtre permet de changer rapidement le point d'opération. Cela permettrait, par exemple, de générer des rampes de fréquence ou d'autres fonctions utiles.

L'usage d'une prémultiplication par 2^{21} dans le filtre et une division par 2^{32} après le gain ajustable signifie que la résolution d'accord est égale à $2^{-11} f_{\text{RF}}$, où f_{RF} est la fréquence nominale de la référence. Si cette dernière est 10 MHz, la résolution d'accord est 4.88 kHz. Cela pourrait être amélioré en ajustant les gains ci-mentionnés.

4.3.7 Régulateur et modulateur pour le laser accordable

Une fois le point d'opération généré, ce dernier est comparé à la différence de phase entre le laser accordable et le laser de référence. Le signal d'erreur sur la fréquence obtenu à partir de la différence de ces deux quantités sert d'entrée au module de contrôle du laser accordable. L'architecture du module est présentée à la figure 4.13.

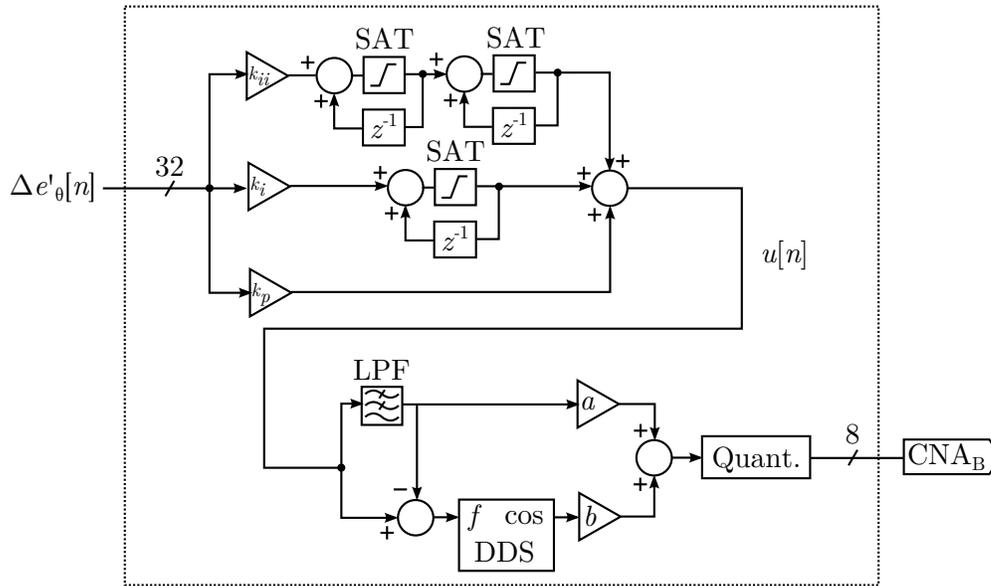


Figure 4.13 – Régulateur et modulateur pour le laser accordable. SAT : saturation ; LPF : *Lowpass Filter*.

Un régulateur à actions proportionnelles, intégrale et double intégrale est utilisé. Bien que l'entrée et la sortie du module représentent toutes deux des fréquences, la marche aléatoire de phase présente sur la DSP de la phase des lasers utilisés requiert l'utilisation d'un double intégrateur afin de faire tendre le signal d'erreur de phase vers zéro lorsque la fréquence de Fourier tend vers zéro. Le signal d'erreur de phase est simplement l'intégrale du signal d'erreur de fréquence servant d'entrée au régulateur.

Mathématiquement, les marches aléatoires de phase peuvent être modélisées comme des perturbations se traduisant par un bruit blanc de fréquence. Le spectre de puissance d'un tel bruit est une constante. En intégrant cette perturbation de fréquence, on obtient une perturbation de phase dont le spectre présente une pente de -20 dB/décade. En supposant que la dynamique du régulateur domine le comportement en boucle fermée et que le procédé ne comporte pas d'intégrateurs additionnels, on peut montrer que la fonction de transfert entre les perturbations et la sortie du système possède une pente de -40 dB/décade aux basses fréquences. Comme cette pente est supérieure à celle des perturbations, l'asservissement ramène l'erreur de phase à 0 aux basses fréquences malgré la marche aléatoire. Ce traitement n'est valide que dans la boucle. Hors de la boucle, il peut exister des perturbations empêchant l'erreur de phase de tomber à zéro aux très basses fréquences de Fourier. Il faut rappeler que les sources peuvent présenter des bruits de phase d'ordres plus élevés.

Tel qu'expliqué au chapitre précédent, l'asservissement utilise trois actuateurs distincts afin de changer la fréquence optique du laser. En premier lieu, le mécanisme d'accord dans la cavité laser est utilisé. L'accord est contrôlé à l'aide de commandes RS232 envoyées par l'ordinateur

de contrôle. Cette méthode permet d'accorder le laser sur une large bande de fréquences optiques. Cependant, l'accord est relativement lent et la précision en longueur d'onde est insuffisante pour les besoins du projet. Le mécanisme se trouvant dans la cavité permet d'accorder le laser à une vitesse maximale de 20 nm/s (2.5 THz/s). De plus, la résolution en longueur d'onde est de 0.02 nm (2.5 GHz).

La deuxième méthode d'accord utilise un actuateur piézo-électrique se trouvant dans la cavité laser. L'actuateur, contrôlé par une sortie VGA du FPGA qui est ensuite amplifiée, offre une portée de ± 0.04 nm (± 5 GHz) autour de la longueur d'accord grossière offerte par le mécanisme d'accord. Afin de connaître la dynamique du transducteur piézo-électrique, un essai d'identification a été effectué à l'aide du FPGA. En appliquant un échelon sur la commande calculée dans le FPGA, il est possible d'obtenir la réponse à l'échelon du système. De plus, en mesurant la réponse à l'aide du même FPGA, il est possible d'obtenir le gain statique directement, sans égard aux unités. La figure 4.14 montre le résultat de plusieurs essais d'identification moyennés. La réponse est similaire à celle d'un système de deuxième ordre avec un gain négatif. La dynamique a une durée observée d'environ 0.5 ms et le gain statique est -0.466×10^{-6} .

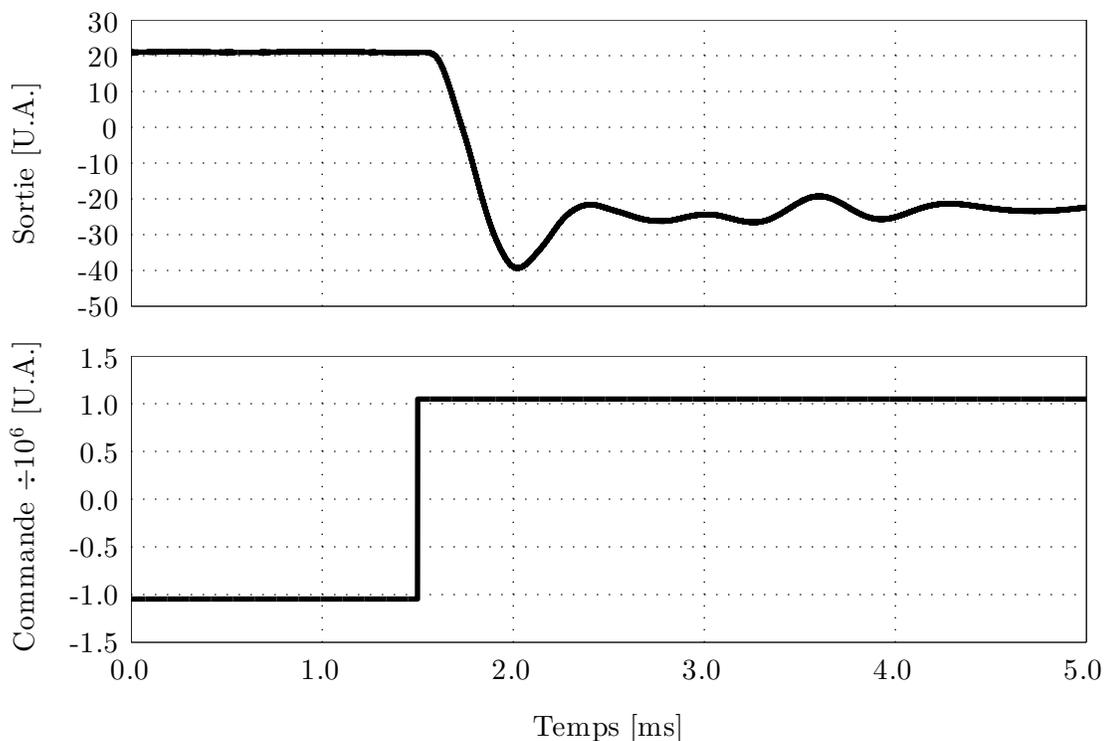


Figure 4.14 – Essai d'identification de l'actuateur piézo-électrique. Haut : sortie du procédé ; bas : commande au procédé.

La troisième méthode consiste en l'utilisation d'un modulateur acousto-optique. Le modulateur permet d'ajouter une rampe de phase au laser accordable, déplaçant ainsi légèrement sa fréquence optique. Le modulateur est contrôlé par un DDS se trouvant dans le FPGA. Le DDS a une résolution en angle de 25 bits. L'entrée du DDS est un ajustement de fréquence, et la sortie est une onde sinusoïdale. L'onde sinusoïdale est générée à l'aide d'un des convertisseurs numérique-analogique du circuit d'affichage VGA. Le signal est amplifié électriquement et sert à alimenter le modulateur. Le modulateur acousto-optique utilisé a une portée assez limitée de l'ordre de quelques MHz. Cependant, il est possible de changer la fréquence plus rapidement qu'avec l'actuateur piézo-électrique. Le résultat d'un essai d'identification est présenté à la figure 4.15. La réponse est dominée par un délai d'environ $2.2 \mu\text{s}$, causé par la vitesse de propagation finie des ondes acoustiques dans le modulateur. La dynamique suivant le délai a une durée d'environ $0.2 \mu\text{s}$ et présente un léger dépassement. La réponse du modulateur est environ 200 fois plus rapide que celle du transducteur piézo-électrique. Le gain statique prend la valeur exacte de 2^{-15} . Cela est dû au fait que les angles sont représentés sur 10 bits et que la résolution d'angle du DDS est de 25 bits. En calculant la réponse impulsionnelle

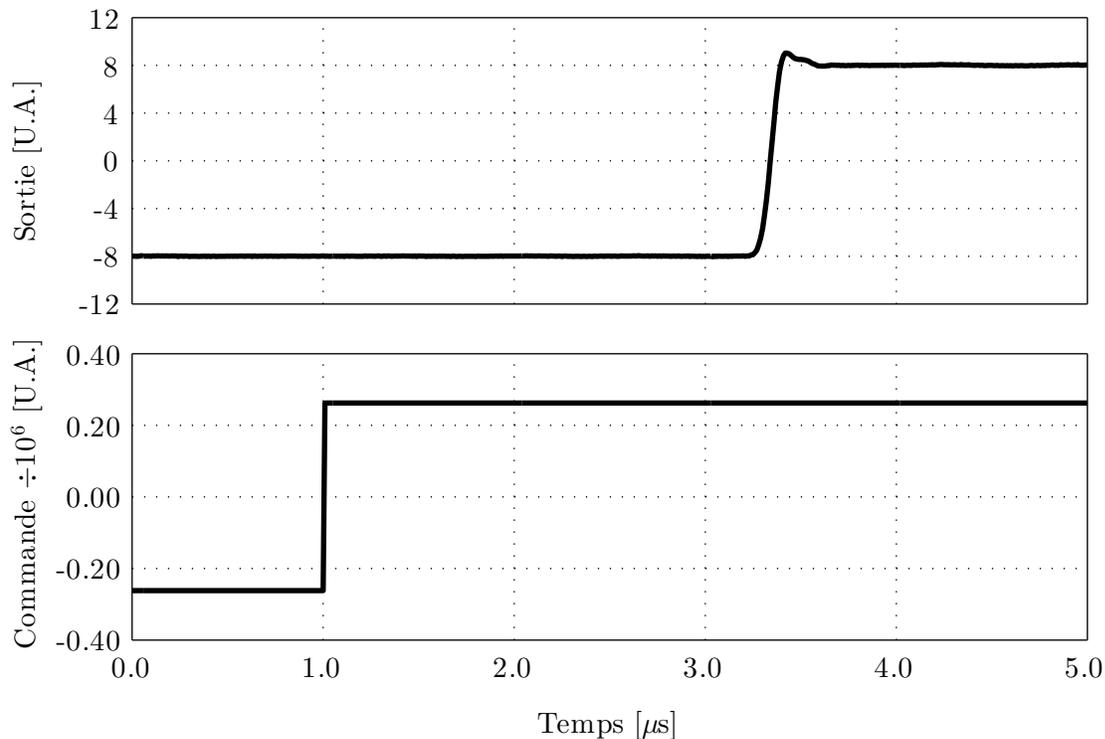


Figure 4.15 – Essai d'identification de l'actuateur acousto-optique. Haut : sortie du procédé; bas : commande au procédé.

expérimentale à partir de la réponse à l'échelon, on peut observer que la dynamique ressemble à une courbe gaussienne. Le résultat est montré à la figure 4.16. La réponse impulsionnelle a été utilisée afin de calculer le deuxième ensemble de gains du régulateur.

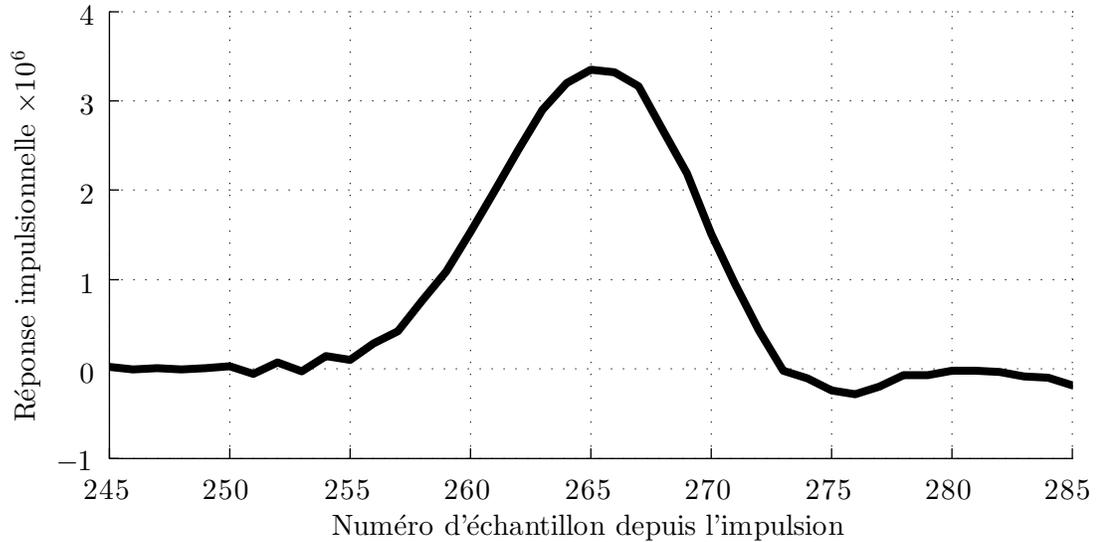


Figure 4.16 – Réponse impulsionnelle de l’actuateur acousto-optique.

Comme le système doit avoir la possibilité d’accorder la longueur d’onde sur plusieurs nanomètres et de verrouiller la phase avec une bande satisfaisante, les trois méthodes d’accord ont été utilisées. Le module dans le FPGA comporte un contrôleur transmettant périodiquement l’erreur de fréquence à l’ordinateur de contrôle. Comme les actuateurs contrôlés par le FPGA ont une portée limitée par rapport à la plage d’accord du laser, il est tout d’abord nécessaire d’accorder le laser de façon externe à l’aide de commandes séries envoyées par l’ordinateur de contrôle.

Comme le FPGA contrôle deux actuateurs à la fois, il est préférable de traiter le signal sortant du régulateur afin d’éviter de doublement appliquer les correctifs à la fréquence du laser. Ainsi, la sortie du régulateur est séparée en deux parties. La première partie est une version filtrée passe-bas du signal initial. Ce signal filtré sert à contrôler l’actuateur piézo-électrique. Le filtre utilisé est du type IIR d’ordre 2 avec une coupure à 78 Hz. Un gain est appliqué au signal filtré afin d’amener le gain statique à 2^{-15} . La deuxième partie est une version filtrée passe-haut de la commande. En pratique, ce signal est obtenu en soustrayant la version filtrée de la commande à la version non filtrée. Le signal résultant sert à contrôler le modulateur acousto-optique. Le gain appliqué à la commande envoyée au transducteur piézo-électrique permet de rendre le gain de la fonction de transfert combinée des deux actuateurs approximativement constant aux basses fréquences. La somme des deux signaux est arrondie à 8 bits (la résolution du CNA) à l’aide d’un quantificateur spécial. Ce dernier permet de réduire l’erreur de quantification à DC et à la fréquence d’excitation de l’AOM et est présenté à la section 4.3.10.

Lors de l’initialisation de l’asservissement, le contrôle des deux actuateurs est désactivé. Une fois le signal d’erreur de fréquence en deçà de la portée du transducteur piézo-électrique, le

module de contrôle dans le FPGA active le contrôle de cet actuateur et active le régulateur avec un premier ensemble de gains. Il faut noter que le contrôle du modulateur acousto-optique demeure désactivé pour l'instant. Comme le système travaille avec des fréquences, l'erreur de phase au moment où l'asservissement est activé est supposée être nulle. Cela permet d'éviter une réaction brusque au démarrage de l'asservissement. Les gains du régulateur sont ajustés afin d'obtenir une bande d'environ 30 Hz avec une marge de phase de 48°. Les diagrammes de Bode du système en boucle ouverte et en boucle fermée sont montrés à la figure 4.17. La réponse du système est estimée en supposant que le filtre digital se trouvant directement après le régulateur domine la dynamique lorsque le contrôle du modulateur acousto-optique est désactivé.

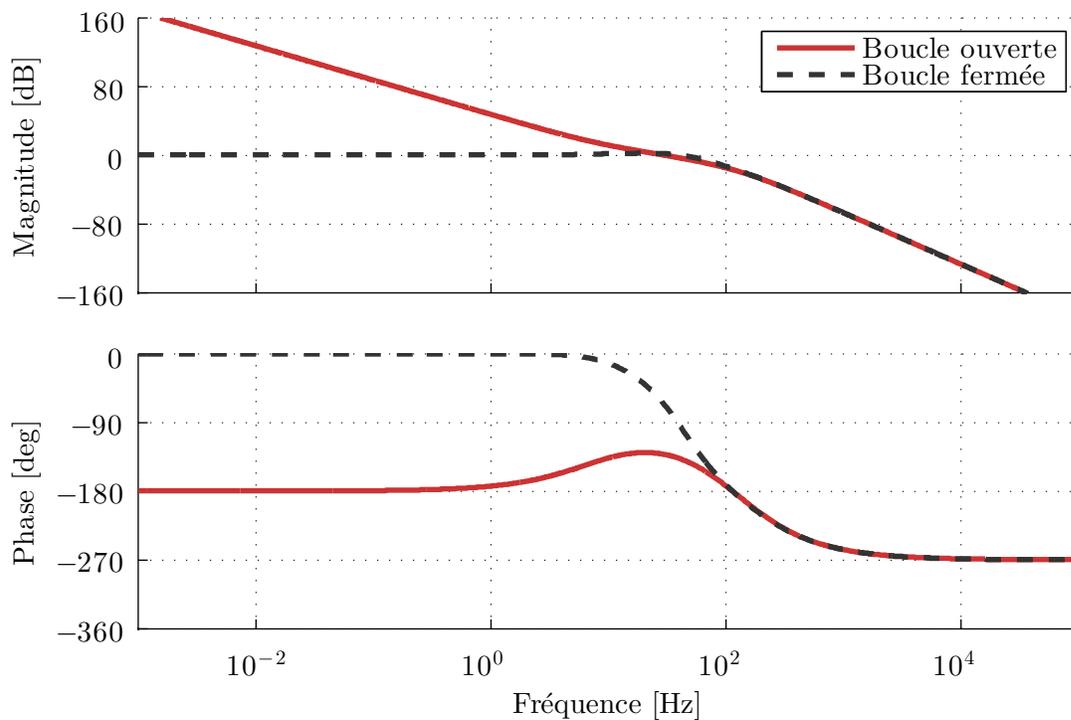


Figure 4.17 – Fonctions de transfert du système en boucle ouverte et en boucle fermée lorsque seul l'actuateur piézo-électrique est utilisé.

Cette opération permet de faire diminuer le signal d'erreur de fréquence. Lorsque ce dernier passe sous un second seuil, le contrôle active le contrôle de la fréquence d'excitation du modulateur acousto-optique. Le seuil est basé sur la portée du modulateur acousto-optique. Les gains du régulateur sont ensuite modifiés afin d'atteindre une bande d'asservissement d'environ 34 kHz et une marge de phase 33°. Les diagrammes de Bode en boucle ouverte et en boucle fermée sont présentés à la figure 4.18. La réponse du système a été calculée à l'aide de la réponse impulsionnelle du modulateur acousto-optique.

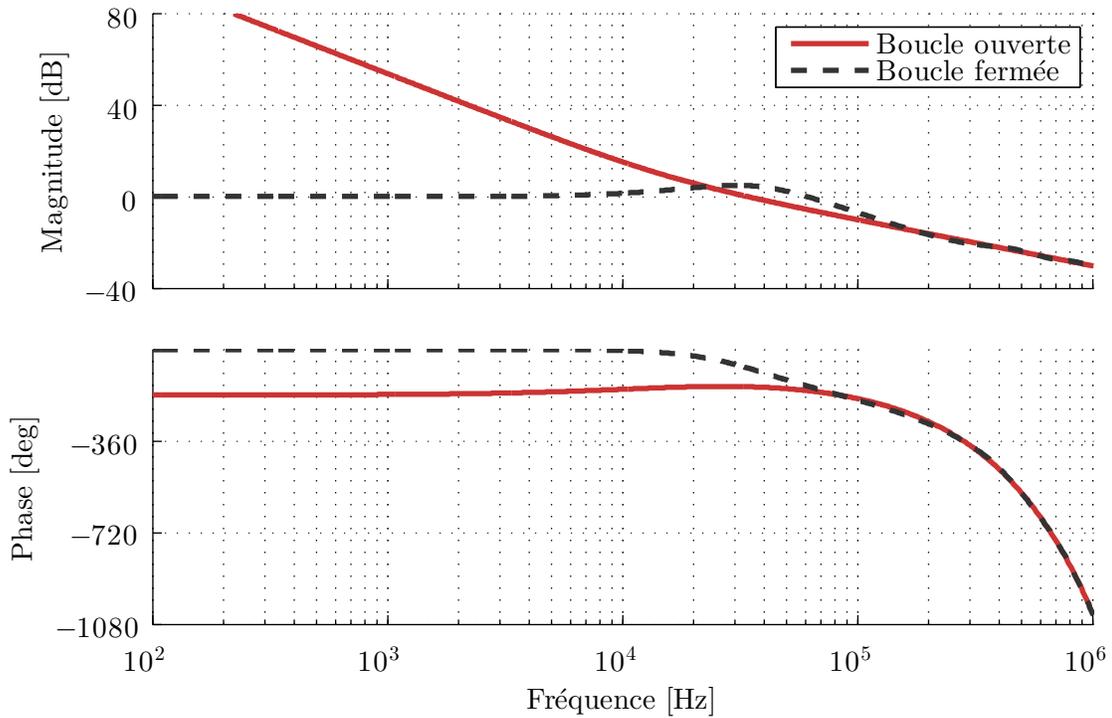


Figure 4.18 – Fonctions de transfert du système en boucle ouverte et en boucle fermée lorsque l’AOM est utilisé conjointement avec l’actuateur piézo-électrique.

Il est également utile de considérer la fonction de transfert entre les perturbations $D(z)$ et la sortie du système $Y(z)$. Si les perturbations se produisent après le procédé $G_p(z)$ et que le régulateur est représenté par $G_c(z)$, la fonction de transfert est donnée par

$$\frac{Y(z)}{D(z)} = \frac{1}{1 + G_p(z)G_c(z)} \quad (4.16)$$

Un graphique de cette fonction de transfert est présenté à la figure 4.19. En pratique, le bruit de fréquence d’un laser peut être considéré comme un bruit se produisant après le procédé (la régulation de la fréquence).

4.3.8 Régulateur et modulateur pour le filtre accordable

Le FPGA est utilisé pour réguler le filtre accordable. Bien que cette fonction aurait pu être réalisée avec de l’électronique analogique, l’implantation sur FPGA a l’avantage de faciliter la calibration du filtre et l’asservissement de sa fréquence centrale.

Tel qu’expliqué précédemment, le filtre accordable laisse passer trois faisceaux (deux trajets indépendants). Les deux trajets montrent des relations différentes entre la fréquence acoustique requise et la longueur d’onde filtrée. Le faisceau sonde est utilisé afin de déterminer la position du filtre par rapport à la longueur d’onde actuelle du laser accordable.

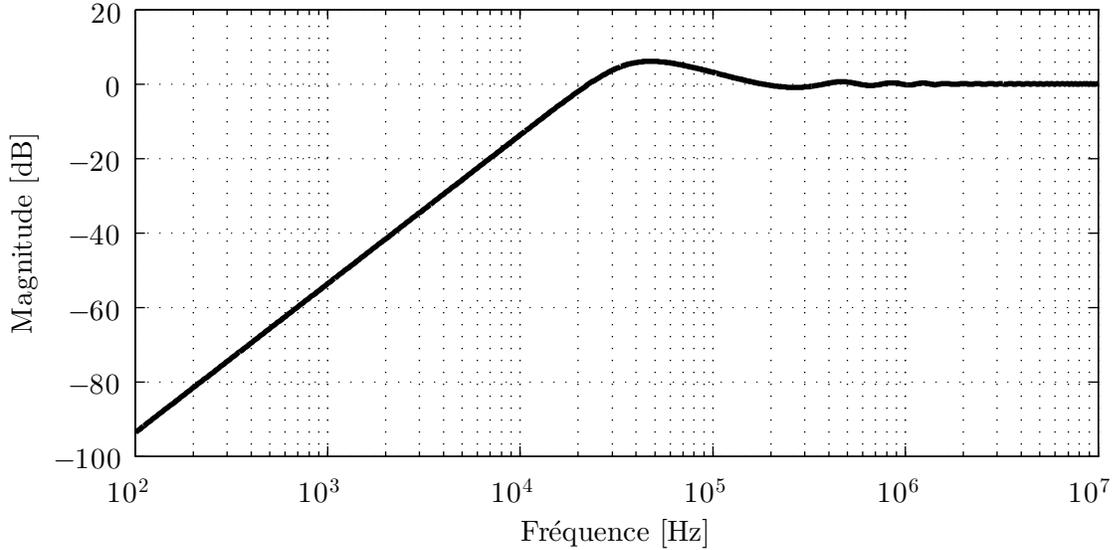


Figure 4.19 – Fonction de transfert entre les perturbations se produisant après les actuateurs et la sortie du synthétiseur.

Le module de contrôle, montré à la figure 4.20, calcule le signal d’erreur en multipliant la modulation d’amplitude observée par une onde carrée ayant une relation de phase bien définie avec l’onde carrée servant à moduler une des fréquences acoustiques. Tel que le suggère la figure 2.5, un léger déphasage est nécessaire afin d’optimiser le signal d’erreur.

Une fois le signal d’erreur obtenu, il est possible d’utiliser ce dernier pour réguler la position du filtre. Le signal d’erreur sert d’entrée à un régulateur PI (proportionnel et intégral). La sortie de ce dernier sert d’entrée à deux DDS, un pour chaque faisceau filtré par l’AOTF. Chaque DDS est précédé par une fonction linéaire ayant la forme

$$f[n] = a_0 + a_1 u[n] \quad (4.17)$$

où $f[n]$ est la commande de fréquence envoyée au DDS, $u[n]$ est la commande provenant du régulateur et a_0 et a_1 sont des constantes déterminées à l’aide de la calibration présentée à la figure 2.3. Deux ensembles de constantes sont nécessaires, (a_0, a_1) et (b_0, b_1) , en raison de la présence de deux faisceaux. L’onde carrée mentionnée plus haut est ajoutée à la commande de fréquence du DDS assigné au faisceau sonde afin de générer la modulation de fréquence.

Les sorties des deux DDS sont additionnées. La somme est ensuite quantifiée à 8 bits, la résolution du convertisseur numérique-analogique. Afin de réduire le plancher de bruit de quantification dans la bande d’intérêt, un quantificateur spécial est utilisé. Ce dernier est décrit à la section 4.3.10.

Les paramètres du régulateur PI ont été ajustés afin d’obtenir une bande d’environ 100 Hz. La figure 4.21 montre la densité spectrale du bruit sur le signal d’erreur en boucle ouverte

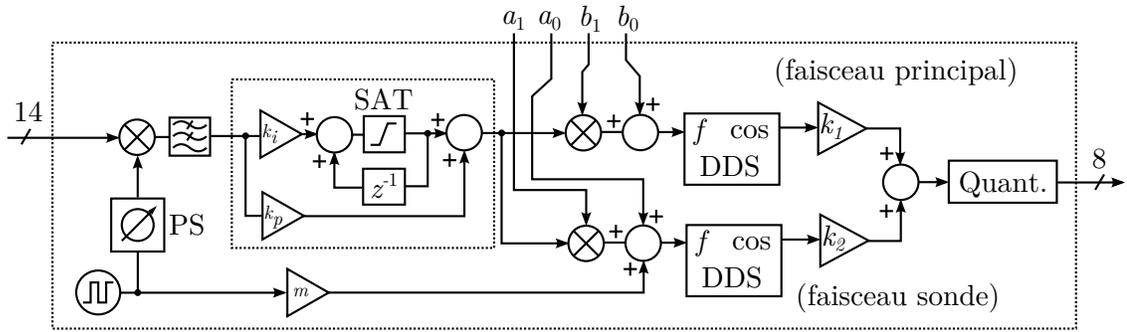


Figure 4.20 – Régulateur et modulateurs pour le filtre accordable. PS : *Phase Shift*; SAT : saturation.

et en boucle fermée. On peut voir que la boucle de régulation réduit le bruit aux fréquences inférieures à 100 Hz.

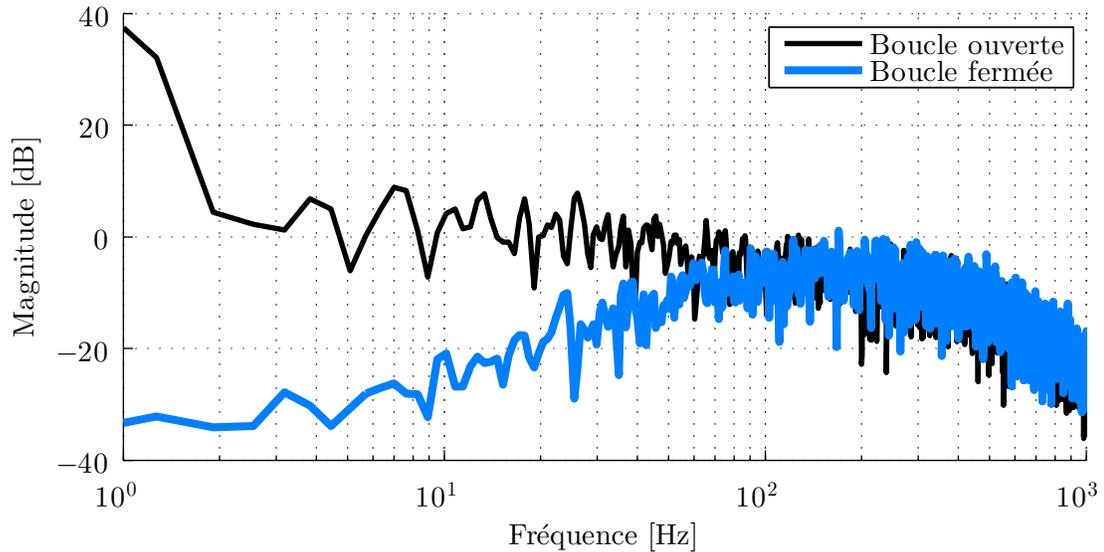


Figure 4.21 – Densité spectrale de bruit du signal d’erreur en boucle ouverte et en boucle fermée.

4.3.9 Filtres à réponses impulsionnelles infinies

Plusieurs filtres utilisés dans l’algorithme (voir sections 4.3.1, 4.3.2 et 4.3.4) sont basés sur l’architecture présentée à la figure 4.22. Cette architecture n’utilise que des multiplications et divisions par des puissances de 2, facilitant ainsi l’implantation dans le FPGA. La boucle de rétroaction d’une durée d’un cycle est bien gérée par l’architecture du Virtex 6 utilisé. Cependant, cela pourrait devenir une limitation pour une fréquence d’horloge plus élevée en raison des délais occasionnés par les opérations d’arithmétique.

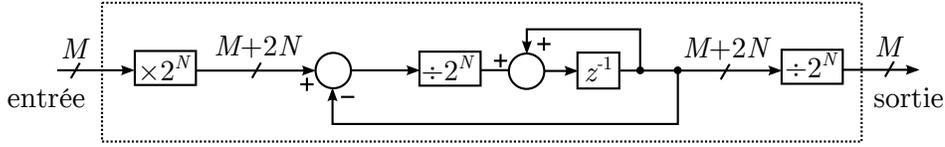


Figure 4.22 – Filtre passe-bas à réponse impulsionnelle infinie paramétrisé.

Le filtre est programmé avec un paramètre générique, N , permettant de choisir la fréquence de coupure du filtre de premier ordre. Durant un cycle d’horloge, une addition de trois nombres de $M + 2N$ bits doit être effectuée, où M est un autre paramètre générique représentant le nombre de bits des données filtrées. La fonction de transfert du filtre est

$$H_{\text{passe-bas}}(z) = \frac{2^{-N} z^{-1}}{1 - (1 - 2^{-N}) z^{-1}} \quad (4.18)$$

La figure 4.22 montre une multiplication et une division par 2^N . Ces opérations sont nécessaires afin d’augmenter le nombre de décimales des opérandes internes. Cela permet d’éviter certaines instabilités numériques.

Il est possible de réaliser un filtre passe-haut en soustrayant à un signal sa version filtrée passe-bas :

$$H_{\text{passe-haut}}(z) = 1 - H_{\text{passe-bas}}(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - (1 - 2^{-N}) z^{-1}} \quad (4.19)$$

Enfin, il est possible d’obtenir des filtres d’ordres plus élevés en cascade plusieurs filtres d’ordre 1.

4.3.10 Quantificateurs

L’opération de quantification telle qu’utilisée dans le présent travail consiste ici à diviser un nombre binaire par une puissance entière et positive de 2 afin de réduire son nombre de bits. Les bits à droite du nombre doivent être enlevés en arrondissant le nombre. La quantité enlevée lors de l’arrondissement n’est pas réutilisée. Lorsque ce type de quantification est effectué sur un signal ayant une composante aléatoire suffisamment importante, l’arrondissement ajoute l’équivalent d’un bruit blanc au signal. Ce bruit est problématique lorsque le signal doit être intégré. En effet, le bruit blanc sur le signal est traduit en une marche aléatoire sur le signal de sortie. Cet effet est indésirable dans un asservissement de phase où les signaux de contrôle sont des fréquences, comme dans le cas présent. Un autre problème causé par l’arrondissement provient de sa définition même : un niveau à la sortie du quantificateur peut correspondre à plusieurs niveaux à son entrée.

Il est possible de limiter les problèmes mentionnés plus haut en utilisant une technique plus avancée de quantification, inspirée par la modulation Sigma-Delta [42]. De façon générale, il

s'agit de réutiliser les quantités retranchées lors de l'arrondissement à l'aide d'une boucle de rétroaction. Le concept est illustré à la figure 4.23. Ici, l'entrée $D_i[n]$ est un nombre de N bits tandis que la sortie $D_o[n]$ est représentée avec M bits. La quantification a pour effet de diviser le nombre à l'entrée par 2^{N-M} . L'opération d'arrondi retranche $N - M$ bits à chaque échantillon. La partie retranchée est filtrée par $H(z)$, pour ensuite être additionnée à l'entrée. Cela crée une boucle de rétroaction.

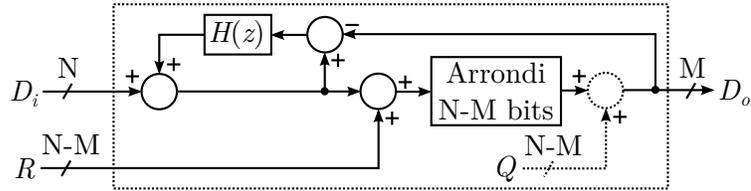


Figure 4.23 – Module de quantification généralisé.

L'opération d'arrondi ajoute un bruit blanc lorsque le signal à l'entrée contient un bruit dont l'amplitude est au moins comparable à 2^{N-M} . Ce bruit est représenté par le signal $Q[n]$ dans la figure. Si le bruit n'est pas suffisant, l'arrondissement peut introduire un biais ou d'autres types de distorsion. Afin d'éviter cela, un bruit artificiel peut être ajouté au signal avant l'opération d'arrondi afin d'essentiellement décorréler le bruit ajouté par l'arrondissement. Ce bruit artificiel est représenté par $R[n]$ dans la figure. Cette technique est connue sous le nom de tramage (*dithering*) dans la littérature. En pratique, il est possible de générer ce bruit avec un générateur de nombres pseudo-aléatoires, tel que celui présenté plus loin.

On peut montrer que la sortie du quantificateur est liée au signal d'entrée et aux bruits par :

$$D_o(z) = D_i(z) + (1 - H(z))(Q(z) + R(z)) \quad (4.20)$$

L'effet de la division suivant le quantificateur a été ignoré ici. Un quantificateur très utile est obtenu en posant

$$H(z) = z^{-1}. \quad (4.21)$$

Cela revient à prendre la quantité retranchée par l'arrondissement et l'ajouter au prochain échantillon à l'entrée. Ainsi, rien n'est perdu ou ajouté à long terme. D'un point de vue spectral, le bruit ajouté par la quantification est ramené à zéro à la fréquence nulle, tel que montré à la figure 4.24 (courbe appelée « DC »). Il est possible d'utiliser un tel quantificateur à l'entrée d'un convertisseur numérique-analogique. Cela permet d'augmenter la résolution effective de la conversion.

D'autres configurations sont possibles. Il est en effet possible de réduire le bruit de quantification dans d'autres bandes de fréquence. Dans le cas du contrôleur du laser accordable, du

contenu est présent en bande de base et autour de la fréquence d'excitation de l'AOM utilisé (environ 26 MHz). En choisissant

$$H(z) = -1.1875z^{-2} + 0.4375z^{-3} + 0.5625z^{-4} + 0.4375z^{-5} + 0.7500z^{-6}, \quad (4.22)$$

il est possible de réduire le bruit de quantification autour des signaux d'intérêt. Ce filtre est conçu par placement de pôles suivis d'ajustements manuels afin d'utiliser une quantité raisonnable de ressources dans le FPGA. Le retard de deux coups d'horloge facilite le respect des contraintes de temps imposées par le matériel. Tel que montré à la figure 4.24, le bruit de quantification est amplifié dans certaines bandes de fréquence. Bien que cela soit indésirable, la majeure partie de ce bruit est filtrée par les phénomènes physiques régissant les actionneurs utilisés. Par exemple, l'actionneur piézo-électrique rejette la majeure partie de la puissance aux fréquences supérieures à 1.5 kHz. De façon analogue, l'AOM ne répond que sur une bande de quelques mégahertz autour de sa fréquence d'excitation.

De façon analogue, un filtre a été conçu afin de rejeter le bruit de quantification dans bande d'opération de l'AOTF :

$$H(z) = 0.2500z^{-2} + 1.6250z^{-3} - 0.1250z^{-4} + 0.6250z^{-5} + 0.2500z^{-6} + 0.9375z^{-7}. \quad (4.23)$$

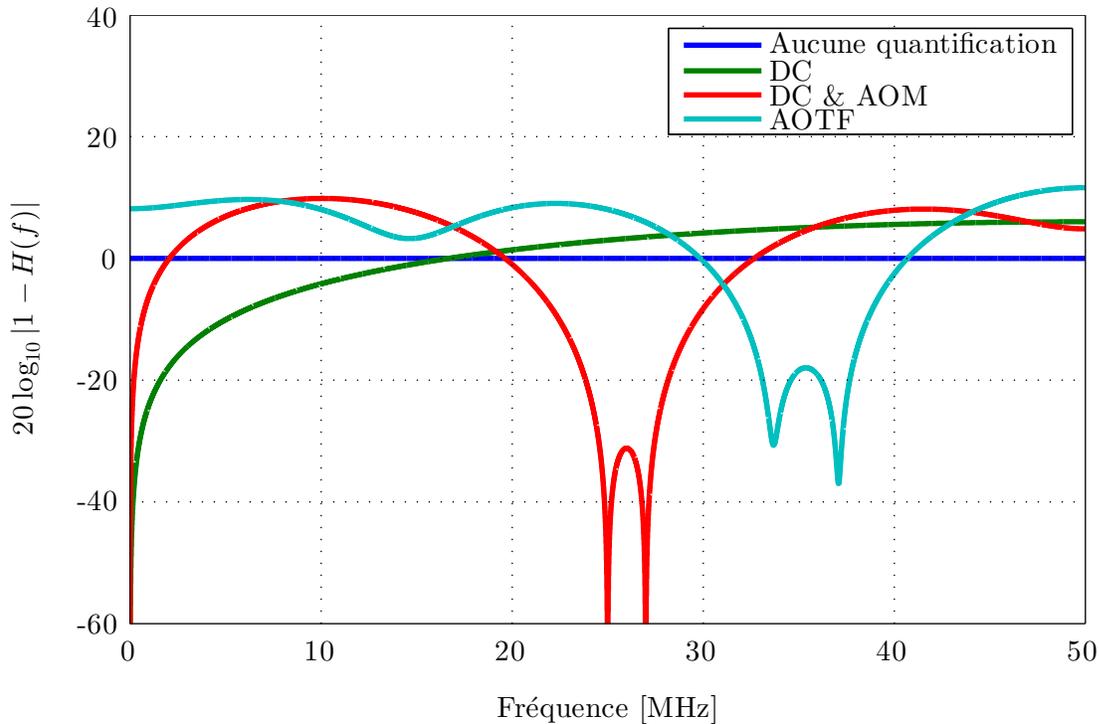


Figure 4.24 – Fonction de transfert entre le bruit de quantification et la sortie du quantificateur pour trois configurations de rétroaction. DC : équation (4.21) ; DC & AOM : équation (4.22) ; AOTF : équation (4.23).

4.3.11 Générateur de nombres pseudoaléatoires

Un générateur de nombres pseudo-aléatoires a été réalisé afin d'ajouter du bruit artificiel lors de l'opération de quantification présentée précédemment. Afin de s'assurer que la corrélation entre les échantillons soit minimale, le générateur est basé sur le « Mersenne Twister » [43]. Ce type de générateur est très populaire en raison de ses nombreux avantages. Il possède une période de $2^{19937} - 1$ échantillons et génère des nombres à 32 bits. De plus, le flux de nombres pseudoaléatoires a d'excellentes propriétés statistiques. À toutes fins pratiques, le résultat est un bruit blanc uniformément distribué. Enfin, il est possible de choisir un sous-ensemble des 32 bits de sortie afin de générer une nouvelle séquence avec le nombre voulu de bits. Cette séquence possède également d'excellentes propriétés statistiques.

4.3.12 Résumé de l'implémentation à l'aide d'un FPGA

Dans la présente section, les détails techniques entourant le traitement de signal sur un FPGA furent présentés. Un FPGA de Xilinx fut utilisé afin de traiter les différents signaux numérisés et de calculer la rétroaction à appliquer sur la fréquence optique du laser accordable. Le traitement de signal comporte plusieurs étapes importantes, dont l'extraction des phases, le calcul du signal d'erreur et le contrôle du laser accordable.

Chapitre 5

Mesure des performances

5.1 Introduction à la mesure des performances

Ce chapitre porte sur l'évaluation des performances du système tel que décrit au chapitre précédent. Afin d'obtenir la caractérisation la plus complète possible, plusieurs techniques sont utilisées.

D'abord, une étude générale des signaux du système en boucle ouverte est faite. Les signaux du système regroupent tous les signaux internes de la boucle de rétroaction. L'exemple le plus notable est le signal d'erreur alimentant le régulateur. Le comportement des signaux en boucle fermée a ensuite été étudié. Le but de ces mesures est de démontrer que le système rencontre les spécifications établies lors de sa conception, incluant la bande d'asservissement et le rapport signal sur bruit.

Par la suite, le bon comportement des systèmes de déroulage de phase et de référencement est vérifié. Afin d'être certains de la robustesse de ces systèmes, ces derniers sont testés à des décalages (x) équivalents à plusieurs nanomètres.

Enfin, plusieurs mesures sont effectuées afin de caractériser la stabilité en fréquence du système. Afin d'obtenir un portrait global de la performance, des mesures à court terme et à long terme sont faites. Les techniques de mesure utilisées sont le discriminateur cohérent, le battement indirect en utilisant un autre peigne, le battement direct entre le laser de référence et le laser accordable et le suivi des résidus de phase à long terme.

5.2 Comportement général en boucle ouverte

Les signaux échantillonnés ainsi que leur spectre de puissance sont présentés aux figures 5.1 et 5.2. Le rapport signal sur bruit dans une bande de 100 kHz est 51 dB pour le laser accordable et 60 dB pour le laser de référence. Pour le signal du GPSDO, le rapport signal sur bruit est de 79 dB dans 100 kHz. Des harmoniques de 10 MHz sont visibles.

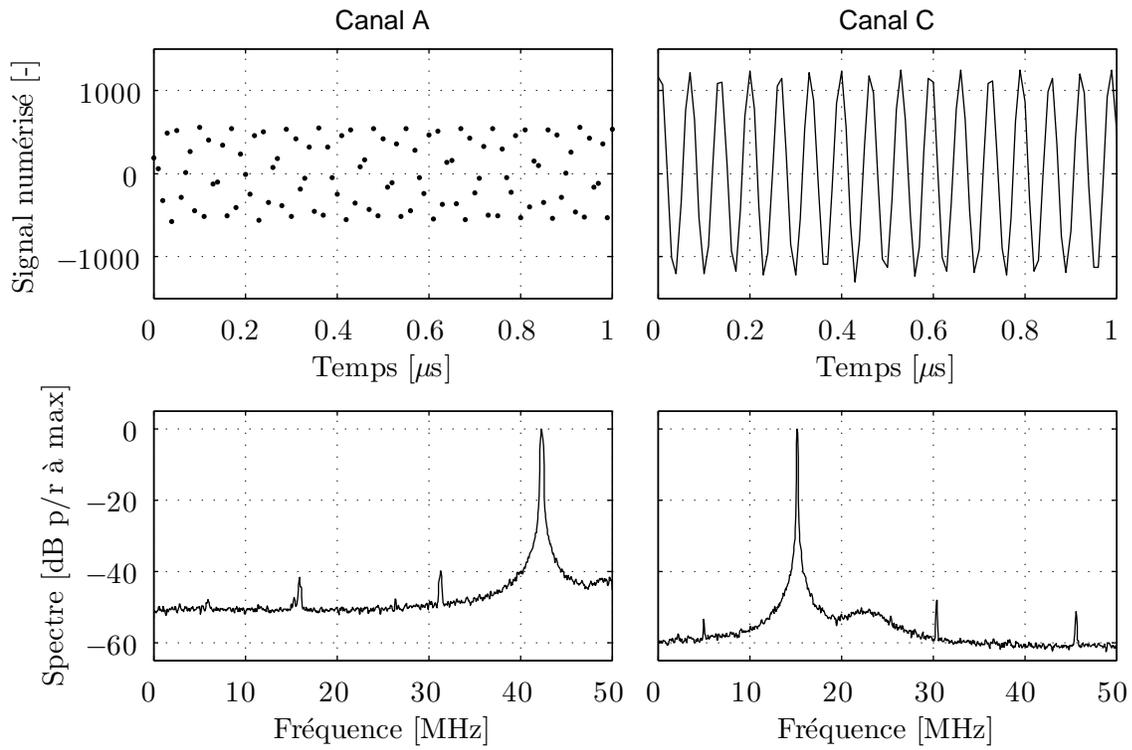


Figure 5.1 – Signaux et spectres des canaux en phase (I). Gauche : laser accordable, Droite : laser de référence. Fenêtres de type *Blackman* avec des résolutions de 100 kHz.

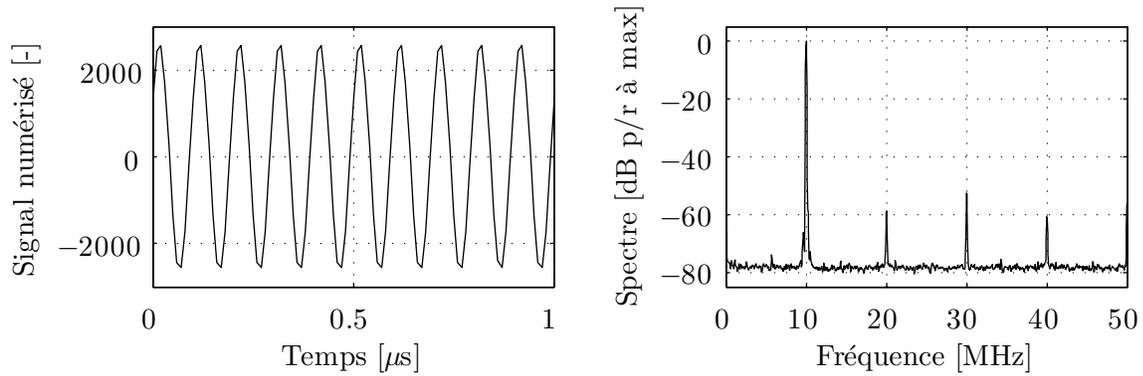


Figure 5.2 – Signal et spectre du GPSDO échantillonné. Fenêtre de type *Blackman* avec une résolution de 100 kHz.

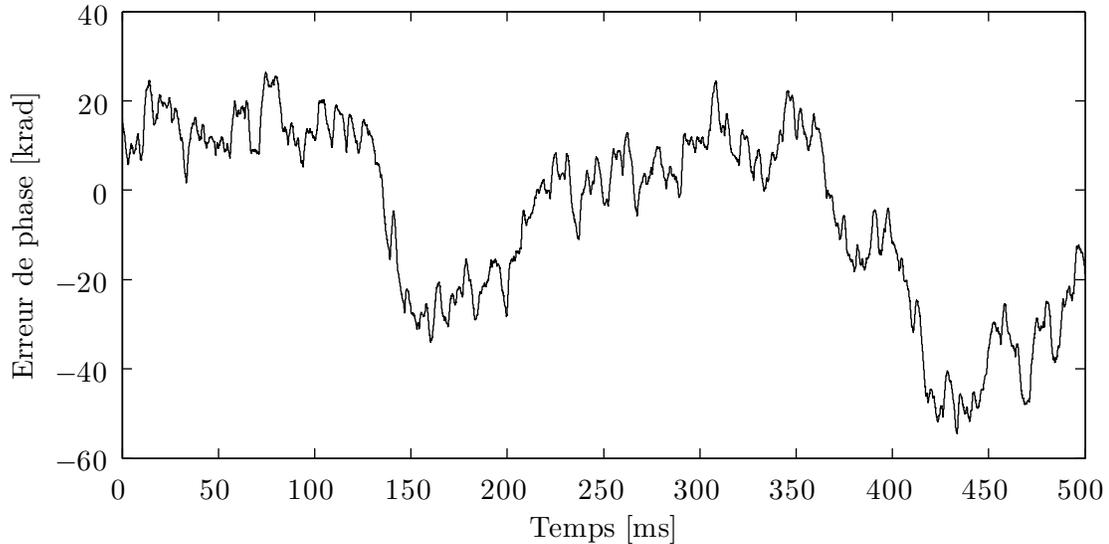


Figure 5.3 – Signal d’erreur de phase en boucle ouverte. La pente moyenne est soustraite afin de montrer les fluctuations.

La figure 5.3 montre le signal d’erreur de phase $e'[n]$ tel que calculé par le système décrit au chapitre précédent. En boucle ouverte, l’erreur de phase subit des excursions de plusieurs dizaines de milliers de radians. Ces excursions sont principalement dues au bruit de phase des lasers aux basses fréquences de Fourier.

5.3 Comportement général en boucle fermée

L’activation de l’asservissement prend environ 10 secondes lorsque la longueur d’onde du laser doit être changée. La majeure partie de ce délai provient de l’accord mécanique du laser accordable.

Une fois l’asservissement activé, une réduction du bruit de phase devrait être observée. Cette dernière devrait correspondre à la fonction de transfert montrée à la figure 4.19. La figure 5.4 montre le signal résiduel de phase en boucle fermée. Le signal est centré à zéro et les résidus ont un écart-type d’environ 1.17 radians. La figure 5.5 montre les densités spectrales de puissance (DSPs) des résidus de phase en boucles ouverte et fermée. L’intégrale des résidus de phase en boucle fermée est également présentée à la même figure. Il s’avère que la majorité du bruit de phase résiduel provient des fréquences de Fourier comprises entre 10 kHz et 100 kHz.

Les signaux de commande de fréquence sont également d’intérêt. La figure 5.6 montre les signaux de rétroaction destinés à l’actuateur piézo-électrique et à l’AOM. Le signal de l’actuateur piézo-électrique est plus lisse que celui de l’AOM en raison de la séparation des hautes et basses fréquences dans le régulateur. Le signal de l’AOM oscille entre -5 et 5 MHz.

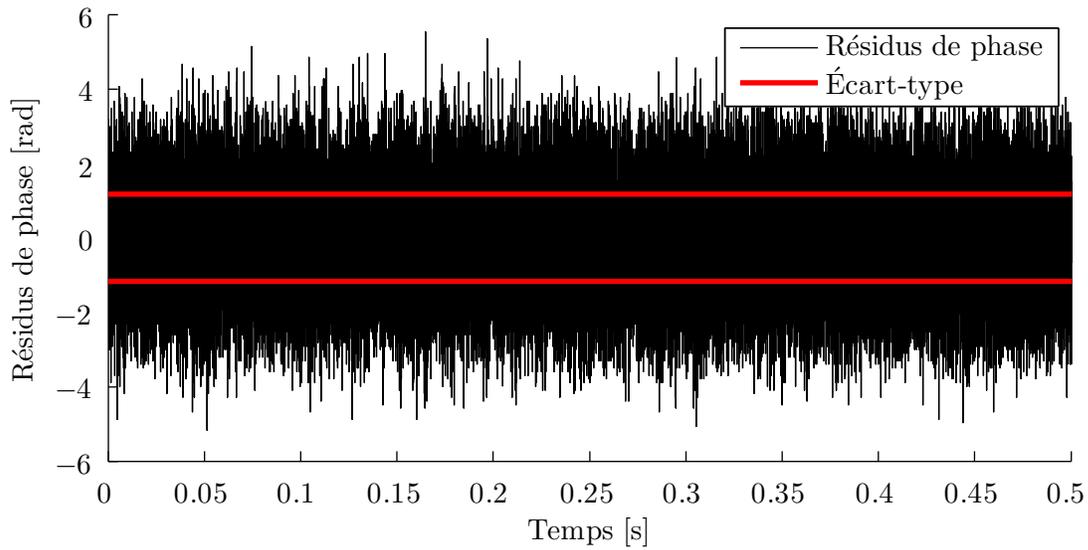


Figure 5.4 – Résidus de phase en boucle fermée. L'écart-type des résidus de phase est 1.17 radian.

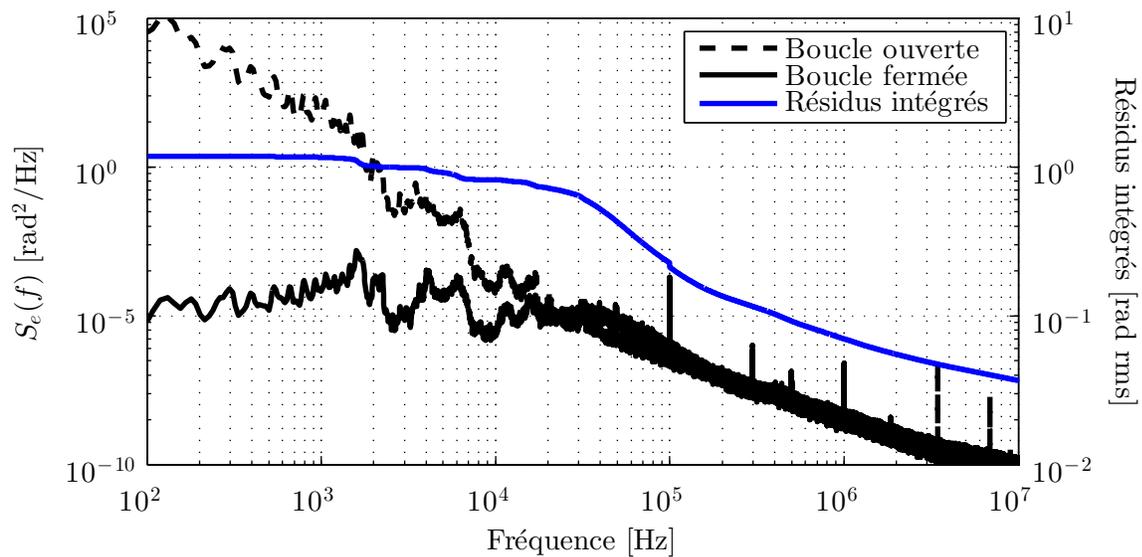


Figure 5.5 – En noir, la densité spectrale de puissance des résidus de phase en boucle ouverte et en boucle fermée. Fenêtre de type *Blackman* ayant une résolution de 329 Hz. En bleu, l'intégrale des résidus de droite à gauche.

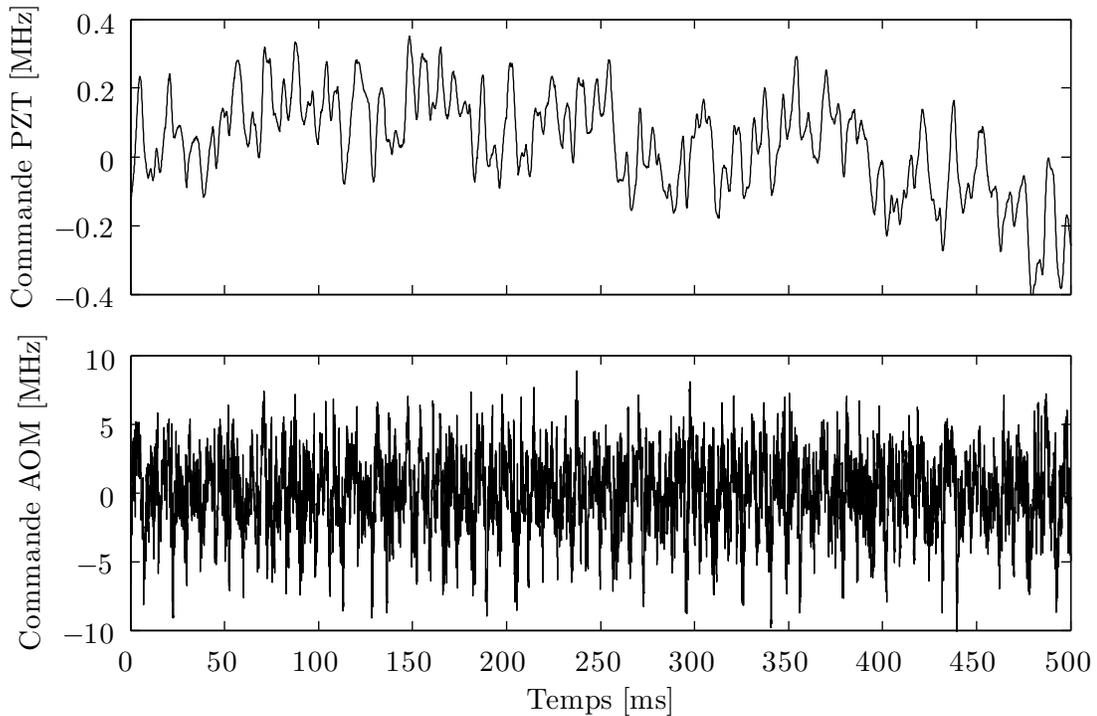


Figure 5.6 – Commande de fréquence en boucle fermée. Haut : commande à l’actuateur piézo-électrique. Bas : commande au modulateur acousto-optique.

5.4 Mesures de longueur d’onde

Afin de vérifier le bon comportement du système à des décalages élevés, la longueur d’onde du laser accordable est mesurée à l’aide d’un lambdamètre puis comparée à la longueur d’onde attendue pour le décalage en fréquence utilisé. Cette mesure est répétée à plusieurs reprises en changeant le décalage utilisé.

Le but premier de cette mesure est de vérifier que le système génère bien une fréquence optique respectant l’équation 3.1. Comme le lambdamètre utilisé n’est pas référencé sur la base de temps utilisée par le système (le temps UTC sous environ 1 Hz), la mesure est valide lorsque la calibration du lambdamètre est juste. Les fabricants de lambdamètre donnent souvent l’incertitude associée à une mesure de longueur d’onde. Il est possible que cette incertitude soit plus importante que l’erreur de calibration par rapport à la base de temps utilisée.

Le second but de la mesure est de vérifier la robustesse du déroulage de fréquence lorsque la fréquence du battement entre le laser accordable et le peigne de fréquence passe à la fréquence nulle ou à la fréquence de Nyquist. Si des sauts de fréquence imprévisibles se produisent, la longueur d’onde mesurée au lambdamètre risque de dévier de celle attendue. Tel qu’expliqué précédemment, une faiblesse du système est que lorsqu’un saut se produit, rien ne permet de corriger la situation, excluant bien sûr la recalibration du système.



Figure 5.7 – Montage pour la mesure au lambdamètre. EDFA : Amplificateur à fibre à l’Erbium ; PM : Puissancemètre.

En pratique, la mesure est réalisée à l’aide d’un lambdamètre Burleigh WA-1500. Les paramètres de ce dernier sont réglés de façon à ce que la longueur d’onde affichée soit celle dans le vide et que l’appareil fasse une moyenne des 10 derniers échantillons. Afin que le niveau de puissance à l’entrée du Burleigh respecte les spécifications (puissance nominale de 2 mW), la sortie du synthétiseur est amplifiée à l’aide d’un EDFA (COPL) et sa puissance est mesurée à l’aide d’un puissancemètre Eigenlight. Un schéma du montage est présenté à la figure 5.7.

L’utilisation d’un laser à 1530 nm présente un avantage. Comme cette longueur d’onde est située à un des extrêmes du spectre des peignes Menlo, un décalage absolu plus important peut être spécifié par rapport au laser de référence. Ainsi, des mesures de 1530 nm (195.9 THz) à 1585 nm (189.1 THz) sont réalisées.

La mesure est réalisée selon le protocole suivant. D’abord, le laser accordable est verrouillé à un décalage nul par rapport au laser de référence. Le succès du verrouillage peut être vérifié en mesurant le battement direct entre le laser accordable et le laser de référence. Une première mesure au lambdamètre est ensuite effectuée. Cette mesure permet de déterminer la longueur d’onde du laser de référence (1530.3719 nm, ou 195.89516 THz) et sert de point de référence pour les mesures subséquentes. Par la suite, le laser accordable est verrouillé à un décalage de -100 GHz par rapport à la référence. Une nouvelle mesure au lambdamètre est effectuée. Le décalage est ensuite ajusté à -200 GHz, et ainsi de suite, jusqu’à un décalage maximal de -6800 GHz. À chaque décalage, le succès du verrouillage est vérifié en lisant les registres d’état du FPGA avant de prendre la mesure au lambdamètre. À la toute fin, le décalage est ramené à zéro et une dernière mesure est prise. Cette étape permet de vérifier si le laser accordable retourne exactement à la même fréquence que le laser de référence. Cela permet aussi de vérifier si la mesure initiale faite par le Burleigh est reproductible.

Les résultats de la mesure sont présentés à la figure 5.8. Comme le système fonctionne en fréquence, les décalages sont convertis en longueurs d’onde en supposant que la première mesure faite par le lambdamètre est exacte. Cela ramène l’erreur en longueur d’onde à zéro pour le premier point.

La différence entre la longueur attendue et celle donnée par le Burleigh est toujours inférieure à ± 0.2 pm (± 26 MHz). La précision absolue du Burleigh, telle que donnée par le fabricant pour les conditions d’opération choisies, est de ± 0.2 ppm, ou environ ± 0.3 pm (± 38 MHz) autour de 1530 nm. Par conséquent, il est difficile de déterminer si l’erreur observée est due au système ou au lambdamètre. Il est cependant possible de conclure que la calibration du

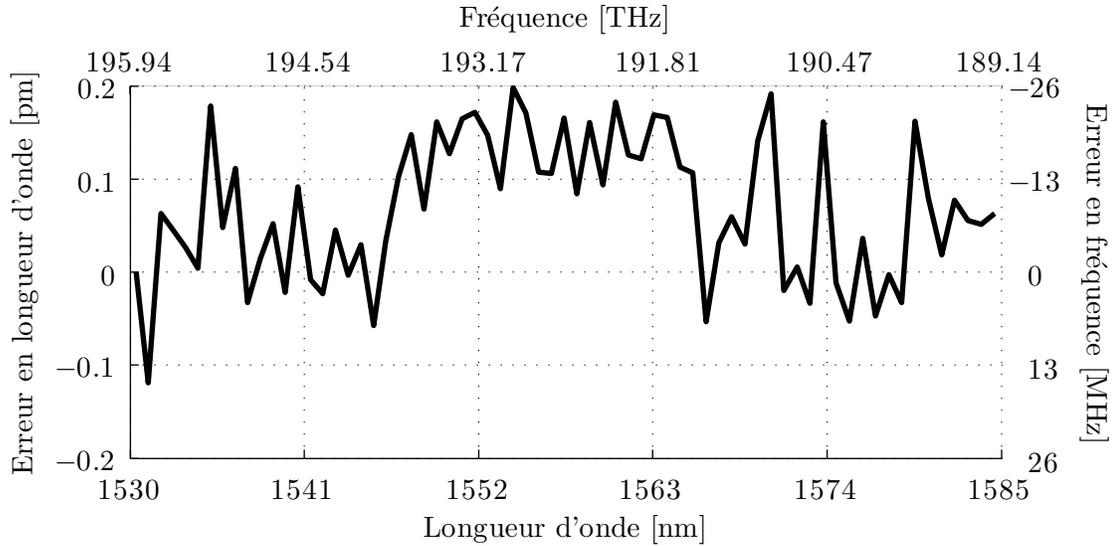


Figure 5.8 – Différence entre la longueur d’onde (fréquence) attendue et la longueur d’onde (fréquence) donnée par le lambdamètre en fonction de la longueur d’onde (fréquence).

lambdamètre est en accord avec le standard de fréquence GPS jusqu’à la précision donnée par le fabricant du lambdamètre. De plus, l’erreur n’augmente pas significativement en s’éloignant du laser de référence, malgré le gain effectif grandissant appliqué à la fréquence du standard GPS.

Il est également possible de conclure qu’aucun saut de fréquence indésirable ne s’est produit durant la mesure. En effet, un saut de fréquence ajoute une erreur d’au moins 100 MHz au décalage spécifié. Cela correspond à environ 0.8 pm autour de 1530 nm. Une telle erreur serait visible à la figure 5.8. Une confirmation additionnelle de l’absence de saut est qu’un battement entre le laser accordable et le laser de référence est obtenu en ramenant le décalage à zéro.

5.5 Stabilité de la fréquence

5.5.1 Mesure avec un discriminateur cohérent

Une possibilité pour analyser la stabilité de la fréquence est d’utiliser un discriminateur cohérent. Essentiellement, cette expérience consiste à comparer la phase optique à une version retardée d’elle-même [12]. La densité spectrale de puissance de la phase peut ensuite être estimée. Bien que cela ne permette pas de juger directement de la qualité de l’asservissement, quelques observations peuvent être faites si le système se comporte comme prévu. Puisque la phase du synthétiseur θ_{acc} est asservie à $\theta_{\text{ref}} + x\theta_{\text{RF}}$, la DSP de θ_{acc} en boucle fermée aura les

comportements asymptotiques suivants :

$$\begin{aligned} S_{\theta_{\text{acc}}}(f) &\rightarrow S_{\theta_{\text{ref}}}(f) + (x/10)^2 S_{\theta_r}(f) & f_{\text{filt}} \ll f \ll f_{\text{servo}}; \\ S_{\theta_{\text{acc}}}(f) &\rightarrow S_{\theta_{\text{ref}}}(f) + x^2 S_{\theta_{\text{RF}}}(f) & f \ll f_{\text{filt}}. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Où f_{servo} est la largeur de bande de l'asservissement, f_{filt} est la fréquence de coupure du filtre numérique sur le GPSDO, $S_{\theta_{\text{acc}}}(f)$ est la DSP de la phase du synthétiseur en boucle fermée et $S_{\theta_{\text{acc}}}(f)$ est celle du laser accordable. L'équation (5.1) peut être obtenue à partir des équations (2.58) et (2.59). Le facteur 10 est le ratio du taux de répétition du peigne et de la fréquence du GPSDO.

En pratique, un discriminateur cohérent peut être réalisé en divisant également la puissance optique dans deux branches, tel que montré à la figure 5.9. Dans une des branches, une ligne à délai et un modulateur acousto-optique sont ajoutés. Le modulateur permet d'ajouter une rampe de phase, évitant ainsi les problèmes causés par une mesure autour de DC comme le bruit $1/f$. Les deux branches sont ensuite combinées à l'aide d'un coupleur 50/50, et le tout est détecté par une photodiode balancée. En modélisant le laser comme $\exp[j\theta(t)]$, les champs dans les deux branches sont respectivement

$$E_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp[j\theta(t)] \quad (5.2)$$

$$E_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp[j(\theta(t - T_d) - 2\pi f_a t)], \quad (5.3)$$

où f_a est la fréquence de l'onde acoustique dans le modulateur et T_d est la différence de délai de l'interféromètre. On peut montrer que le courant généré par la photodiode balancée est proportionnel à

$$i(t) = jE_1^*(t)E_2(t) - jE_1(t)E_2^*(t) \quad (5.4)$$

$$i(t) = \sin[\theta(t) - \theta(t - T_d) + 2\pi f_a t]. \quad (5.5)$$

Un amplificateur trans-impédance transforme ensuite ce courant en tension, et cette dernière est filtrée analogiquement et échantillonnée. Il est également utile d'échantillonner l'onde sinusoïdale alimentant le modulateur acousto-optique. Les valeurs des deux canaux d'acquisition sont respectivement

$$V_1(t) = a_1 \sin[\theta(t) - \theta(t - T_d) + 2\pi f_a t] \quad (5.6)$$

$$V_2(t) = a_2 \sin[2\pi f_a t - \phi_2]. \quad (5.7)$$

Où a_1 et a_2 sont des constantes de proportionnalité et ϕ_2 est une phase quelconque.

Le traitement des données consiste à filtrer les deux canaux avec un filtre passe-bande complexe afin de ne garder que les exponentielles complexes positives. Il est ensuite possible

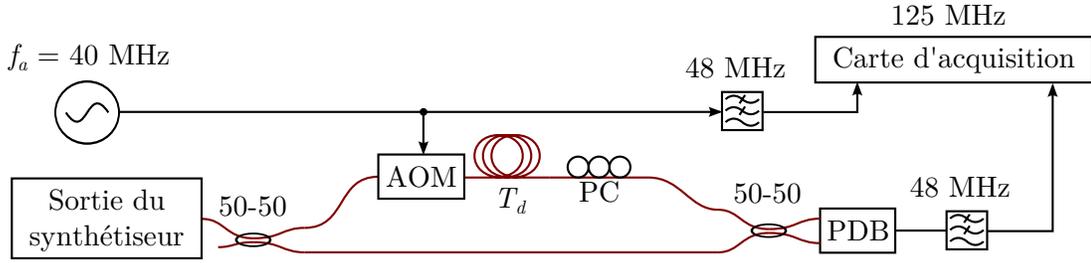


Figure 5.9 – Mesure de bruit de phase à l’aide d’un discriminateur cohérent.

de calculer et de dérouler les phases des deux phaseurs complexes. En soustrayant les deux rampes de phase obtenues, on obtient

$$\Delta\theta(t) = \theta(t) - \theta(t - T_d) + \phi_2. \quad (5.8)$$

Finalement, la densité spectrale de puissance de $\theta(t)$ peut être estimée à l’aide de celle de $\Delta\theta(t)$ si le délai T_d est connu. En ignorant la contribution à fréquence nulle, les propriétés de la transformée de Fourier et la définition de la densité spectrale de puissance mènent à

$$S_\theta(f) = \frac{1}{4 \sin^2(\pi f T_d)} S_{\Delta\theta}(f). \quad (5.9)$$

Où f est la fréquence, $S_{\Delta\theta}(f)$ est la densité spectrale de puissance de $\Delta\theta(t)$ et $S_\theta(f)$ est la densité spectrale de puissance de $\theta(t)$. En pratique, comme le délai T_d n’est pas connu initialement, il est justifié de ne considérer que les fréquences inférieures à $1/T_d$ pour l’estimation de la DSP. Cela permet d’éviter les potentiels problèmes aux alentours des pôles de l’équation (5.9).

Le montage utilisé pour la mesure est montré à la figure 5.9. Le modulateur acousto-optique est le modèle M040-8J-F2S de Gooch & Housego. Ce dernier fonctionne lorsque le signal RF est autour de 40 MHz. Le modulateur est alimenté par un générateur de fonction 33250A d’Agilent. La fréquence de l’onde sinusoïdale est 40 MHz son amplitude est 10 Vpp. Un rouleau de fibre SMF-28 est utilisé pour produire le délai. La différence de délai optique totale est d’environ 292 ns. Les coupleurs utilisés sont des coupleurs fibrés 50/50. Le battement entre les deux branches est mesuré à l’aide d’une photodiode balancée PDB-130C de Thorlabs suivie d’un filtre passe-bas 48 MHz de Mini-Circuit. La sortie de synchronisation du générateur de fonction est utilisée afin d’obtenir la fréquence alimentant l’AOM. Pour ce faire, un filtre passe-bas 48 MHz est utilisé afin de transformer l’onde carrée en une onde sinusoïdale. Les deux signaux sont échantillonnés à l’aide d’une carte d’acquisition Gage, à un taux de 125 MS/s. Le traitement des données est fait tel que décrit précédemment.

Afin de tester le bon fonctionnement du système et à titre de référence, une mesure de la DSP de la phase du laser de référence est réalisée avant de mesurer le laser accordable. La DSP

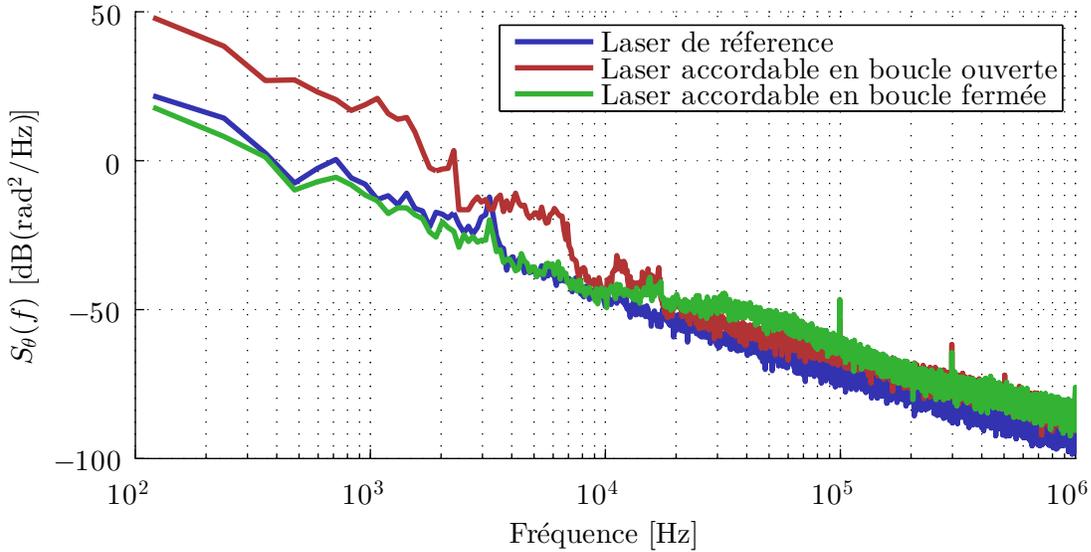


Figure 5.10 – Comparaison entre les densités spectrales de bruit de phase du laser de référence et du laser accordable (non-asservi et asservi). Le point d’opération, x , est fixé à zéro.

résultante est présentée à la figure 5.10. Aux fréquences supérieures à environ 10 kHz, la DSP suit une loi f^{-2} , indiquant la présence d’un bruit blanc de fréquence. Aux fréquences inférieures à environ 10 kHz, la DSP semble suivre une loi f^{-3} , suggérant un bruit de scintillation sur la fréquence.

La mesure est ensuite prise pour le laser accordable, tant en boucle ouverte qu’en boucle fermée. Le point d’opération est fixé à 0 Hz. Par conséquent, le laser accordable est à la même fréquence nominale que le laser de référence. Les DSPs résultantes sont superposées à la DSP de la phase du laser de référence à la figure 5.10.

Le comportement observé est celui attendu. Pour les fréquences inférieures à la fréquence de coupure de l’asservissement (f_{servo}), la DSP de phase du laser accordable tend vers celle du laser de référence. À l’opposé, pour des fréquences supérieures à f_{servo} , la DSP en boucle fermée tend vers celle en boucle ouverte. De plus, une augmentation du bruit de phase est observée sur la DSP en boucle fermée entre 10^4 Hz et 10^5 Hz. Cela est dû à la fonction de transfert de l’asservissement en boucle fermée. Tel que présenté au chapitre précédent, les gains choisis pour la régulation mènent à une légère augmentation du signal d’erreur pour cette bande de fréquences.

On constate également que le comportement en boucle fermée demeure le même pour d’autres points d’opération pour les fréquences de Fourier supérieures à 100 Hz. Tel que montré à la figure 5.11, la DSP de phase du laser accordable est pratiquement identique pour une grande variété de points d’opération. En raison du filtre utilisé, la contribution du GPSDO n’est pas visible dans la bande de fréquences étudiée. Une mesure plus longue serait nécessaire.

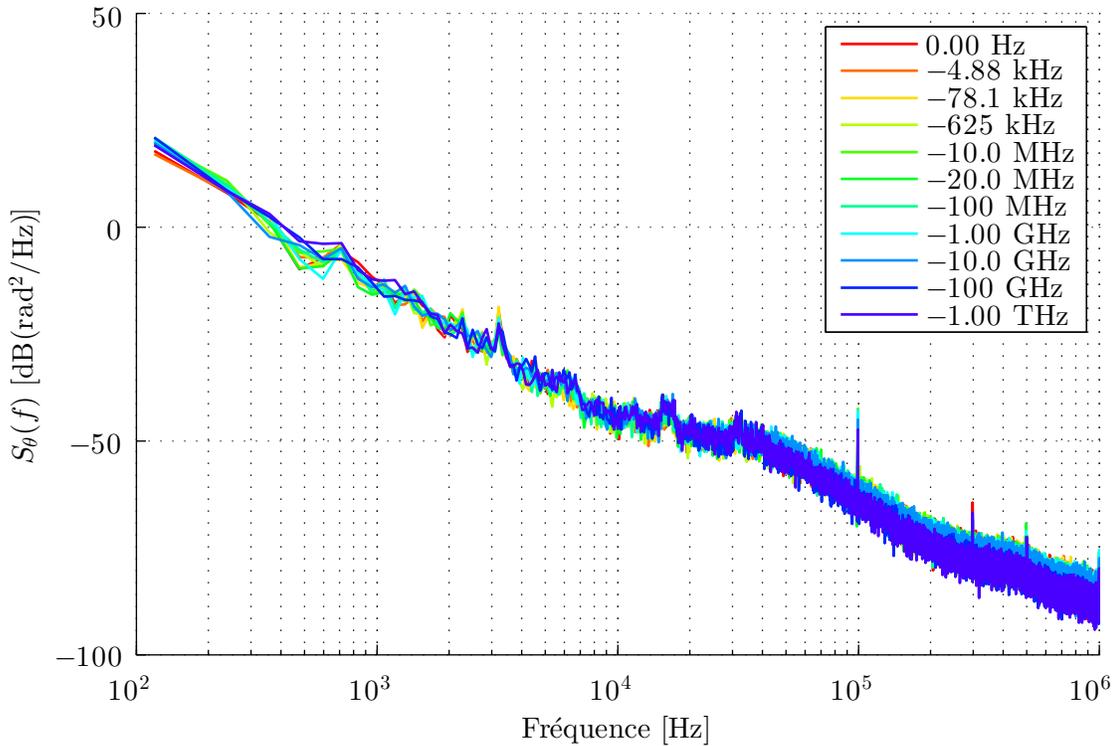


Figure 5.11 – Densités spectrales de bruit de phase du laser accordable asservi pour différents points d’opération xf_{RF} .

5.5.2 Comparaison directe avec le laser de référence

Lorsque le point d’opération est ajusté tel que le laser accordable est à quelques mégahertz du laser de référence, la comparaison directe peut être utilisée. Il s’agit d’obtenir un battement entre les deux lasers, puis de comparer la phase de ce battement à la phase du GPSDO multipliée par x . Il est donc possible d’obtenir l’erreur de phase hors de la boucle. Évidemment, il faut que la fréquence du battement soit en deçà de la fréquence de coupure du détecteur utilisé.

Le montage utilisé pour la comparaison directe est montré à la figure 5.12. En pratique, le montage de détection de proximité peut être réutilisé sans modification. Puisque les détecteurs et la carte d’acquisition utilisés sont couplés AC, le point d’opération est fixé à 10 MHz, soit exactement une fois la fréquence du GPSDO. Ensuite, la phase du battement résultant est comparée à celle du GPSDO afin d’obtenir un signal d’erreur hors de la boucle.

La figure 5.13 montre le spectre du signal de battement obtenu autour de la fréquence nominale de 10 MHz. La forme du spectre est définie par les largeurs de raie des oscillateurs pour les fréquences de décalage supérieures à f_{servo} . Pour les fréquences inférieures à cette valeur, le spectre présente un plancher de bruit et une composante oscillatoire très étroite. La figure

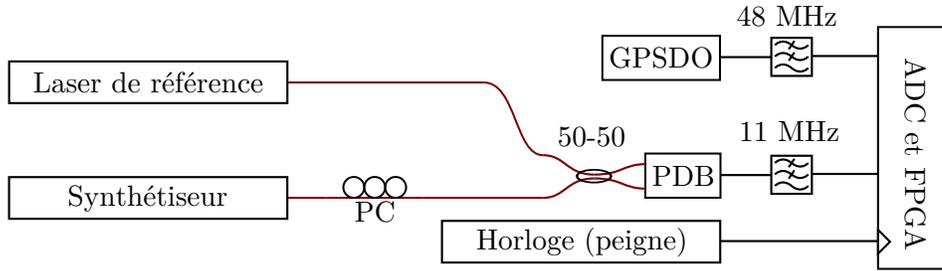


Figure 5.12 – Montage de comparaison directe entre la sortie du synthétiseur, le laser de référence et le GPSDO.

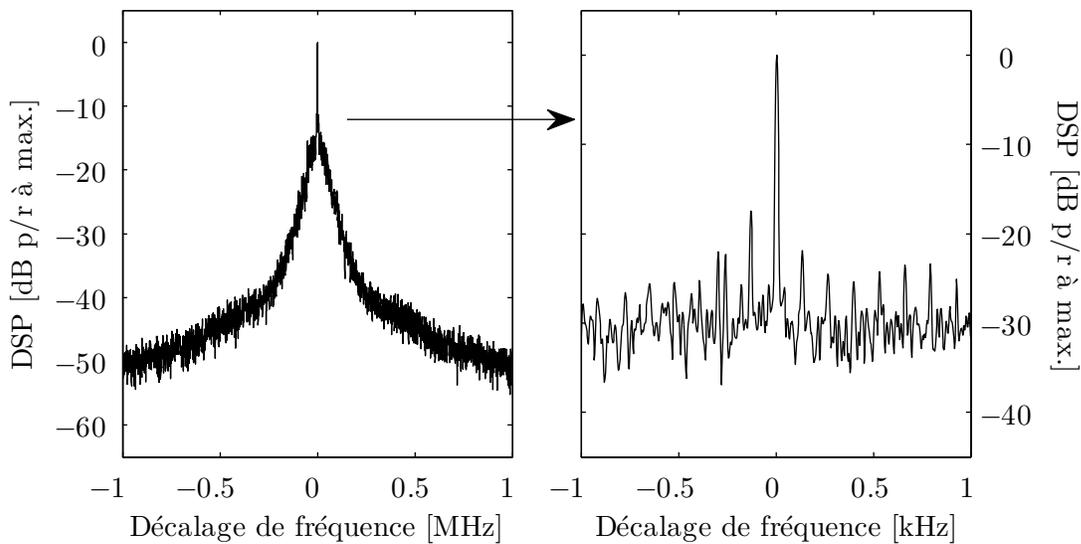


Figure 5.13 – Spectre du battement direct entre le laser de référence et la sortie du synthétiseur. Gauche : fenêtre de type *Blackman* ayant une résolution de 1 kHz ; Droite : fenêtre de type *Blackman* ayant une résolution de 10 Hz.

5.14 montre la DSP des résidus de phase. Sous la fréquence de coupure de l'asservissement, la densité spectrale de bruit de phase cesse d'augmenter.

L'erreur de phase hors de la boucle, calculée en soustrayant la phase du GPSDO à celle du battement direct, est montrée à la figure 5.15. L'écart-type de l'erreur de phase est 1.43 radian et une légère oscillation est visible. Cette dernière a une fréquence d'environ 4 Hz. Enregistrer la phase de la sorte ne permet pas d'observer le contenu aux très basses fréquences de Fourier en raison de limitations matérielles liées à la quantité croissante de données. Une modification du système de mesures est présentée plus loin dans ce chapitre.

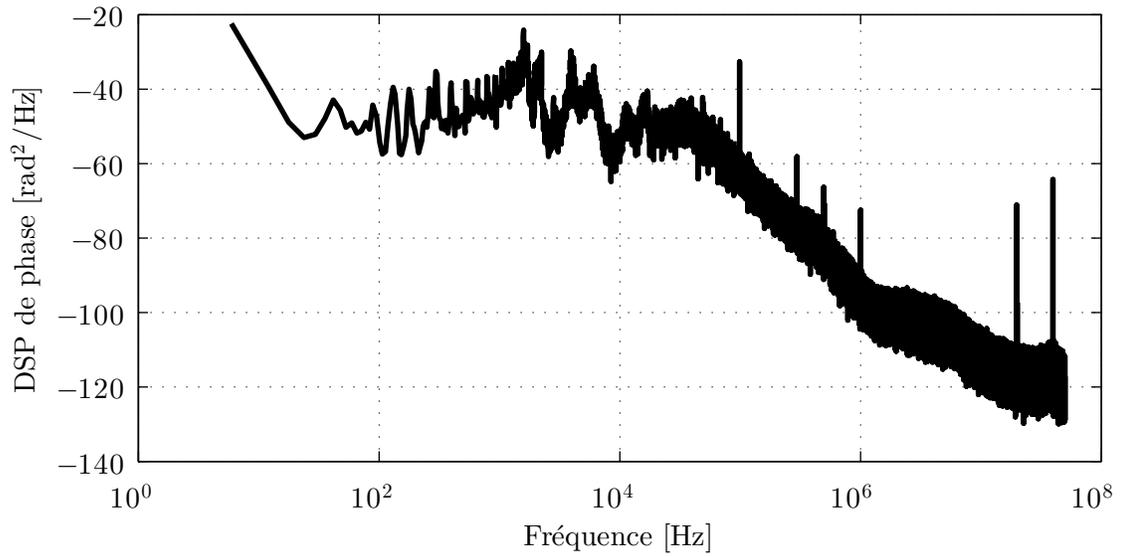


Figure 5.14 – Densité spectrale de puissance des résidus de phase lors de la comparaison directe entre le laser de référence et la sortie du synthétiseur.

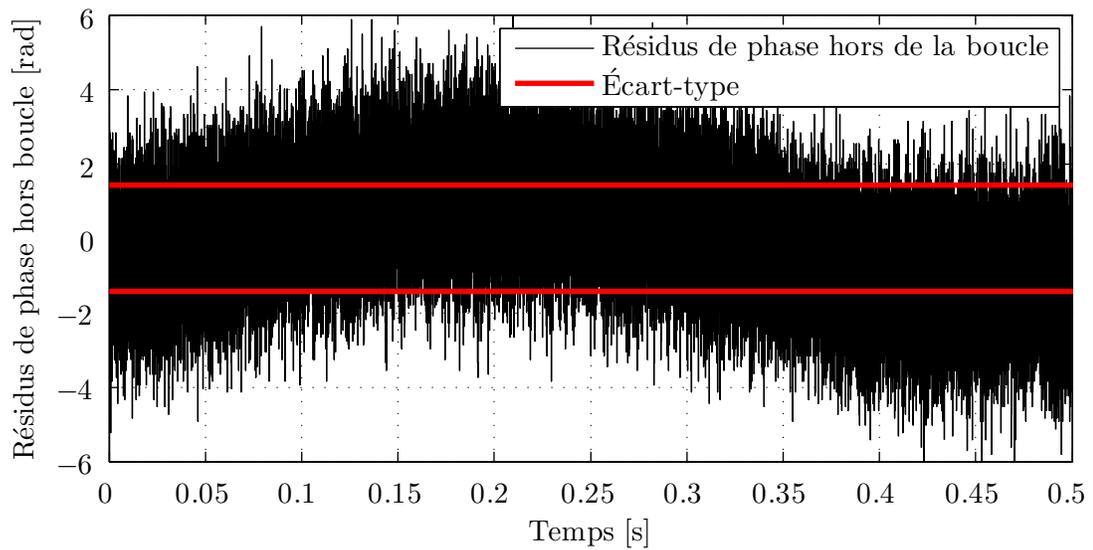


Figure 5.15 – Résidus de phase hors de la boucle obtenus par battement direct entre le laser accordable et le laser de référence. L'écart-type des résidus de phase est 1.43 radian.

5.5.3 Comparaison indirecte via un autre peigne

Tel qu'expliqué précédemment, la comparaison directe entre le laser accordable et le laser de référence ne fonctionne que pour des points d'opérations inférieurs à 50 MHz. Pour vérifier le bon fonctionnement du système pour des points d'opération plus élevés, il faut avoir recours à un autre peigne de fréquences.

L'utilisation d'un second peigne de fréquence a des avantages et des inconvénients. L'avantage le plus important est la possibilité de comparer indirectement les deux lasers. Un autre avantage est qu'il s'agit aussi d'une mesure complètement hors de la boucle. Un désavantage est que les mesures sont entachées par le bruit du deuxième peigne.

Le montage utilisé est présenté à la figure 5.16. Afin d'obtenir une estimation de la DSP de l'erreur de phase hors de la boucle, il faut obtenir deux battements. Le premier est un battement entre le second peigne et le laser de référence, tandis que le second est un battement entre le même peigne et le laser accordable. Les battements sont filtrés afin d'éviter tout repliement spectral. Les phases obtenues à partir de ces battements sont

$$\theta_{b1}(t) = \theta_{\text{ref}}(t) - N_1\theta_{r,2}(t) - \theta_{\text{ceo},2}(t) \quad (5.10)$$

pour le laser de référence et

$$\theta_{b2}(t) = \theta_{\text{acc}}(t) - N_2\theta_{r,2}(t) - \theta_{\text{ceo},2}(t) \quad (5.11)$$

pour le laser accordable. $\theta_{r,2}(t)$ et $\theta_{\text{ceo},2}(t)$ sont respectivement la phase du train d'impulsions et la phase optique des impulsions du second peigne. N_1 et N_2 sont les numéros de mode avec lesquels interfèrent les lasers CW.

Le signal d'erreur idéal est défini par

$$e(t) = \theta_{\text{acc}}(t) - \theta_{\text{ref}}(t) - x\theta_{\text{RF}}(t) \quad (5.12)$$

Afin de reconstruire le signal d'erreur, il faut combiner les phases de la manière suivante :

$$e(t) = \theta_{b2}(t) - \theta_{b1}(t) - (N_1 - N_2)\theta_{r,2}(t) - x\theta_{\text{RF}}(t). \quad (5.13)$$

Il est difficile d'obtenir de bonnes estimations de $(N_1 - N_2)\theta_{r,2}(t)$ et $x\theta_{\text{RF}}(t)$. En effet, bien qu'il soit possible de mesurer les phases du taux de répétition et de la référence GPS, multiplier ces phases par de grandes constantes fait en sorte que le bruit de mesure sur ces quantités domine l'estimation de la DSP. La seule solution est de remplacer les mesures de phase par des rampes de phase nominales :

$$e(t) \approx \theta_{b2}(t) - \theta_{b1}(t) - 2\pi(N_1 - N_2)f_{r,2}t - 2\pi x f_{\text{RF}}t - \phi_0, \quad (5.14)$$

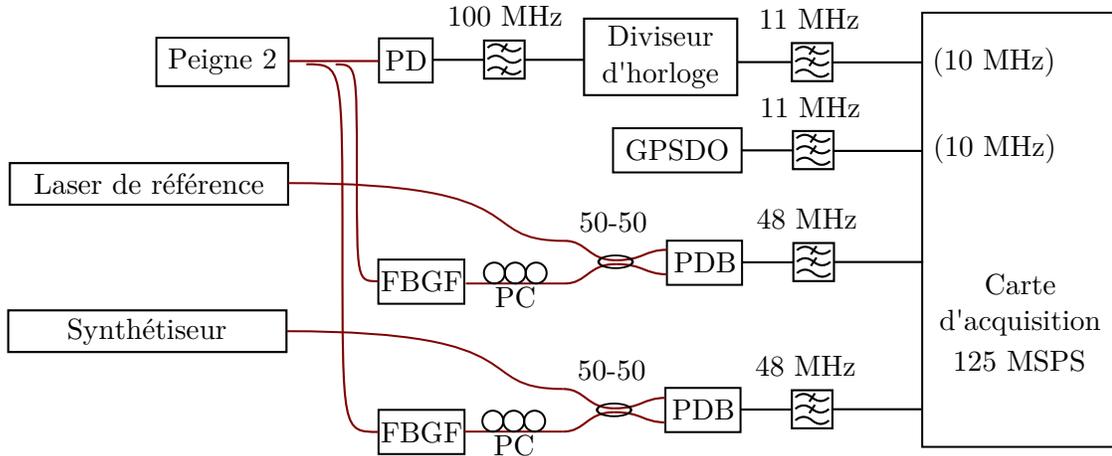


Figure 5.16 – Montage permettant de mesurer l’erreur de phase hors de la boucle à l’aide d’un deuxième peigne de fréquences.

où ϕ_0 est une phase initiale inconnue. Cela a pour effet d’ajouter les bruits dus au peigne et à la référence GPS à l’estimation de l’erreur de phase.

En pratique, les battements entre le peigne et les deux lasers CW sont obtenus à l’aide de coupleurs 50/50. Le peigne 2 est filtré à l’aide de réseaux de Bragg afin de ne conserver que les modes voisins des lasers à l’étude. Le laser RIO à 1530 nm est temporairement remplacé par un laser RIO à 1562 nm en raison de l’indisponibilité de certains filtres. Ce laser a un niveau de bruit de phase identique, tel que montré à la figure 3.4. Des contrôleurs de polarisation sont utilisés afin d’assurer un battement optimal. Les battements sont détectés à l’aide de photodiodes balancées PDB-130C de Thorlabs. Ils sont ensuite filtrés à l’aide de filtres passe-bas 48 MHz de Mini-Circuit. La sortie sinusoïdale 10 MHz de la référence GPS est également échantillonnée. Afin d’obtenir une estimation de la phase du taux de répétition du peigne 2, ce dernier est photodétecté à l’aide d’une photodiode. La carte d’acquisition Gage utilisée échantillonne à un taux maximal de 125 MS/s et possède un filtre antirepliement. Comme le signal d’intérêt est à 100 MHz, il est nécessaire de diviser sa fréquence. Pour ce faire, la sortie de la photodiode sert à déclencher un générateur d’impulsions HP8131A. Le générateur d’impulsion est configuré de manière à obtenir une onde carrée à 10 MHz en phase avec le taux de répétition. L’onde carrée résultante est filtrée à l’aide d’un filtre passe-bas 11 MHz de Mini-Circuit.

L’erreur de phase pour deux choix de x est montrée aux figures 5.17 et 5.18. Pour $x f_{\text{RF}} = 0$ Hz, l’erreur de phase de mesure présente le même comportement que celui observé lors des autres mesures. Pour $x f_{\text{RF}} = 2.81$ THz, cependant, une importante oscillation à environ 33 Hz est visible. L’origine de cette oscillation est inconnue. Il pourrait s’agir d’une oscillation présente sur le GPSDO ou sur le peigne de fréquence du système. Il est également plausible que cette

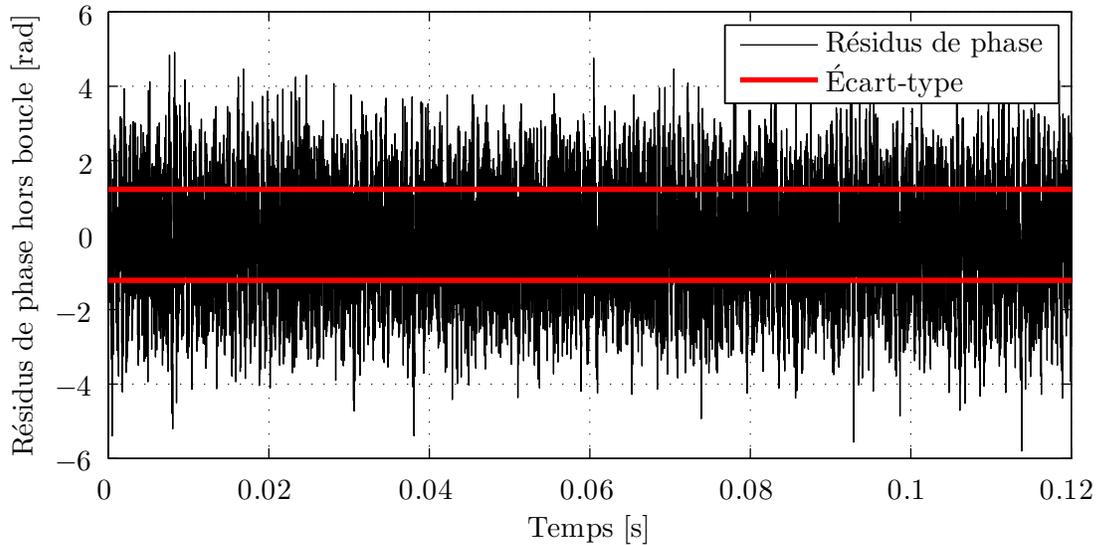


Figure 5.17 – Résidus de phase hors de la boucle mesurés à l’aide d’un deuxième peigne pour $x = 0$. Le résultat est similaire à celui obtenu par comparaison directe. L’écart-type est 1.22 radian.

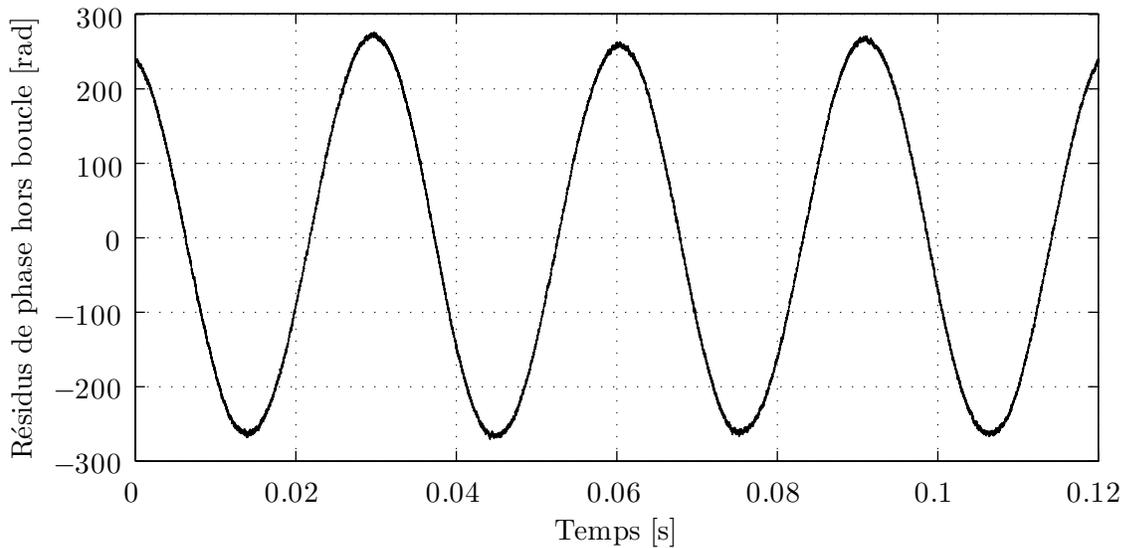


Figure 5.18 – Résidus de phase hors de la boucle mesurés à l’aide d’un deuxième peigne pour $x f_{\text{RF}} = 2.81$ THz. Une oscillation, d’origine inconnue, est visible.

oscillation provienne du peigne de mesure. L’équation 5.14 montre qu’une telle oscillation n’est pas soustraite au signal d’erreur reconstruit.

Les spectres de l’erreur de phase sont présentés aux figures 5.19 et 5.20. À la première figure, une comparaison entre les cas en boucle ouverte et en boucle fermée est montrée. Le résultat est pratiquement identique aux spectres obtenus à l’aide du signal d’erreur de phase dans

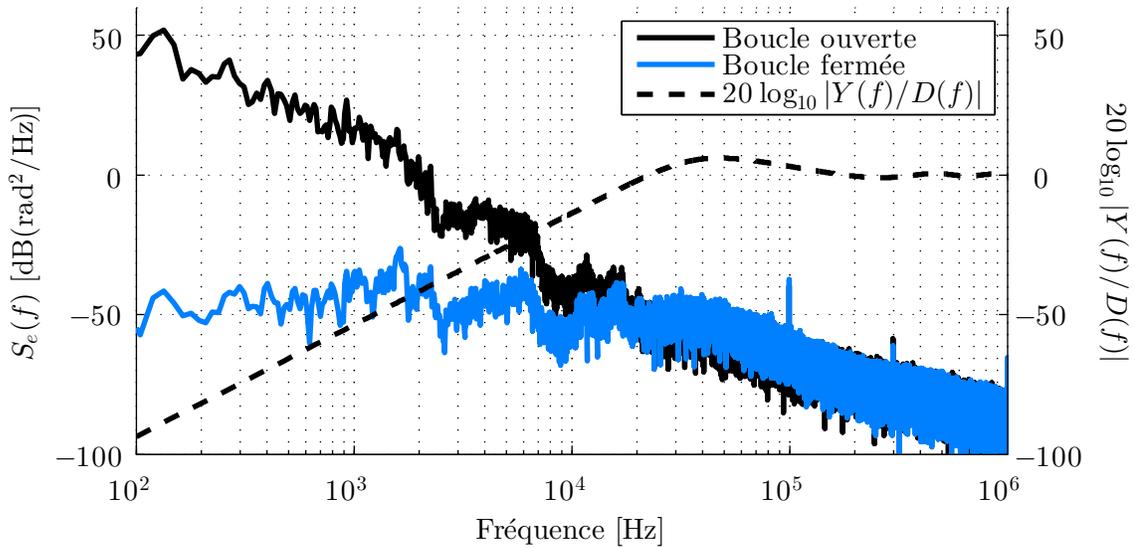


Figure 5.19 – Spectres des résidus de phase mesurés à l’aide d’un deuxième peigne de fréquences en boucle ouverte et en boucle fermée. Comparaison avec la fonction de transfert des perturbations $Y(z)/D(z)$.

la boucle (figure 5.5) pour la plage de fréquences considérées. La différence entre les deux courbes est bien expliquée par l’équation (4.16).

La deuxième figure montre les spectres pour divers choix de x . Pour les valeurs extrêmes de x , du bruit additionnel aux basses fréquences est visible. Cela est dû en partie à l’oscillation visible à la figure 5.18. L’amplitude de cette dernière semble proportionnelle à x .

Afin de caractériser le bruit de phase aux fréquences de Fourier inférieures à 100 Hz, il est nécessaire de retourner à la comparaison directe.

5.5.4 Dérives de phase et stabilité à long terme

Les méthodes décrites précédemment donnent un bon aperçu du comportement du système aux alentours de la fréquence de coupure de l’asservissement. Cependant, cela ne permet pas d’exclure les dérives de phase pouvant se manifester. Une source importante est l’ensemble des fibres optiques utilisées dans le montage. En effet, l’indice de réfraction effectif dans une fibre optique est fortement couplé aux conditions environnementales, incluant la température, l’humidité et les déformations mécaniques. Il existe des méthodes passives et actives [40] pour éliminer les dérives de phase dues aux fibres, mais elles n’ont pas été utilisées ici.

Afin de quantifier cet effet, une possibilité est de refaire l’expérience de comparaison directe, mais sur une période de plusieurs heures. L’estimation de la DSP peut alors être étendue aux très basses fréquences.

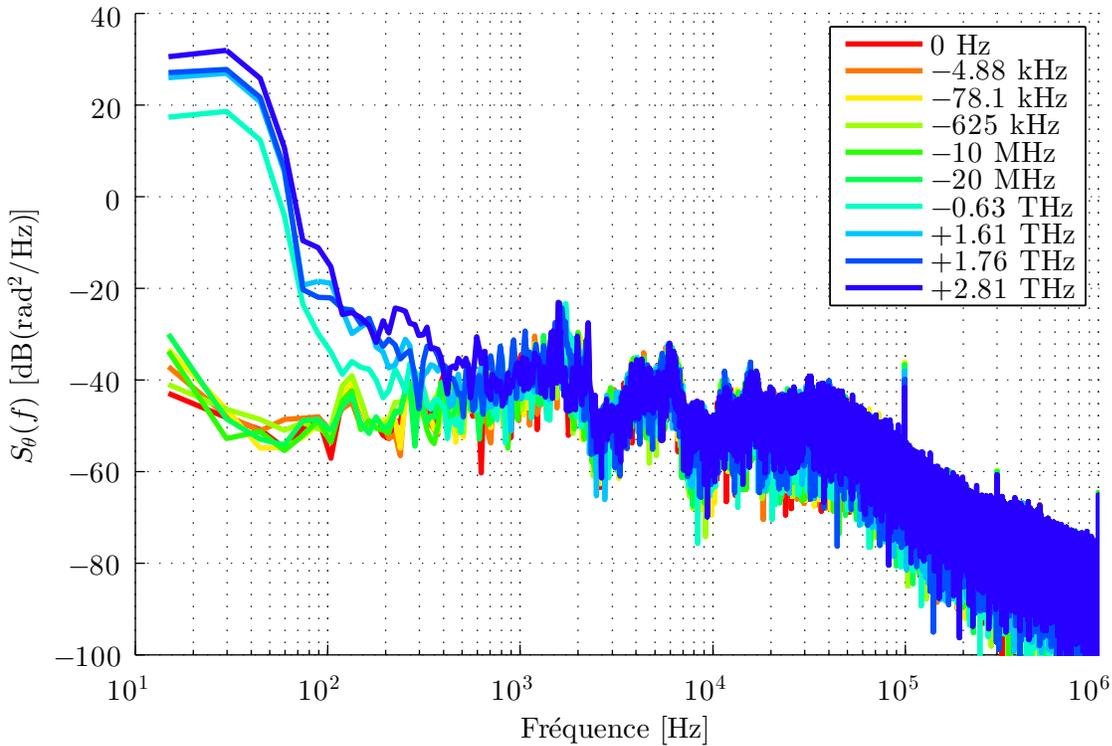


Figure 5.20 – Spectres des résidus de phase mesurés à l'aide d'un deuxième peigne de fréquences pour divers points d'opération.

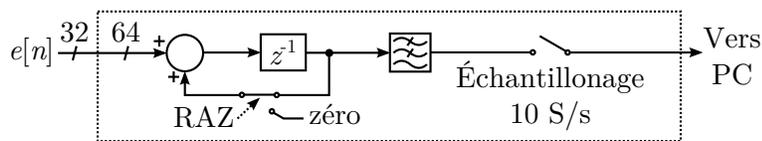


Figure 5.21 – Intégrateur de phase permettant de mesurer le bruit de phase aux basses fréquences de Fourier.

Afin de suivre l'erreur de phase hors de la boucle sur une longue période, il faut intégrer l'erreur de fréquence instantanée, filtrer passe-bas pour éviter le repliement spectral puis échantillonner à un taux inférieur au taux de répétition. Cela permet d'obtenir une quantité de données raisonnable malgré la longue période considérée.

Le montage expérimental est le même que celui utilisé pour la comparaison directe. La seule différence se trouve dans la manière de traiter les données dans le FPGA. Comme la phase est mesurée sur une longue période, il n'est pas pratique de transférer toutes les données. Un module intégrant la fréquence a été développé. L'intégrale est encodée sur 64 bits afin d'éviter tout dépassement arithmétique. La valeur de l'intégrale est filtrée et enregistrée périodiquement à un taux égal à 10 S/s. Un schéma du module est présenté à la figure 5.21.

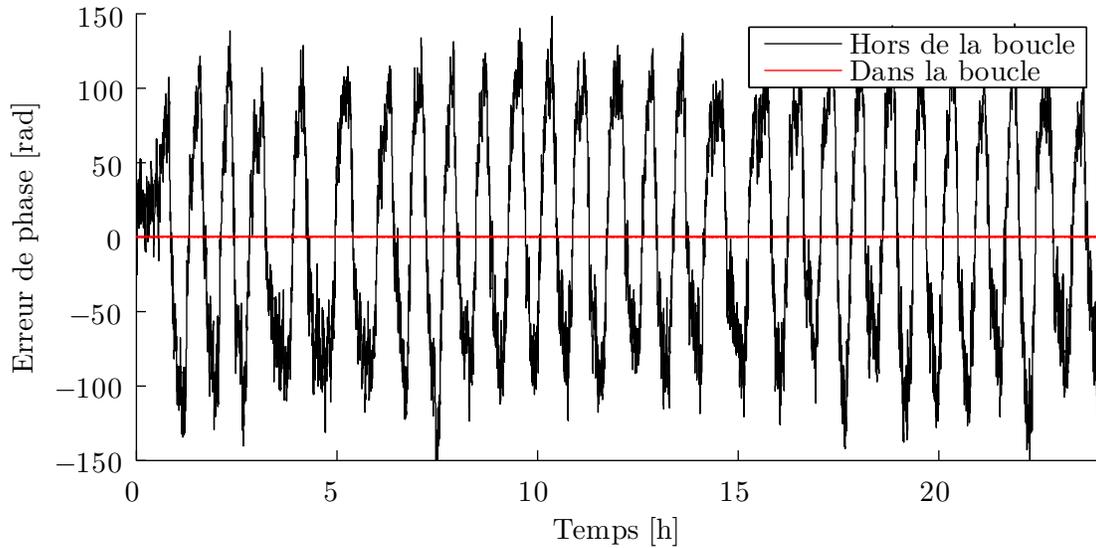


Figure 5.22 – Résidus de phase hors de la boucle pour 24 heures en boucle fermée. L'oscillation est vraisemblablement due à la climatisation du laboratoire.

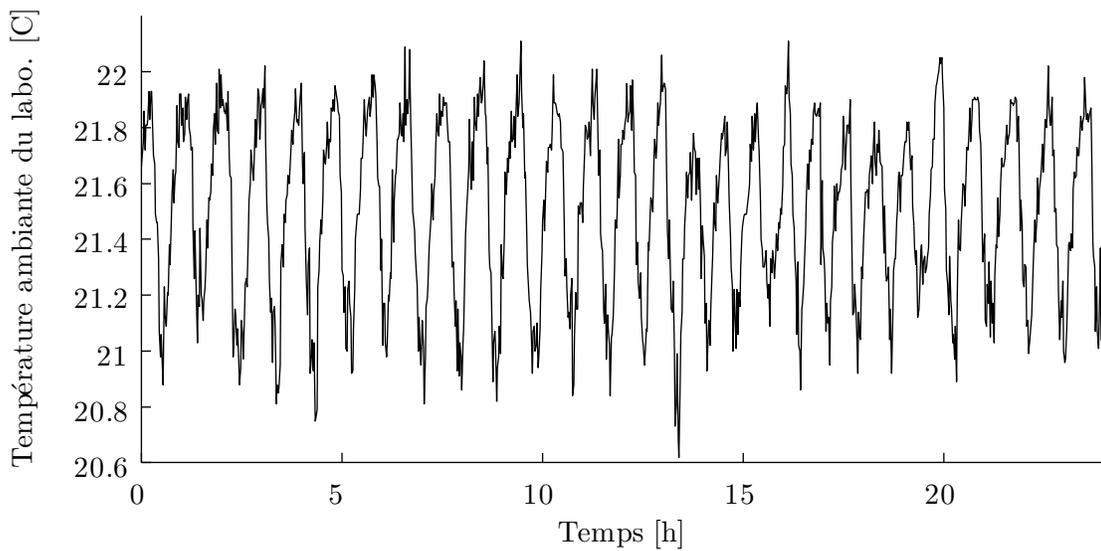


Figure 5.23 – Mesure de la température du laboratoire durant 24 heures.

Tel que montré à la figure 5.22, l'erreur de phase hors de la boucle montre d'importantes oscillations de l'ordre d'environ ± 24 cycles optiques. La période des oscillations est d'environ 50 minutes.

Tout indique que les oscillations sont causées par le système de climatisation du laboratoire. Lors d'une expérience précédente, quelques mois auparavant, la température de la pièce a été mesurée durant quelques heures. La courbe est montrée à la figure 5.23.

Une oscillation ayant une période de 52 minutes et une amplitude de $\pm 0.6^\circ\text{C}$ est observée. Pour une fibre de silice, la dépendance relative de l'indice de réfraction est d'environ $7 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ [44, 45, 46]. En supposant que l'amplitude des oscillations observées sur la phase est expliquée par l'amplitude des variations de température, il est possible d'estimer une longueur effective de fibre optique. Si la longueur d'onde est égale à 1530 nm et que $n \approx 1.46$, la longueur effective est donnée par :

$$L \approx \left(\frac{24}{0.6^\circ\text{C}} \right) \times \left(\frac{1530 \text{ nm}}{1.46 \times 7 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}} \right) \approx 6 \text{ m} \quad (5.15)$$

Le montage comporte bien plus que 6 mètres de fibre optique. Cependant, plusieurs sections de chemin subissent les mêmes variations de température. Au final, seules quelques fibres optiques causent un effet net sur le délai du chemin hors de la boucle par rapport au chemin dans la boucle. La longueur de ces fibres n'est pas mesurée précisément, mais l'ordre de grandeur attendu est d'environ quelques mètres.

Outre les oscillations vraisemblablement dues à la climatisation du laboratoire, l'erreur de phase ne présente pas de tendance particulière à première vue. De nombreux sauts de phase provoqueraient une marche aléatoire de la phase.

Les données recueillies permettent d'étendre les spectres de bruit de phase aux très basses fréquences. Le résultat est présenté à la figure 5.24, où le spectre s'étend des millihertz aux mégahertz. Entre 0 et environ 10 Hz, l'erreur de phase hors de la boucle diverge de celle dans la boucle. Cela est en partie dû aux dérives causées par la fibre optique.

5.6 Résumé des performances

Le tableau 5.1 présente un résumé des performances du synthétiseur de fréquences optiques présenté ici. L'absence de sauts de fréquence durant 24 heures et durant des balayages sur toute la plage d'accord montre que les solutions proposées dans ce mémoire, incluant l'échantillonnage synchrone et le déroulage de fréquence robuste, fonctionnent comme prévu. Le synthétiseur s'avère être en accord avec un lambdamètre commercial.

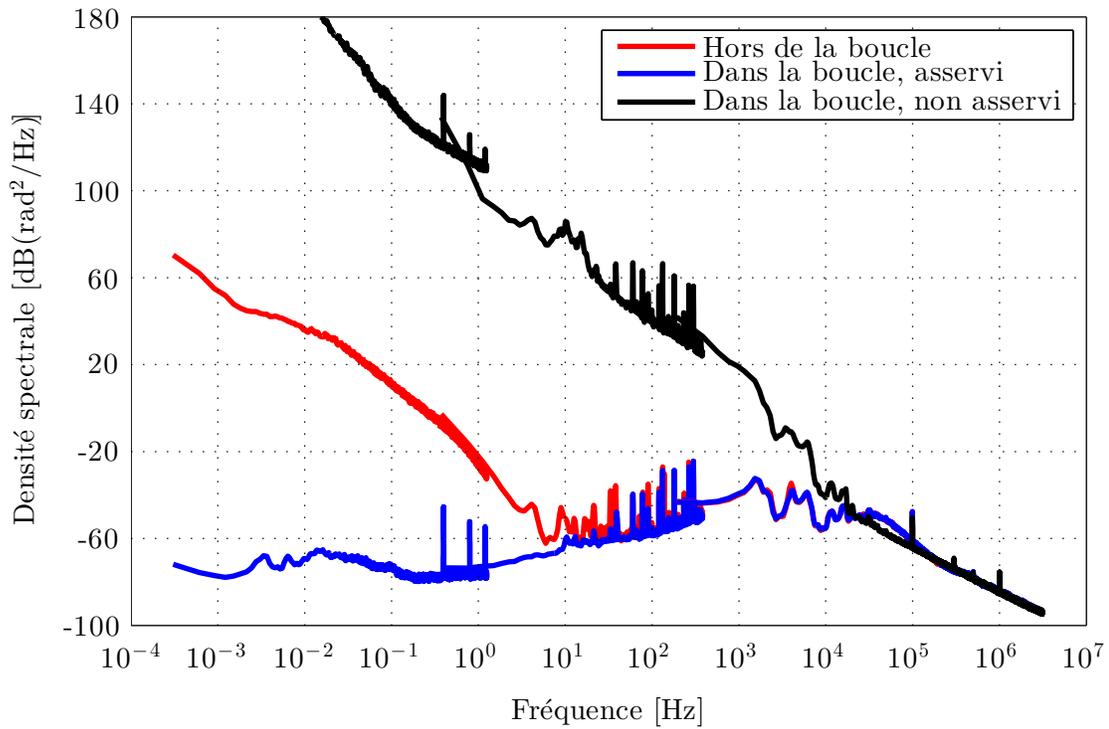


Figure 5.24 – Densités spectrales des résidus de phase à long et court termes. Résidus de phase dans la boucle et hors de la boucle, en boucle ouverte et fermée.

Table 5.1 – Résumé des performances

| Paramètre | Valeur |
|---------------------------------------|-----------------------|
| Plage de longueurs d'onde | 1530 nm à 1585 nm |
| Plage de fréquences | 189.1 THz à 195.9 THz |
| Précision absolue | sous 0.2 pm (25 MHz) |
| Temps d'accord sur toute la plage | 10 secondes |
| Rapport signal sur bruit du battement | 51 dB dans 100 kHz |
| Résolution d'accord | 4.88 kHz |
| Bande d'asservissement | 34 kHz |
| Écart-type des résidus | 1.43 radians |
| Taux de saut de fréquence | 0 en 24 heures |

Conclusion

L'objet de ce mémoire fut la synthèse de fréquences optiques basée sur l'accord d'un laser accordable par rapport à un peigne de fréquences et plusieurs sources de références. Plus spécifiquement, des solutions furent proposées à certains problèmes récurrents dans le domaine, incluant le requis d'un SNR élevé, l'ambiguïté de la fréquence due au mécanisme de comparaison de phase, les zones mortes dues au filtrage électrique et le déroulage robuste la phase et de la fréquence.

Un SNR élevé fut obtenu à l'aide d'un filtre accordable suivant automatiquement le laser accordable. L'ambiguïté sur la fréquence fut levée en faisant usage d'un coupleur IQ. Le problème des zones mortes fut contourné en échantillonnant les signaux de battement de façon synchrone et sans filtre passe-bas. Un algorithme robuste de déroulage fut développé. Enfin, une attention particulière fut portée au référencement du synthétiseur à une ou plusieurs sources de référence.

Afin de démontrer l'efficacité des solutions proposées, un véritable synthétiseur de fréquences optiques fut construit à l'aide d'un laser accordable, un peigne de fréquence, un laser CW de référence, une source RF stable et un module de contrôle basé sur un FPGA. Les mesures effectuées sur le système démontrent que les solutions proposées sont réalisables et robustes. De plus, le montage prouve qu'il est possible de construire un synthétiseur de fréquences optiques avec des composants standards pouvant être retrouvés dans la plupart des laboratoires de métrologie. La stabilité en fréquence de l'instrument n'est limitée que par celle des sources de référence.

Ultimement, le travail présenté dans ce mémoire est un pas vers la réalisation d'un synthétiseur de fréquences optiques robuste et simple d'utilisation. Certains éléments pourraient être ajoutés à l'instrument actuel afin de le rendre plus utile. En particulier, la possibilité d'effectuer un balayage parfaitement linéaire de la fréquence optique serait d'une grande utilité. Généraliser le système afin qu'il fonctionne avec des peignes à différents taux de répétition serait également très utile.

Annexe A

Calcul de la probabilité de saut de phase

Les calculs présentés ici réfèrent à un modèle simple où la phase d'une exponentielle complexe additionnée de bruit blanc gaussien est extraite à l'aide l'algorithme présenté à la figure 2.17. Afin de simplifier les calculs, la phase de l'exponentielle complexe est fixée à zéro (fréquence et phase nulles). Le résultat de l'extraction de phase doit alors donner une phase proche de zéro.

Le modèle développé ne s'applique que lorsque la probabilité d'avoir deux sauts de phase adjacents est relativement faible ($\text{SNR} > 0$ dB). Dans ce cas, il est possible de définir ce qu'est un saut de phase à l'aide d'un modèle simple. La figure A.1 montre deux exemples d'évènements produisant des sauts de phase et deux exemples d'évènements ne produisant pas de saut de phase.

Comme l'angle obtenu à partir de l'exponentielle complexe est toujours limité à $\pm\pi$, il est possible d'énumérer explicitement les situations menant à un saut de phase. Un saut de phase est obtenu lorsque la fréquence instantanée excède $\pm\pi$ pour un seul pas de l'algorithme. Dans ce cas, l'algorithme ramène l'angle à l'intérieur de $\pm\pi$ tout en commettant une erreur de $\pm 2\pi$. L'énumération est alors complète avec 4 échantillons successifs de phase : $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ et θ_4 . Les situations suivantes mènent à un saut de phase :

$$(\theta_2 - \theta_1 > -\pi) \cap (\theta_3 - \theta_2 > +\pi) \cap (\theta_4 - \theta_3 > -\pi), \quad (\text{A.1})$$

et

$$(\theta_2 - \theta_1 < +\pi) \cap (\theta_3 - \theta_2 < -\pi) \cap (\theta_4 - \theta_3 < +\pi). \quad (\text{A.2})$$

Ces conditions définissent une fréquence instantanée excédant $\pm\pi$ pour un seul pas de l'algorithme. Cette énumération n'est représentative que lorsque le taux de saut de phase est bas. Autrement, un nombre plus élevés d'échantillons doit être utilisé.

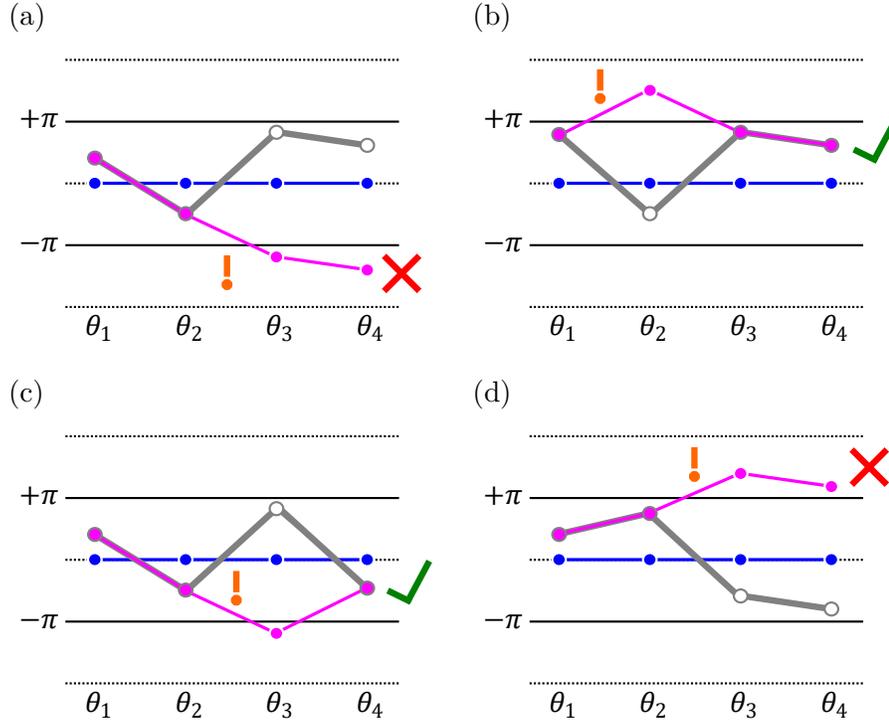


Figure A.1 – Réalisations de bruit et leurs impacts sur l’algorithme d’extraction. Bleu : phase initiale ; gris : phase enroulée ; mauve : phase extraite. (a) et (d) : réalisations menant à des sauts de phase. (b) et (c) : réalisations ne menant pas à des sauts de phase. Dans tous les cas, l’algorithme ramène toujours la fréquence instantanée à l’intérieur de $\pm\pi$.

Il suffit alors de calculer la probabilité de ces évènements. Pour cela, il faut connaître la densité de probabilité en fonction de l’angle pour un bruit additif gaussien d’une certaine amplitude. En utilisant la technique de l’échantillonnage synchrone, telle que présentée dans ce travail, le bruit est en grande partie décorrélié d’un échantillon à l’autre.

Soit un bruit blanc à deux dimensions suivant une distribution normale dont les écarts-types sont unitaires. La distribution est centrée à $(s, 0)$, où s est le rapport signal sur bruit linéaire. La distribution est donnée par :

$$f(x, y, s) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{1}{2} \left((x - s)^2 + y^2\right)\right) \quad (\text{A.3})$$

Comme l’angle est calculé à partir de l’origine, le changement de variable suivant est fait :

$$x = r \cos \theta \quad (\text{A.4})$$

$$y = r \sin \theta. \quad (\text{A.5})$$

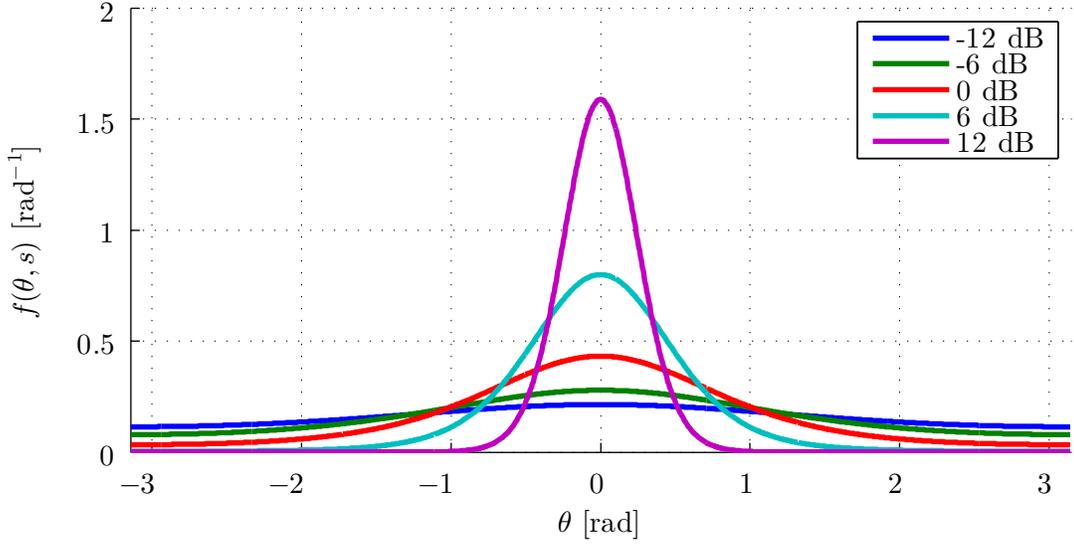


Figure A.2 – Densité de probabilité de l'angle en fonction du SNR, où $\text{SNR} = 20 \log_{10} s$.

Il est ensuite possible de calculer la densité de probabilité angulaire comme suit. Les détails du calcul ont été omis afin d'alléger le texte :

$$f(\theta, s) = \int_0^{+\infty} f(r \cos \theta, r \sin \theta, s) r dr \quad (\text{A.6})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}(s \sin \theta)^2\right) \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}(s \cos \theta)^2\right) + \frac{(s \cos \theta)}{2} \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{s \cos \theta}{\sqrt{2}}\right)\right) \right] \quad (\text{A.7})$$

La figure A.2 montre la forme de la distribution angulaire en fonction du SNR. À haut SNR, la distribution tend vers la distribution normale. À bas SNR, elle tend plutôt vers la distribution uniforme.

La dernière étape est de calculer la probabilité p de saut de phase, connaissant cette distribution et les conditions menant à un saut de phase. Il faut intégrer sur tous les angles de $-\pi$ à $+\pi$, mais seulement dans les régions où les équations (A.1) et (A.2) sont respectées. L'intégrale résultante est :

$$p(s) = \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} f(\theta_1, s) f(\theta_2, s) f(\theta_3, s) f(\theta_4, s) C(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3 d\theta_4 \quad (\text{A.8})$$

où

$$C(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) = \begin{cases} 1 & \text{ssi } ((\theta_2 - \theta_1 > -\pi) \cap (\theta_3 - \theta_2 > +\pi) \cap (\theta_4 - \theta_3 > -\pi)) \cup \\ & ((\theta_2 - \theta_1 < +\pi) \cap (\theta_3 - \theta_2 < -\pi) \cap (\theta_4 - \theta_3 < +\pi)) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

L'équation (A.8) peut être évaluée numériquement. Le résultat est montré à la figure 2.19, où $\text{SNR} = 20 \log_{10} s$. La courbe résultante est compatible avec les résultats de la simulation Monte-Carlo. Le calcul numérique présenté ici permet d'obtenir le résultat lorsque le SNR est élevé. Dans ce cas, la simulation Monte-Carlo aurait une durée déraisonnable.

Annexe B

Comportement en présence d'un filtre sur la phase d'une référence RF

À la section 2.7.4, il fut montré que la phase du laser accordable suit

$$\theta_{\text{acc}}(t) = (\theta_{\text{ref}}(t) + \delta\phi_{\text{ref}}(t)) + x (\theta_{\text{RF}}(t) + \delta\theta_{\text{RF}}(t)) \quad (\text{B.1})$$

lorsque le système de référencement comprend un oscillateur RF et un laser de référence. Ce résultat n'est cependant valide qu'en deçà de la fréquence de coupure du filtre utilisé pour réduire le niveau de bruit de phase, $r[n]$.

Aux fréquences de Fourier situées entre la fréquence de coupure du filtre et la fréquence de coupure de l'asservissement, une analyse plus poussée est nécessaire. Afin de simplifier les calculs, les phases du taux de répétition et de l'oscillateur sont modélisées à l'aide d'une expansion de premier ordre autour d'un temps arbitraire t_0 :

$$\theta_r(t) \approx \theta_r(t_0) + 2\pi \langle f_r \rangle (t - t_0) + \Delta\theta_r(t); \quad (\text{B.2})$$

$$\theta_{\text{RF}}(t) \approx \theta_{\text{RF}}(t_0) + 2\pi \langle f_{\text{RF}} \rangle (t - t_0) + \Delta\theta_{\text{RF}}(t), \quad (\text{B.3})$$

où $\langle f_r \rangle$ dénote l'espérance du taux de répétition et $\langle f_{\text{RF}} \rangle$ dénote l'espérance de la fréquence de l'oscillateur RF. Cette approximation est supposée valide pour une courte période de temps $|t - t_0| < \tau$, où τ est une durée arbitraire. $\Delta\theta_r(t)$ et $\Delta\theta_{\text{RF}}(t)$ représentent les bruits de phase n'étant pas couverts par l'expansion. Leur contenu spectral est limité aux fréquences supérieures à $(2\pi\tau)^{-1}$. L'approximation suppose que tout le contenu spectral aux fréquences inférieures à $(2\pi\tau)^{-1}$ est bien représenté par l'expansion linéaire. Il est possible de combiner

les deux équations comme suit :

$$\theta_{\text{RF}}(t) \approx \left[\theta_{\text{RF}}(t_0) + \frac{\langle f_{\text{RF}} \rangle}{\langle f_r \rangle} (\theta_r(t) - \theta_r(t_0)) \right] + \left[\Delta\theta_{\text{RF}}(t) - \frac{\langle f_{\text{RF}} \rangle}{\langle f_r \rangle} \Delta\theta_r(t) \right] \quad (\text{B.4})$$

$$\approx \left[\theta_{\text{RF}}(t_0) + \frac{\langle f_{\text{RF}} \rangle}{\langle f_r \rangle} (\theta_r(t) - \theta_r(t_0)) \right] + \epsilon(t). \quad (\text{B.5})$$

L'équation est ensuite évaluée aux moments d'échantillonnage :

$$\theta_{\text{RF}}[n] \approx \frac{\langle f_{\text{RF}} \rangle}{\langle f_r \rangle} \theta_r[n] + \Delta\theta_0 + \epsilon[n] \quad (\text{B.6})$$

où $\Delta\theta_0$ regroupe les valeurs initiales et $\epsilon[n]$ est le terme de bruit.

En appliquant un filtre passe-bas r à gain unitaire ayant une coupure parfaite à $f_{\text{filt}} = (2\pi\tau)^{-1}$, l'équation devient :

$$r * \theta_{\text{RF}}[n] \approx \frac{\langle f_{\text{RF}} \rangle}{\langle f_r \rangle} \theta_r[n] + \Delta\theta_0 + \Delta\theta_h, \quad (\text{B.7})$$

où $\Delta\theta_h$ est une erreur de phase causée par le filtrage d'une rampe par un filtre passe-bas.

Cela signifie qu'appliquer ce filtre passe-bas numérique sur la phase de l'oscillateur RF réintroduit les perturbations du peigne de fréquence aux fréquences de Fourier étant au-delà de la coupure du filtre $r[n]$. Ainsi, aux fréquences de Fourier contenues dans $f_{\text{filt}} < f < f_{\text{servo}}$, la phase synthétisée analogique suit

$$\theta_{\text{acc}}(t) \approx [\theta_{\text{ref}}(t) + \delta\phi_{\text{ref}}(t)] + x \left[\frac{\langle f_{\text{RF}} \rangle}{\langle f_r \rangle} \theta_r(t) \right]. \quad (\text{B.8})$$

Cela peut être particulièrement problématique lorsque x prend une grande valeur.

Bibliographie

- [1] J. Jost, J. L. Hall, and J. Ye. Continuously tunable, precise, single frequency optical signal generator. *Optics Express Express*, 10(12) :515–520, 2002.
- [2] U.S. Department of Defence. Direct On-chip Digital Optical Synthesizer (DODOS), 2014.
- [3] N. R. Newbury, P. A. Williams, and W. C. Swann. Coherent transfer of an optical carrier over 251 km. *Optics Letters*, 32(21) :3056–3058, 2007.
- [4] J. Kim, J. A. Cox, J. Chen, and F. X. Ka. Drift-free femtosecond timing synchronization of remote optical and microwave sources. *Nature Photonics*, 2 :733–736, 2008.
- [5] O. Lopez, A. Kanj, D. Rovera, J. Achkar, C. Chardonnet, A. Amy-Klein, and G. Santarelli. Simultaneous remote transfer of accurate timing and optical frequency over a public fiber network. *Applied Physics B*, 110(1) :3–6, 2013.
- [6] S. Droste, F. Ozimek, T. Udem, K. Predehl, T. Hansch, H. Schnatz, G. Grosche, and R. Holzwarth. Optical-Frequency Transfer over a Single-Span 1840 km Fiber Link. *Physical Review Letters*, 111(11) :1–5, 2013.
- [7] A. Bercy, F. Stefani, O. Lopez, C. Chardonnet, P.-E. Pottie, and A. Amy-klein. Two-way optical frequency comparisons at 5×10^{-21} relative stability over 100-km telecommunication network fibers. *Physical Review A*, 90(6) :1–5, 2014.
- [8] R. Best. *Phase-locked Loops : Design, Simulation and Applications*. McGraw-Hill, 2003.
- [9] New Focus. Model 6300 Tunable Laser User’s Manual, 2002.
- [10] A. L. Schawlow and C. H. Townes. Infrared and optical masers. *Physical Review*, 112(6) :1940–1949, 1958.
- [11] Gianni Di Domenico, Stéphane Schilt, and Pierre Thomann. Simple approach to the relation between laser frequency noise and laser line shape. *Applied Optics Opt.*, 49(25) :4801–4807, 2010.
- [12] D. Derickson. *Fiber Optic Test And Measurement*. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, N.J., 1998.

- [13] H. Inaba, T. Ikegami, A. Onae, Y. Koga, T. R. Schibli, K. Minoshima, H. Matsumoto, S. Yamadori, O. Tohyama, and S.-I. Yamaguchi. Phase locking of a continuous-wave optical parametric oscillator to an optical frequency comb for optical frequency synthesis. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 40(7) :929–936, 2004.
- [14] H. Inaba, T. Ikegami, F.-L. Hong, Y. Bitou, A. Onae, T. Schibli, K. Minoshima, and H. Matsumoto. Doppler-free spectroscopy using a continuous-wave optical frequency synthesizer. *Applied optics*, 45(20) :4910–4915, 2006.
- [15] A. K. Mills, Y.-F. Chen, K. W. Madison, and D. J. Jones. Widely tunable, single-mode optical frequency synthesizer with a 100 kHz uncertainty. *Journal of the Optical Society of America B*, 26(7) :1276–1280, 2009.
- [16] V. Ahtee, M. Merimaa, and K. Nyholm. Fiber-based acetylene-stabilized laser. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 58(4) :1211–1216, 2009.
- [17] V. Ahtee, M. Merimaa, and K. Nyholm. Precision spectroscopy of acetylene transitions using an optical frequency synthesizer. *Optics letters*, 34(17) :2619–2621, 2009.
- [18] S. Hyun, Y.-J. Kim, Y. Kim, and S.-W. Kim. Absolute distance measurement using the frequency comb of a femtosecond laser. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 59(1) :555–558, 2010.
- [19] X. Wu, J. Zhang, H. Wei, and Y. Li. Phase-shifting interferometer using a frequency-tunable diode laser calibrated by an optical frequency comb. *Review of Scientific Instruments*, 83(7) :1–6, 2012.
- [20] A. Nishiyama, A. Matsuba, and M. Misono. Precise frequency measurement and characterization of a continuous scanning single-mode laser with an optical frequency comb. *Optics Letters*, 39(16) :4923–4926, 2014.
- [21] T. Fordell, A. E. Wallin, T. Lindvall, and M. Vainio. Frequency-comb-referenced tunable diode laser spectroscopy and laser stabilization applied to laser cooling. *Applied Optics*, 53(31) :7476–7482, 2014.
- [22] J. Peltola, M. Vainio, T. Fordell, T. Hieta, M. Merimaa, and L. Halonen. Frequency-comb-referenced mid-infrared source for high-precision spectroscopy. *Optics Express*, 22(26) :32429–32439, 2014.
- [23] E. Benkler, F. Rohde, and H. R. Telle. Robust interferometric frequency lock between cw lasers and optical frequency combs. *Optics letters*, 38(4) :555–7, 2013.
- [24] E. Benkler, F. Rohde, and H. R. Telle. Endless frequency shifting of optical frequency comb lines. *Optics express*, 21(5) :5793–802, 2013.

- [25] I. Y. Poberezhskiy, B. Bortnik, J. Chou, B. Jalali, and H. R. Fetterman. Serrodyne Frequency Translation of Continuous Optical Signals Using Ultrawide-band Electrical Sawtooth Waveforms. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 41(12) :1533–1539, 2005.
- [26] J.-D. Deschênes and J. Genest. Heterodyne beats between a continuous-wave laser and a frequency comb beyond the shot-noise limit of a single comb mode. *Physical Review A*, 87(2) :23802, February 2013.
- [27] F. R. Giorgetta, I. Coddington, E. Baumann, W. C. Swann, and N. R. Newbury. Fast high-resolution spectroscopy of dynamic continuous-wave laser sources. *Nature Photonics*, 4(12) :853–857, 2010.
- [28] T. R. Schibli, K. Minoshima, E. L. Hong, H. Inaba, Y. Bitou, A. Onae, and H. Matsumoto. Phase-locked widely tunable optical single-frequency generator based on a femtosecond comb. *Optics Letters*, 30(17) :2323–2325, 2005.
- [29] T. R. Schibli, K. Minoshima, Y. Bitou, F.-L. Hong, H. Inaba, A. Onae, and H. Matsumoto. Displacement metrology with sub-pm resolution in air based on a fs-comb wavelength synthesizer. *Optics express*, 14(13) :5984–5993, 2006.
- [30] E. Baumann, F. R. Giorgetta, J.-D. Deschênes, W. C. Swann, I. Coddington, and N. R. Newbury. Comb-calibrated laser ranging for three-dimensional surface profiling with micrometer-level precision at a distance. *Optics Express*, 22(21) :24914, 2014.
- [31] J.-D. Deschênes. *Non-stationary photodetection shot noise in frequency combs : a signal processing perspective*. PhD thesis, Université Laval, 2013.
- [32] C. Zhang, Z. Zhang, H. Wang, and Y. Yang. Spectral resolution enhancement of acousto-optic tunable filter by double-filtering. *Optics Express*, 16(14) :10234–10239, 2008.
- [33] F. Harris. Digital filter equalization of analog gain and phase mismatch in I-Q receivers. *IEEE International Conference on Universal Personal Communications*, 2 :793–796, 1996.
- [34] A. Schuchert, R. Hasholzner, and P. Antoine. A novel IQ imbalance compensation scheme for the reception of OFDM signals. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 47(3) :313–318, 2001.
- [35] J. Tubbax, B. Côme, L. Van Der Perre, S. Donnay, M. Engels, H. De Man, and M. Moonen. Compensation of IQ imbalance and phase noise in OFDM systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 4(3) :872–877, 2005.
- [36] A Leon-Garcia. *Probability, Statistics, and Random Processes for Eletrical Engineerring, 3rd Edition*. Pearson, Prentice Hall, 3 edition, 2008.

- [37] D. J. Jones, S. A. Diddams, J. K. Ranka, A. Stentz, R. S. Windeler, J. L. Hall, and S. T. Cundiff. Carrier-Envelope Phase Control of Femtosecond Mode-Locked Lasers and Direct Optical Frequency Synthesis. *Science*, 288(5466) :635–639, 2000.
- [38] I. Coddington, W. C. Swann, and N. R. Newbury. Coherent dual-comb spectroscopy at high signal-to-noise ratio. *Physical Review A*, 82(4) :043817–1—043817–13, 2010.
- [39] R. Wynands, T. Mukai, and T. W. Hänsch. Coherent bisection of optical frequency intervals as large as 530 THz. *Optics Letters*, 17(24) :1749–1751, December 1992.
- [40] L. S. Ma, P. Jungner, J. Ye, and J. L. Hall. Delivering the same optical frequency at two places : accurate cancellation of phase noise introduced by an optical fiber or other time-varying path. *Optics Letters*, 19(21) :1777–1779, 1994.
- [41] Xilinx. ML605 Hardware User Guide, 2011.
- [42] H Inose and Y Yasuda. A unity bit coding method by negative feedback. *Proceedings of the IEEE*, 51(11) :1524–1535, November 1963.
- [43] M. Matsumoto and T. Nishimura. Mersenne twister : a 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator. *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, 8(1) :3–30, 1998.
- [44] M. Tateda, S. Tanaka, and Y. Sugawara. Thermal characteristics of phase shift in jacketed optical fibers. *Applied Optics*, 19(5) :770–773, 1980.
- [45] N. Lagakos, J. A. Bucaro, and J. Jarzynski. Temperature-induced optical phase shifts in fibers. *Applied Optics*, 20(13) :2305–2308, 1981.
- [46] L. Perret, P. Pfeiffer, B. Serio, and P. Twardowski. Thermal characterization of optical fibers using wavelength-sweeping interferometry. *Applied Optics*, 49(18) :3601–3606, 2010.