



# **Intégration de métasurfaces dans le processus de conception optique**

**Mémoire**

**Alexandre Cléroux Cuillerier**

**Maîtrise en physique - avec mémoire**  
Maître ès sciences (M. Sc.)

Québec, Canada

# **Intégration de métasurfaces dans le processus de conception optique**

**Mémoire**

**Alexandre Cléroux Cuillerier**

Sous la direction de:

Simon Thibault, directeur de recherche

# Résumé

L'arrivée au début du millénaire des métasurfaces offre une approche novatrice à la manipulation des ondes électromagnétiques. De l'interaction du front d'onde incident et des méta-atomes, structures fondamentales de la métasurface, émerge des propriétés optiques exotiques que l'on ne retrouve pas chez des matériaux ordinaires. Bien que cette technologie promette de s'affranchir des limitations de l'optique classique, l'intégration de métasurfaces à des systèmes optiques déjà existants demeure une avenue peu explorée. Toutefois, de récents développements dans la modélisation de métasurfaces auraient le potentiel de promouvoir cette intégration. En effet, par la conjonction de modèles et d'outils de conception optique traditionnelle, il serait possible d'extraire efficacement les propriétés optiques de métasurfaces au coeur d'un système optique complexe. Ce projet propose donc une méthode d'intégration des métasurfaces en conception optique grâce à des modèles semi-analytiques permettant de caractériser des structures rectangulaires et cylindriques agissant comme méta-atomes. De cette façon, les propriétés des méta-atomes utiles à la conception optique ont pu être étudiées. En plus de pouvoir obtenir les dimensions de structures permettant à la métasurface d'opérer adéquatement, les comportements de ces structures sous différentes conditions d'illumination ont été établis. Des analyses subséquentes sur la performance et la dispersion chromatique de métalentilles ont révélé des particularités fondamentalement distinctes de l'optique classique. Pour conclure, une démonstration de systèmes combinant métasurfaces avec éléments réfractifs a servi de preuve de concept pour la méthode proposée de conception optique exploitant les métasurfaces de manière avantageuse.

# Abstract

The arrival at the beginning of the millennium of metasurfaces offers an innovative approach to the manipulation of electromagnetic waves. From the interaction of the incident wavefront and the meta-atoms, fundamental structures of the metasurface, emerge exotic optical properties not found in ordinary materials. Although this technology promises to overcome the limitations of conventional optics, the integration of metasurfaces into existing optical systems remains an unexplored avenue. However, recent developments in metasurface modelling have the potential to promote this integration. Indeed, by combining models and traditional optical design tools, it would be possible to efficiently extract the optical properties of metasurfaces within a complex optical system. This project proposes a method for integrating metasurfaces in optical design using semi-analytical models to characterize rectangular and cylindrical structures acting as meta-atoms. In this way, the properties of meta-atoms useful for optical design could be studied. In addition to being able to obtain the dimensions of structures allowing the metasurface to operate adequately, the behavior of these structures under different illumination conditions has been established. Subsequent analyzes of the performance and chromatic dispersion of metalenses have revealed features fundamentally distinct from conventional optics. To conclude, demonstrations of systems combining metasurfaces with refractive elements served as proof of concept for the proposed method of optical design exploiting metasurfaces in an advantageous way.

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>ii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iii</b>
<b>Table des matières</b>	<b>iv</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>vi</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>vii</b>
<b>Remerciements</b>	<b>xi</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Théorie</b>	<b>3</b>
1.1 Notions d'optique . . . . .	3
1.1.1 Équation d'onde . . . . .	4
1.1.2 Tracé de rayons . . . . .	5
1.1.3 Front d'onde et aberrations . . . . .	7
1.1.4 Dispersion chromatique . . . . .	8
1.1.5 Lentilles diffractives . . . . .	9
1.2 Métasurfaces . . . . .	11
1.2.1 La physique des métasurfaces . . . . .	11
1.2.2 Applications . . . . .	13
1.3 Modèle semi-analytique . . . . .	15
1.3.1 Méta-atomes rectangulaires . . . . .	15
1.3.2 Méta-atomes cylindriques . . . . .	17
<b>2 Propriétés des méta-atomes</b>	<b>21</b>
2.1 Méthodologie numérique . . . . .	21
2.1.1 Méta-atomes rectangulaires . . . . .	22
2.1.2 Méta-atomes cylindriques . . . . .	23
2.2 Résultats et analyses . . . . .	25
2.2.1 Méta-atomes rectangulaires . . . . .	25
2.2.2 Méta-atomes cylindriques . . . . .	34
<b>3 Métasurfaces et conception optique</b>	<b>40</b>
3.1 Développement d'outils d'intégration . . . . .	40
3.1.1 Environnement de tracé de rayons . . . . .	41

3.1.2	Intégration dans un logiciel de conception optique . . . . .	43
3.2	Analyse de performances . . . . .	44
3.2.1	Dispersion . . . . .	44
3.2.2	Aberrations . . . . .	53
3.3	Conception . . . . .	60
3.3.1	Processus . . . . .	61
3.3.2	Démonstration . . . . .	64
	<b>Conclusion</b>	<b>69</b>
	<b>A Graphiques des indices de réfraction</b>	<b>72</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>75</b>

# Liste des tableaux

1.1	Coefficients $W_{ijk}$ et leur aberration de Seidel correspondante . . . . .	7
1.2	Caractéristiques des métasurfaces représentées à la figure 1.7. . . . .	20
3.1	Méta-atomes utilisés afin de produire des métalentilles de longueur focale $f = 10$ mm dans le visible et dans l’infra-rouge moyen . . . . .	45
3.2	Liste des étapes à suivre pour extraire les coefficients d’aberration $W_{ijk}$ de premier ordre à partir du front d’onde dans la pupille de sortie. . . . .	54
3.3	Prescription optique du doublet réfractif-métasurface . . . . .	65
3.4	Prescription optique du méta-doublet achromatique . . . . .	67

# Liste des figures

1.1	Tracé de rayons - Tiré du <i>Modern Optical Engineering, 4th edition</i> [32] . . . . .	5
1.2	Schématisation de la dispersion chromatique d'une lentille simple et d'un doublet achromatique . . . . .	9
1.3	Schématisation d'une lentille diffractive et des vecteurs d'ondes de la lumière incidente ( $\mathbf{k}_i$ ), transmise ( $\mathbf{k}_t$ ) et du réseau de diffraction ( $\mathbf{K}$ ) . . . . .	9
1.4	Métasurface à phase P-B composée de prismes à base rectangulaire . . . . .	13
1.5	Schématisation des nanostructures rectangulaires, tirée de Borne et al. [5] . . . . .	16
1.6	Schématisation d'un nanocylindre et du déphasage induit $\varphi$ en fonction de son diamètre $D = 2a$ pour une hauteur $H$ donnée. . . . .	18
1.7	Déphasage induit en fonction du rayon des structures cylindriques prédit par le modèle comparé aux données de simulations numériques (voir table 1.2 pour les paramètres de calcul utilisés) . . . . .	20
2.1	Organigramme numérique de modélisation des méta-atomes rectangulaires . . . . .	22
2.2	Organigramme numérique de modélisation des méta-atomes cylindriques . . . . .	24
2.3	Déphasage selon l'orientation $\theta_n$ d'un méta-atome de $\text{TiO}_2$ de dimensions $(W \times L \times H) = (100 \times 155 \times 600)$ nm illuminé par une lumière de longueur d'onde $\lambda = 550$ nm de polarisation circulaire droite $\mathbf{J}_R$ et circulaire gauche $\mathbf{J}_L$ . . . . .	26
2.4	Déphasage en fonction de l'orientation des nanostructures pour des longueurs d'onde allant de 450 nm à 650 nm. Les méta-atomes de géométries distinctes sont composés de $\text{TiO}_2$ . . . . .	27
2.5	Déphasage en fonction de $\theta_n$ à $\lambda = 550$ nm pour différentes dimensions de méta-atomes de $\text{TiO}_2$ : <b>a</b> ) $(100 \times 200 \times 600)$ nm, <b>b</b> ) $(80 \times 160 \times 600)$ nm et <b>c</b> ) $(180 \times 200 \times 600)$ nm. . . . .	28
2.6	Écart quadratique moyen $\Delta\varphi$ pour un intervalle de dimensions $(W \times L)$ évalué à trois longueurs d'onde $\lambda$ dans le spectre visible. Les méta-atomes rectangulaires sont composés de $\text{TiO}_2$ et possèdent une hauteur fixe de 600 nm. . . . .	29
2.7	Écart quadratique moyen $\Delta\varphi$ pour un intervalle de dimensions $(W \times L)$ évalué à trois longueurs d'onde $\lambda$ dans le spectre infra-rouge moyen. Les méta-atomes rectangulaires sont composés de Si et possèdent une hauteur fixe de $3 \mu\text{m}$ . . . . .	30
2.8	Dimensions auxquelles se produisent un changement de régime en fonction de la longueur d'onde pour différentes valeurs entières de $m$ . . . . .	31
2.9	Écart quadratique moyen $\Delta\varphi$ pour un intervalle de hauteurs $H$ évalué à la bande spectrale de 450-650 nm. Les méta-atomes composés de $\text{TiO}_2$ possèdent une base de dimension $(W \times L)$ fixe. . . . .	32
2.10	Écart quadratique moyen $\Delta\varphi$ pour un intervalle de hauteurs $H$ évalué à la bande spectrale de 3.5-4.5 $\mu\text{m}$ . Les méta-atomes composés de Si possèdent une base de dimension $(W \times L)$ fixe. . . . .	32

2.11	Déphasage en fonction de l'orientation des nanostructures pour deux bandes spectrales distinctes. . . . .	33
2.12	Dispersion chromatique de la phase évaluée pour différents angles d'orientation $\theta_n$ . . . . .	33
2.13	Différence de phase à incidence $\theta_i$ variable par rapport à une incidence normale en fonction de l'orientation $\theta_n$ . . . . .	34
2.14	Déphasage $\varphi$ en fonction du rayon $a$ d'un nanocylindre à différentes hauteurs $H$ sous une illumination à $\lambda = 550$ nm. . . . .	35
2.15	Déphasage $\varphi$ en fonction de la longueur d'onde $\lambda$ et du rayon $a$ des nanostructures composées de matériaux distincts. . . . .	36
2.16	Dispersion des nanostructures en fonction de leur dimension $a$ . . . . .	37
2.17	Rayons des nanostructures cylindriques minimales auxquelles un mode peut se propager selon la relation de dispersion (1.45) en fonction de la longueur d'onde incidente. . . . .	38
2.18	Variation de la phase pour différents angles d'incidence $\theta_i$ par rapport à $\theta_i = 0^\circ$ en fonction du rayon des nanostructures. . . . .	38
3.1	Organigramme numérique de l'environnement de tracé de rayons. . . . .	41
3.2	Organigramme numérique du logiciel <i>Zemax</i> et de la <i>Dynamic-Link Library</i> (DLL) modélisant une métasurface. . . . .	43
3.3	Décalage focal chromatique pour une surface diffractive. . . . .	46
3.4	Dispersion chromatique pour une métasurface composée de méta-atomes rectangulaires de hauteur variable dans le spectre visible pour <b>(a)</b> et <b>(b)</b> et dans l'infra-rouge moyen pour <b>(c)</b> et <b>(d)</b> . . . . .	47
3.5	Dispersion chromatique pour une métasurface composée de méta-atomes cylindriques de hauteur variable dans le spectre visible pour <b>(a)</b> et <b>(b)</b> et dans l'infra-rouge moyen pour <b>(c)</b> et <b>(d)</b> . . . . .	48
3.6	Dispersion chromatique effective pour une surface diffractive . . . . .	49
3.7	Décalage focal effectif pour différents diamètres $D$ de métasurfaces adaptées pour une bande spectrale de $\lambda \in (450 - 650)$ nm . . . . .	50
3.8	Décalage focal effectif pour une métasurface composée de méta-atomes rectangulaires de hauteur variable . . . . .	51
3.9	Décalage focal effectif pour une métasurface composée de méta-atomes cylindriques de hauteur variable . . . . .	51
3.10	<i>RMS spot size</i> le long de l'axe optique évalué pour l'ensemble des bandes spectrales. Les méta-atomes utilisés sont de forme rectangulaire pour <b>(a)</b> et <b>(b)</b> et de forme cylindrique pour <b>(c)</b> et <b>(d)</b> . . . . .	52
3.11	Traitement des aberrations pour une surface de phase hyperbolique de focale $f = 10$ mm et d'un $f/\# = 5$ sous un champ de vue de $\pm 10^\circ$ . . . . .	54
3.12	Démonstration d'une métasurface de nanostructures cylindriques au profil discontinu de phase menant à un OPD indescriptible par un polynôme de la forme (3.16) . . . . .	55
3.13	Coefficients d'aberration $W_{ijk}$ calculés en divisant la pupille en sous sections . . . . .	56
3.14	Calcul des aberrations à partir d'un front d'onde issu d'une métasurface à méta-atomes rectangulaires . . . . .	57
3.15	Coefficients d'aberration $W_{ijk}$ calculés en divisant la pupille en sous sections pour une métasurface à structures rectangulaires . . . . .	58

3.16	Coefficients d'aberration sur l'axe optique $W_{0j0}$ calculés en divisant la pupille en sous sections pour une métasurface à structures cylindriques . . . . .	59
3.17	Fabrication test d'une métalentille composée de structures cylindriques en chalcogénure adaptée pour une bande spectrale dans l'infrarouge moyen . . . . .	64
3.18	Schéma et performances du doublet réfractif-métasurface . . . . .	65
3.19	Décalage focal effectif des métalentilles individuelles et du doublet . . . . .	66
A.1	Indice de réfraction du $\text{TiO}_2$ pour une bande spectrale de 450 à 650 nm . . . . .	72
A.2	Indice de réfraction du $\text{SiO}_2$ pour une bande spectrale de 450 à 650 nm . . . . .	73
A.3	Indice de réfraction du GaN pour une bande spectrale de 3.5 à 4.5 $\mu\text{m}$ . . . . .	73
A.4	Indice de réfraction du Si pour une bande spectrale de 3.5 à 4.5 $\mu\text{m}$ . . . . .	74

A ship in harbor is safe, but that  
is not what ships are built for.

---

John A. Shedd

# Remerciements

Merci au LRIO, groupe de recherche dans lequel j'ai eu l'honneur d'évoluer durant ces deux dernières années. J'ai pu rencontrer des personnes sympathiques, généreuses et toujours prêtes à supporter un collègue.

Merci à Jeck, partenaire d'exception. Ta générosité et ta volonté de contribuer aux succès de ceux qui t'entourent sont des qualités d'une grande valeur. Ta contribution à ce projet va bien au-delà de ce que l'on peut retrouver sur papier.

Merci à Simon de m'avoir fait confiance et m'avoir donné l'opportunité de contribuer à ce projet d'envergure.

Merci aux membres de ma famille qui, depuis toujours, m'ont permis d'aller au bout de mes ambitions.

Merci à mes amis qui ont rendu cette folle aventure inoubliable.

Merci à celle qui a été là pour moi du début à la fin.

# Introduction

Une compréhension intuitive des propriétés intrinsèques des matériaux traditionnels a fait progresser le développement d'une multitude d'instruments optiques étant toutefois limités par les lois classiques de l'optique, dont les phénomènes de réfraction et de diffraction. L'arrivée au début du millénaire des métamatériaux et de leurs homologues bidimensionnels, les métasurfaces, offre une approche novatrice à la manipulation des ondes électromagnétiques en utilisant des propriétés exotiques qu'on ne retrouve pas chez les matériaux ordinaires. Notamment, la première démonstration d'une de ces propriétés fut la réalisation d'un milieu à indice de réfraction négatif [24; 31]. D'autres contributions notables comme, par exemple, une superlentille violant les lois classiques de la résolution [28] et même une cape d'invisibilité [29] sont venues mettre en lumière les qualités inédites et l'impressionnante flexibilité qu'apporte la conception optique basée sur les métasurfaces. Bien que cette technologie promette de s'affranchir des limitations de l'optique classique, l'intégration de métasurfaces à des systèmes optiques déjà existants demeure une avenue peu explorée. Quelques approches ont été proposées dans les dernières années comme l'utilisation de surface de phase déjà intégrée dans les logiciels de conception optique ou l'utilisation de simulation numérique rigoureuse [15; 10]. Toutefois, même si ces deux méthodes possèdent leurs propres avantages, une solution exploitant la rapidité et la facilité d'utilisation des surfaces de phase tout en ayant la justesse des simulations numériques est manquante.

Toutefois, de récents développements dans la modélisation de métasurfaces seraient la clé pour obtenir cette solution. Grâce à ces modèles, il serait possible d'extraire les propriétés optiques de ces structures et les utiliser en conjonction avec des logiciels de conception optique communs sans devoir passer par une simulation numérique chronophage. L'objectif de ce projet est donc de proposer une méthode favorisant l'intégration efficace des métasurfaces en conception optique. À partir de modèles semi-analytiques pouvant caractériser des nanostructures de forme rectangulaire ou cylindrique, des outils numériques érigeant un pont entre les deux paradigmes ont été développés sans devoir sacrifier la grande polyvalence des métasurfaces. Exploiter les caractéristiques uniques de cette technologie associées aux prouesses de l'optique conventionnelle a le potentiel de favoriser l'émergence de systèmes innovants dont le tout serait supérieur à la somme de ses parties.

La structure de ce présent mémoire est divisée en trois chapitres établissant successivement les fondements et connaissances nécessaires à la réalisation de l'objectif ultime. Tout d'abord, les éléments de théories pertinents du domaine de l'optique conventionnelle sont établis. On se tourne ensuite vers le paradigme des métasurfaces où leur principe de fonctionnement et les applications pratiques qui en découlent sont résumés. Comme mentionné précédemment, ce projet s'appuie sur des travaux de modélisation de méta-atomes. Ces modèles semi-analytiques décrivant les propriétés de structures rectangulaires et cylindriques sont présentés pour conclure le premier chapitre, pavant la voie à leur implémentation dans un contexte de conception optique. Le second chapitre introduit une série d'analyses sur les propriétés des méta-atomes individuels grâce à une méthodologie numérique adaptée. Établir au préalable certains comportements liés à ces structures favorise une utilisation astucieuse des métasurfaces dans un environnement de conception optique, sujet principal du troisième et ultime chapitre. D'entrée de jeu, deux outils numériques sont proposés. Le premier permet d'utiliser l'implémentation des méta-atomes présentée au chapitre antérieur pour étudier une métasurface seule. Le second est applicable avec le logiciel de conception optique Zemax ce qui permet de concevoir un système complexe alliant éléments réfractifs et métasurfaces. Travaillant tout d'abord avec le premier outil, la dispersion unique et les aberrations des métalentilles sont étudiées. Finalement, une démonstration de systèmes optiques profitant des métasurfaces est proposée comme preuve de concept.

# Chapitre 1

## Théorie

Les métasurfaces sont fondamentalement basées sur des principes électromagnétiques ondulatoires, à l'opposé du paradigme utilisé en conception optique qui fait majoritairement appel à la description de la lumière par tracé de rayons. Unir ces deux théories de la lumière demeure un défi considérable afin d'intégrer judicieusement les métasurfaces dans un environnement de conception optique. Ce présent chapitre se veut comme l'établissement des bases théoriques utilisées lors du développement de la méthodologie présentée dans ce mémoire. Trois sections principales attendent le lecteur. Tout d'abord, on retrouve une introduction aux concepts indispensables d'optique et d'ingénierie optique. Par la suite, le principe de fonctionnement des métasurfaces retrouvées communément dans la littérature sera défini avant de présenter une liste sommaire des applications qui peuvent en découler. Enfin, un modèle semi-analytique basé sur un principe d'indice de réfraction effectif permettant la caractérisation de méta-atomes diélectriques aux formes géométriques simples sera présenté.

### 1.1 Notions d'optique

En premier lieu, il est nécessaire de définir une série de concepts primordiaux d'optique afin d'établir une base théorique suffisante. Pour ce faire, on débute par la description d'une onde électromagnétique sous sa forme ondulatoire avant d'introduire le formalisme du tracé de rayons. Ensuite, des concepts élémentaires en conception optique tels que le front d'onde et les aberrations longitudinales, transverses et chromatiques seront présentés. Finalement, une introduction aux lentilles diffractives, souvent utilisées comme point de comparaison aux métasurfaces, sera établie. La plupart des éléments de théorie ci-présents sont tirés du manuel d'optique de Saleh & Teich [30] et du manuel d'ingénierie optique de Smith [32].

### 1.1.1 Équation d'onde

À partir des équations de Maxwell, il est possible de démontrer qu'un champ électromagnétique doit respecter l'équation d'onde, formulée telle que

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1)$$

où  $c = c_0/n$  avec  $c_0$  étant la vitesse de la lumière dans le vide et  $n$  l'indice de réfraction du milieu de propagation. La solution d'une telle équation, sous sa forme complexe, est

$$E(\mathbf{r}, t) = A(\mathbf{r})e^{i\varphi(\mathbf{r})}e^{i\omega t} \quad (1.2)$$

où  $A(\mathbf{r})$  est l'amplitude,  $\varphi(\mathbf{r})$  la phase et  $\omega = 2\pi\nu$  la fréquence angulaire. Il peut être utile d'exprimer le champ électrique d'une onde sous sa forme phaseur  $\tilde{E}(\mathbf{r})$  qui correspond aux termes liés à l'enveloppe spatiale de l'onde :

$$E(\mathbf{r}, t) = \tilde{E}(\mathbf{r})e^{i\omega t} \implies \tilde{E}(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r})e^{i\varphi(\mathbf{r})} \quad (1.3)$$

### Polarisation

La polarisation d'une onde définit géométriquement l'évolution spatio-temporelle du vecteur de champ électrique. Considérons d'abord une onde plane uniforme se dirigeant vers l'axe des  $z$  positifs. Une telle onde est définie en notation phaseur de façon générale par

$$\tilde{E} = a_x e^{i\varphi_x} \hat{\mathbf{x}} + a_y e^{i\varphi_y} \hat{\mathbf{y}} \quad (1.4)$$

Les valeurs de  $a_x$ ,  $a_y$ , et  $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$  dictent la polarisation de cette onde. Dans le cas où  $\Delta\varphi = 0$ , la polarisation résultante est dite linéaire. L'orientation  $\theta$  dans le plan  $x - y$  de cette polarisation est déterminée par l'amplitude des coefficients  $a_i$  par la relation  $\theta = \arctan(a_y/a_x)$ . Si  $\Delta\varphi = \pm\pi/2$  et que  $a_x = a_y$ , on retrouve une polarisation circulaire. L'onde décrit donc un cercle en rotation dans le sens horaire ( $\Delta\varphi = \pi/2$ ) ou antihoraire ( $\Delta\varphi = -\pi/2$ ), respectivement appelé polarisation circulaire droite et gauche. Cependant, si  $a_x \neq a_y \neq 0$ , l'onde en propagation ne décrit plus un cercle, mais plutôt une ellipse. La polarisation d'une onde s'exprime également sous forme matricielle grâce aux vecteurs de Jones représentés par

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} a_x e^{i\varphi_x} \\ a_y e^{i\varphi_y} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

qui respecte la condition de normalisation  $\|\mathbf{J}\| = 1$ . En reprenant la précédente description du front d'onde, une polarisation linéaire ou circulaire se décrit par les vecteurs de Jones suivants :

$$\text{Linéaire : } \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}, \quad \text{Circulaire : } \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \pm i \end{bmatrix}$$

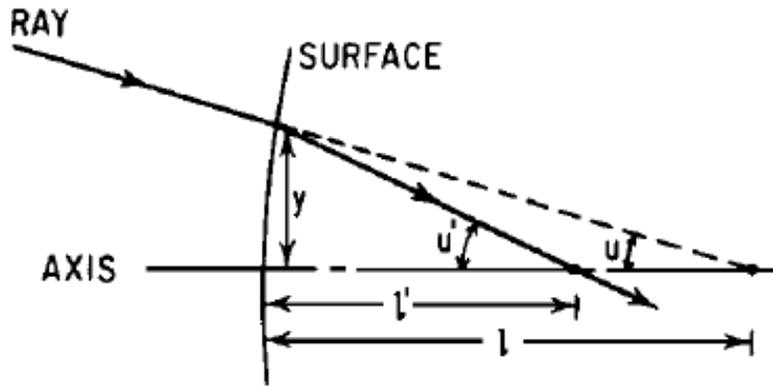


FIGURE 1.1 – Tracé de rayons - Tiré du *Modern Optical Engineering, 4th edition* [32]

### 1.1.2 Tracé de rayons

On considère dorénavant la description de la lumière par la propagation de rayons. Selon ce paradigme, ce sont les équations de Snell-Descartes qui décrivent le comportement d'un rayon incident sur une interface séparant deux milieux d'indice de réfraction  $n_i$  et  $n_t$ .

$$\text{Réfraction : } n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t \quad (1.6)$$

$$\text{Réflexion : } \theta_i = \theta_t$$

où  $\theta_i$  et  $\theta_t$  correspondent respectivement à l'angle incident et transmis par rapport à la normale de la surface. Dans un régime dit paraxial, les angles de chacun des rayons sont suffisamment faibles pour pouvoir approximer  $\tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta$ . La simplification qu'une telle approximation apporte permet d'obtenir facilement et rapidement des résultats utiles quant aux performances d'un système optique.

À l'aide de principes géométriques et trigonométriques, on peut obtenir une série d'équations permettant de décrire la trajectoire de rayons à travers de multiples interfaces et milieux. Pour le développement suivant, on utilise la notation proposée par Smith [32] (voir fig. 1.1). Considérant un rayon d'une hauteur  $y_i$  et d'angle  $u_i$  incident sur une interface sphérique de rayon de courbure  $R$ , on développe les relations suivantes afin d'obtenir les coordonnées  $(y, u)$  à la prochaine surface située à une distance  $t$ . Pour obtenir le parcours complet de la lumière parmi un système optique complexe, il suffit d'appliquer ces équations de façon itérative pour chacune des surfaces.

$$u_i' = \frac{nu_i}{n'} - \frac{y_i(n' - n)}{Rn'} \quad (1.7)$$

$$y_{i+1} = y_i + tu_i' \quad (1.8)$$

$$u_{i+1} = u_i' \quad (1.9)$$

Une méthode alternative pour représenter un rayon est par ses cosinus directeurs dénotés  $l$ ,  $m$  et  $n$ . Considérant le rayon comme un vecteur tri-dimensionnel  $\mathbf{r} = x_i\hat{x} + y_i\hat{y} + z_i\hat{z}$ , alors

$$l = \cos u_x = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}} \quad (1.10)$$

$$m = \cos u_y = \frac{y_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}} \quad (1.11)$$

$$n = \cos u_z = \frac{z_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}} \quad (1.12)$$

où  $u_x$ ,  $u_y$  et  $u_z$  sont les angles formés par le vecteur et les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  respectivement. En exprimant le rayon de cette façon, les équations de tracé développées plus tôt peuvent être utilisées pour faire propager un rayon selon trois axes.

### Équations de Snell-Descartes généralisées

Comme mentionné précédemment, les équations de Snell-Descartes, découlant du principe de Fermat, dictent les angles de réfraction et réflexion sur une interface. Toutefois, lorsque des discontinuités de phase couvrent celle-ci, une correction doit être apportée aux équations (1.6). Yu et al. [40] ont été les premiers à proposer une généralisation de la loi de Snell-Descartes afin de prendre en compte une interface à gradient de phase.

$$\text{Réfraction : } n_t \sin \theta_t - n_i \sin \theta_i = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{d\Phi}{dr} \quad (1.13)$$

$$\text{Réflexion : } \sin \theta_r - \sin \theta_i = \frac{\lambda}{2\pi n_i} \frac{d\Phi}{dr} \quad (1.14)$$

Appliquons maintenant le formalisme utilisé précédemment pour développer une série d'équations pour décrire un tracé de rayons à travers une surface plane possédant un gradient de phase. Pour simplifier initialement le problème, considérons un rayon ne possédant seulement qu'une composante alignée sur l'axe  $y$ . Selon la convention de tracé de rayons utilisée,  $\theta_i = 90^\circ - u_y \implies \sin \theta_i = \cos u_y$ . En reprenant donc l'équation de réfraction généralisée pour  $n_t = n_i = 1$ , on obtient

$$\cos u'_y = \cos u_y + \frac{\lambda}{2\pi} \frac{d\Phi}{dr} \implies m' = m + \frac{\lambda}{2\pi} \frac{d\Phi}{dy}$$

En généralisant ce dernier résultat, les cosinus directeurs transmis ( $l'$ ,  $m'$ ) s'expriment ainsi pour une surface de phase  $\Phi(x, y)$

$$l' = l + \frac{\lambda}{2\pi} \frac{d\Phi}{dx} \quad (1.15)$$

$$m' = m + \frac{\lambda}{2\pi} \frac{d\Phi}{dy} \quad (1.16)$$

### 1.1.3 Front d'onde et aberrations

Un système optique est idéal si le front d'onde à la pupille de sortie de celui-ci est une section de sphère centrée sur le plan image. Une telle sphère est décrite par l'équation suivante :

$$x^2 + y^2 + (z - R)^2 = R^2 \quad (1.17)$$

où les coordonnées  $(x, y, z)$  sont dans le plan de la pupille de sortie et  $R$ , étant le rayon de courbure du front d'onde, correspond à la distance entre la pupille de sortie et le plan image. Pour obtenir l'équation du front d'onde à partir de cette dernière, il suffit d'isoler la coordonnée longitudinale  $z$ .

$$W(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{2R} \quad (1.18)$$

Le terme en  $z^2$  a été négligé dans l'approximation parabolique où  $x^2 + y^2 \ll R^2$ . Toutefois, en réalité, le front d'onde résultant d'un système optique est bien plus complexe. Il est alors utile de définir l'erreur sur le front d'onde  $\Delta W$ .

$$\Delta W(x, y) = W(x, y) - \frac{x^2 + y^2}{2R} \quad (1.19)$$

Cette expression, équivalente à l'OPD (*optical path difference*) par rapport au front d'onde idéal, permet de quantifier les aberrations présentes dans le système [37]. Il a été proposé par Welford [36] d'exprimer un front d'onde aberré comme une expansion fonction de  $x, y$  et du champ de vue normalisé  $H$ .

$$\implies \Delta W(H, x, y) \equiv W(x^2 + y^2, yH, H^2) \quad (1.20)$$

Sous sa forme polaire, avec  $x = \rho \sin \theta$  et  $y = \rho \cos \theta$ .

$$\Delta W(H, \rho, \theta) = \sum_{i,j,k} W_{ijk} H^i \rho^j \cos^k \theta \quad (1.21)$$

$$= W_{020} \rho^2 + W_{111} H \rho \cos \theta + W_{040} \rho^4 + W_{131} H \rho^3 \cos \theta \\ + W_{222} H^2 \rho^2 \cos^2 \theta + W_{220} H^2 \rho^2 + W_{311} H^3 \rho \cos \theta \quad (1.22)$$

Chaque coefficient correspond à un type d'aberration précis (voir table 1.1). Les deux premières aberrations, le défocus et l'inclinaison sont des aberrations de premier ordre contrairement aux autres qui sont de troisième ordre, nommées également les aberrations de Seidel.

$W_{ijk}$	Aberration
$W_{020}$	Défocus
$W_{111}$	Inclinaison
$W_{040}$	Sphérique
$W_{131}$	Coma
$W_{222}$	Astigmatisme
$W_{220}$	Courbure de champ
$W_{311}$	Distorsion

TABLE 1.1 – Coefficients  $W_{ijk}$  et leur aberration de Seidel correspondante

### 1.1.4 Dispersion chromatique

Le nombre d'Abbe permet de caractériser la dispersion relative d'un matériau optique. Défini à partir de l'indice de réfraction du matériau d'intérêt à trois longueurs d'onde  $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ , le nombre d'Abbe  $V$  s'exprime ainsi

$$V = \frac{n_2 - 1}{n_1 - n_3}. \quad (1.23)$$

où  $n_i$  correspond à l'indice de réfraction de milieu à la longueur d'onde  $\lambda_i$ . Lorsque appliqué dans le spectre visible, on utilise typiquement les lignes spectrales de Fraunhofer  $C = 656.3 \text{ nm}$ ,  $D_1 = 589.3 \text{ nm}$  et  $F = 486.1 \text{ nm}$ . À partir de l'équation du Lensmaker pour une lentille mince, on peut définir une expression de  $V$  en fonction de la puissance  $\phi$  d'une lentille. À la longueur d'onde centrale, on a

$$\phi_2 = \frac{1}{f_2} = (n_2 - 1) \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right].$$

La différence de puissance pour les longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_3$  est donnée par

$$\phi_1 - \phi_3 = (n_1 - n_3) \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right].$$

En prenant le ratio entre les deux dernières expressions, on obtient

$$V = \frac{\phi_2}{\phi_1 - \phi_3} = \frac{n_2 - 1}{n_1 - n_3} = V \quad (1.24)$$

Pour la grande majorité des matériaux utilisés pour concevoir des éléments optiques,  $n_1 > n_3 \implies V > 0$ . Ainsi,  $\phi_1 > \phi_3$  ce qui correspond à une dispersion dite normale. Pour les cas exceptionnels où  $V < 0 \implies \phi_1 < \phi_3$ , il s'agit d'une dispersion anormale. Dans tous les cas, la grandeur du nombre  $V$  est inversement proportionnelle à la grandeur de la dispersion ; pour une dispersion nulle,  $V$  tend à l'infini.

### Doublet achromatique

Comme il a été démontré que la puissance d'une lentille varie avec la longueur d'onde, chaque lentille produit de l'aberration chromatique, tel que l'on peut observer à la figure 1.2a. Une façon bien connue de compenser cette aberration est par l'introduction d'un élément supplémentaire pour former un doublet achromatique. De façon générale, un doublet achromatique est composé de deux éléments : une lentille de faible dispersion et une lentille de dispersion élevée de puissance opposée (voir fig. 1.2b)

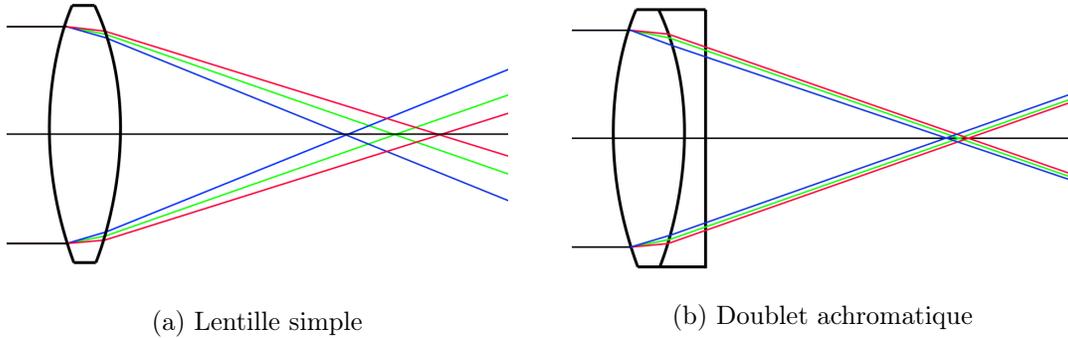


FIGURE 1.2 – Schématisation de la dispersion chromatique d’une lentille simple et d’un doublet achromatique

Pour concevoir un doublet achromatique cimenté, la puissance de chacune des composantes doit respecter les relations suivantes, où  $f_{ab}$  est la focale totale du système, préalablement définie [32].

$$\phi_a = \frac{V_a}{f_{ab}(V_a - V_b)} \quad (1.25)$$

$$\phi_b = \frac{V_b}{f_{ab}(V_b - V_a)} \quad (1.26)$$

### 1.1.5 Lentilles diffractives

Les éléments optiques diffractifs, ou DOE (*Diffractive Optical Element*) en anglais, peuvent prendre plusieurs formes et réaliser un nombre tout aussi important d’applications. Dans le contexte de conception optique présenté dans ce présent document, on limite notre intérêt à des lentilles diffractives, les équations qui les décrivent et les performances optiques qui en découlent.

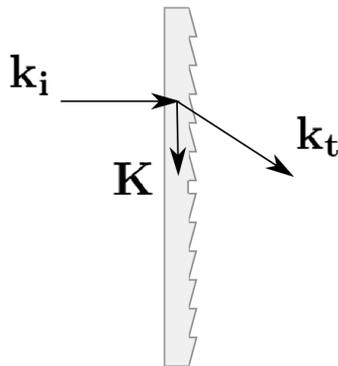


FIGURE 1.3 – Schématisation d’une lentille diffractive et des vecteurs d’ondes de la lumière incidente ( $\mathbf{k}_i$ ), transmise ( $\mathbf{k}_t$ ) et du réseau de diffraction ( $\mathbf{K}$ )

Pour modéliser ces surfaces, on débute en posant la conservation des vecteurs d'onde parallèles à la surface.

$$\mathbf{k}_t = \mathbf{k}_i - \mathbf{K} \quad (1.27)$$

où  $\mathbf{k}_i$  est le vecteur d'onde associé au faisceau incident,  $\mathbf{k}_t$  au faisceau sortant et  $\mathbf{K} = m \frac{2\pi}{d(r)} (\cos \vartheta \hat{\mathbf{x}} + \sin \vartheta \hat{\mathbf{y}})$  au réseau de diffraction. Afin de produire une lentille diffractive permettant de focaliser la lumière à une distance focale  $f_d$ , on introduit un pas de réseau variable  $d(r)$ .

$$d(r) = \lambda_0 \frac{\sqrt{r^2 + f_d^2}}{r} \quad (1.28)$$

avec  $\lambda_0$  comme longueur d'onde pour laquelle on conçoit la lentille diffractive. Également, dans le cas d'une lentille diffractive, le réseau possède une symétrie circulaire. Ceci fait en sorte que le vecteur  $\mathbf{K}$  pointe toujours vers le centre de la lentille.

$$\implies \vartheta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

où  $x, y$  représente une position sur la lentille. À l'ordre de diffraction  $m = 1$  et en considérant que le faisceau se propage dans le vide des deux côtés de l'interface, on peut développer les composantes du vecteur  $\mathbf{k}_t$ , en commençant par la composante en  $x$ .

$$\begin{aligned} k_{t,x} &= k_{i,x} - \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{r \cos \vartheta}{\sqrt{r^2 + f_d^2}} \\ \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_t \cos \vartheta &= \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_i \cos \vartheta - \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{r \cos \vartheta}{\sqrt{r^2 + f_d^2}} \\ \sin \theta_t &= \sin \theta_i - \frac{\lambda}{\lambda_0} \frac{r}{\sqrt{r^2 + f_d^2}} \end{aligned}$$

La dernière égalité est équivalente aux équations de réfraction généralisées (équations (1.15) et (1.16)) développées par Yu et al. [40] dans le cas particulier où

$$\frac{d\Phi}{dr} = -\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{r}{\sqrt{r^2 + f_d^2}} \implies \Phi(r) = -\frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{r^2 + f_d^2}. \quad (1.29)$$

On obtient ainsi une expression pour l'angle de réfraction  $\theta_t$ , soit

$$\theta_t = \arcsin \left( \sin \theta_i - \frac{\lambda}{\lambda_0} \frac{r}{\sqrt{r^2 + f_d^2}} \right) \quad (1.30)$$

## Dispersion

L'expression (1.24) dérivée précédemment permet d'obtenir la dispersion relative, le nombre d'Abbe, en fonction de la puissance d'une composante optique à certaines longueurs d'onde. Appliquons maintenant ce calcul pour une lentille diffractive grâce à la dérivation réalisée ci-haut. Par trigonométrie, on peut établir une expression pour la longueur focale fonction de la longueur d'onde  $f(\lambda)$ .

$$\tan \theta_t(\lambda) = \frac{r}{f(\lambda)} \quad (1.31)$$

Dans l'approximation paraxiale ( $r \ll f \implies \tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta$ ) la puissance d'une lentille diffractive décrite par l'équation (1.30) est donnée par

$$\phi(\lambda) = -\frac{\lambda}{\lambda_0 f_d} \quad (1.32)$$

avec  $\theta_i = 0$ . Suite à quelques manipulations algébriques,

$$V = -\frac{\lambda_2}{\lambda_3 - \lambda_1} \quad (1.33)$$

Cette expression est strictement négative pour tout ensemble de longueurs d'onde qui respecte la relation  $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ . On en conclut que les lentilles diffractives ont une dispersion anormale, soit l'inverse des lentilles réfractives communes. Si l'on applique l'équation (1.33) dans le spectre visible avec les lignes spectrales  $C, D_1$  et  $F$ ,  $V_{\text{diff}} \approx -3.46$ .

## 1.2 Métasurfaces

Les métasurfaces sont des éléments optiques composés de nanostructures périodiques de taille inférieure à la longueur d'onde que l'on nomme méta-atomes. De ces structures émergent des propriétés optiques novatrices [6; 7; 38]. En effet, contrairement aux optiques classiques qui modulent la lumière par une accumulation de la phase à travers divers matériaux optiques, les métasurfaces permettent de moduler abruptement la phase, l'amplitude ou même la polarisation de la lumière. La possibilité d'altérer localement les propriétés de l'onde incidente grâce à la conception de méta-atomes aux géométries variées confère une liberté inédite aux concepteurs optiques. Afin de mieux les comprendre et d'apprécier l'ampleur des applications qui en résulte, on s'attarde d'abord à la physique derrière deux grands groupes de métasurface avant d'effectuer un survol des applications qui ont été développées dans les dernières années.

### 1.2.1 La physique des métasurfaces

Afin d'avoir un contrôle complet sur le front d'onde résultant d'une métasurface, les méta-atomes utilisés doivent être en mesure d'introduire un déphasage d'au moins  $2\pi$ . En effet,

selon le principe d’Huygens-Fresnel, il est possible de décomposer un front d’onde comme une somme d’ondelettes sphériques. Si la phase de chacune de ces ondelettes peut être modulée par un cycle complet de  $2\pi$ , il est alors possible de générer n’importe quel front d’onde. Le principe de base des métasurfaces est donc de concevoir une série de structures exploitant un ou des phénomènes physiques qui peuvent générer une telle modulation de phase. La vaste sélection de méta-atomes qui a été développée jusqu’à maintenant se classe en deux grandes familles : les méta-atomes à résonance et les méta-atomes diélectriques.

### **Méta-atomes résonants**

Les méta-atomes résonants font appel aux résonances plasmoniques dues à l’interaction entre une structure métallique et un champ électrique. Lorsqu’une onde électromagnétique se propage à travers ces structures, le champ électrique variable temporellement induit une polarisation des porteurs de charges. À une fréquence de résonance dictée par la structure elle-même, le pic d’intensité de sa polarisation est également accompagné d’un déphasage de  $\pi$  [25; 6].

Les structures les plus simples ayant été implémentées dans un contexte de métasurfaces sont la sphère et les antennes rectangulaires. Les propriétés optiques d’une sphère métallique sont connues depuis plus d’un siècle grâce aux travaux de Mie [26]. Plus récemment, des développements ont été réalisés afin de généraliser ces résultats pour une structure sphéroïde quelconque [2] et une sphère de taille nanométrique [16]. Parallèlement, il a été démontré que des antennes rectangulaires disposées en forme de V, agissant comme dipôle dans leur forme la plus simple, ont le pouvoir d’induire un déphasage arbitraire [39]. Ainsi, c’est en combinant une série de nanoantennes à des orientations variées qu’une métasurface à gradient de phase peut être produite.

Les méta-atomes à résonance plasmonique ont servi aux premières démonstrations de métamatériaux et métasurfaces optiques. Bien que plusieurs résultats encourageants aient été obtenus au fil des années, ce type de méta-atomes fait face à une limitation majeure : des pertes élevées dues à la dissipation de chaleur dans le métal. L’avènement des métasurfaces entièrement diélectriques a permis de relancer le développement d’une nouvelle ère de métasurfaces en apportant une solution au problème de faible efficacité.

### **Méta-atomes diélectriques**

Contrairement aux méta-atomes à résonance présentés plus tôt, un type de métasurface commun fait appel à la phase de Pancharatnam-Berry (P-B), ou phase géométrique, afin d’introduire un déphasage variable. Au début du millénaire, Berry [3] et Bomzon et al. [4] ont démontré qu’un réseau de taille inférieure à la longueur d’onde pouvait convertir une polarisation circulaire incidente en un faisceau à la polarisation arbitraire.

Ces travaux ont mené au développement de méta-atomes rectangulaires à orientation variable  $\theta(x, y)$ , tel qu'illustré à la figure 1.4. Chacune de ces structures agit comme une lame à retard demi-onde. Lorsqu'une lumière polarisée circulairement est incidente sur une surface de ce type, le champ électrique résultant est décrit par les équations suivantes. En utilisant le formalisme de Jones (voir section 1.1.1),

$$\mathbf{E}_{\text{in}} = \mathbf{J}_{\mathbf{R}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \implies \mathbf{E}_{\text{out}} = \left( \cos \frac{\varphi}{2} - i \sin \frac{\varphi}{2} e^{-2\theta(x,y)i} \right) \mathbf{J}_{\mathbf{L}} \quad (1.34)$$

$$\mathbf{E}_{\text{in}} = \mathbf{J}_{\mathbf{L}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \implies \mathbf{E}_{\text{out}} = \left( \cos \frac{\varphi}{2} - i \sin \frac{\varphi}{2} e^{2\theta(x,y)i} \right) \mathbf{J}_{\mathbf{R}} \quad (1.35)$$

où  $\varphi$  est le déphasage associé aux lames à retard [6]. En plus d'inverser le sens de rotation de la polarisation, un déphasage de  $2\theta(x, y)$  est introduit. Ainsi, en variant l'orientation de chacun des méta-atomes rectangulaires de  $0^\circ$  à  $180^\circ$ , un déphasage total de  $2\pi$  peut être introduit.

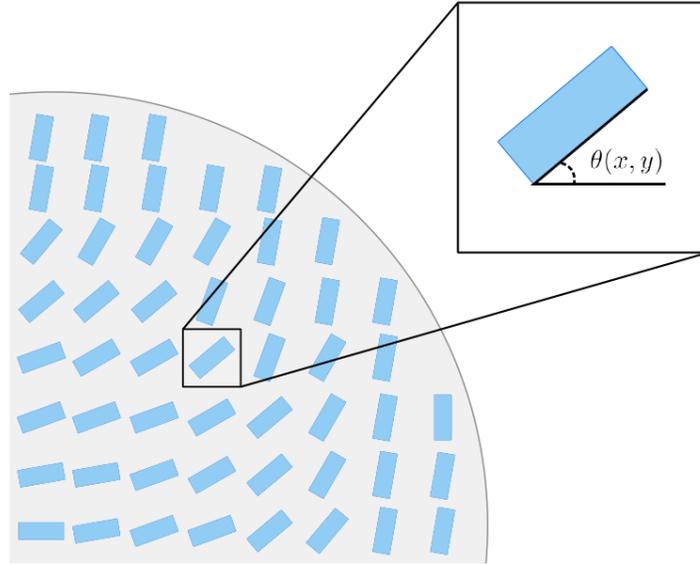


FIGURE 1.4 – Métasurface à phase P-B composée de prismes à base rectangulaire

Il existe une très grande variété de nanostructures diélectriques aux diverses formes ayant chacune une utilité bien particulière. Par exemple, des prismes à base circulaire et hexagonale ont été utilisés afin de produire une lentille insensible à la polarisation [8; 17]. Également, une combinaison de deux tailles de méta-atomes rectangulaires permet d'obtenir une lentille achromatique [10]. De récents travaux exploitent même le pouvoir de l'intelligence artificielle pour développer une nouvelle génération de méta-atomes aux géométries complexes [14].

## 1.2.2 Applications

Les propriétés uniques des métasurfaces et leur capacité à moduler localement la lumière ont permis le développement d'une multitude d'applications. Par exemple, les métasurfaces

peuvent servir à générer diverses polarisations à partir de méta-atomes plasmoniques en aluminium [9]. Il est également possible d'utiliser ces surfaces en réflexion au lieu de réfraction pour concevoir un rétroreflecteur [1]. La physique novatrice des métasurfaces a en plus permis le développement de nouvelles techniques d'holographie [21]. Malgré la quantité impressionnante de technologies qui reste à couvrir, on limite cette revue aux applications développées dans un contexte de conception optique.

## Métalentesilles

Afin de produire une lentille à partir d'une métasurface, il suffit de concevoir et de disposer des méta-atomes afin de produire un front d'onde hyperbolique décrit par l'équation suivante.

$$\varphi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda}(f - \sqrt{x^2 + y^2 + f^2}) \quad (1.36)$$

De cette façon, la métalenteille produit un point focal de taille limitée par la diffraction sur l'axe pour la longueur d'onde de design. Le choix de méta-atomes permet ensuite d'obtenir les caractéristiques désirées que ce soit une lentille insensible à la polarisation [17] ou une lentille achromatique [35].

## Traitement des aberrations

Un grand nombre de métalentesilles a été développé à l'aide de l'équation (1.36) puisque sur l'axe optique, ce profil de phase n'introduit aucune aberration sphérique. Par contre, pour les systèmes optiques à grand champ de vue, une telle lentille produit une quantité importante de coma. Des termes supplémentaires doivent être ajoutés au profil de phase afin d'obtenir la métalenteille optimale pour répondre aux besoins du design. Ces termes prennent la forme d'un polynôme d'ordre pair normalisé par le rayon  $R$  de la métasurface.

$$\varphi(x, y) = \sum_i a_i \left( \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{R} \right)^{2i} \quad (1.37)$$

L'optimisation du profil de phase des métalentesilles afin de minimiser les aberrations hors axe est un processus essentiel à la conception de systèmes capables de reproduire les performances de l'optique classique [22; 18].

## Contrôle de la dispersion

La gestion de la dispersion chromatique dans un système optique est un enjeu de premier plan pour tout concepteur optique. Outillé seulement de lentilles classiques, c'est par un choix judicieux de matériaux et de formes de lentilles (voir section 1.1.4) que les aberrations chromatiques peuvent être minimisées. Quant aux métasurfaces, leur grande polyvalence permet un

contrôle accru de la dispersion [20]. Puisque les processus physiques qui régissent les métasurfaces sont issus de couplage et de résonances entre la lumière incidente et des nanostructures, les performances des métalentes sont particulièrement sensibles à la longueur d’onde. Cette dispersion extrême qui caractérise les éléments optiques à base de métasurfaces peut limiter leur domaine d’application, particulièrement en ce qui concerne les systèmes d’imagerie polychromatique conventionnels. Toutefois, celle-ci peut être exploitée de manière avantageuse afin de développer de nouvelles technologies telles une caméra qui permet de prédire la profondeur d’objets dans la scène [33].

### 1.3 Modèle semi-analytique

Dans le but d’extraire et d’analyser les propriétés optiques de métasurfaces, la communauté fait appel à des algorithmes numériques pour solutionner les équations de Maxwell et ainsi quantifier l’évolution du champ électrique dans un système. À l’aide de diverses méthodes telles que des analyses FDTD (*finite difference time domain*) ou RCWA (*rigorous coupled-wave analysis*), il est possible d’obtenir les propriétés de méta-atomes individuels et ensuite de les extrapoler à une surface entière. Ces techniques, quoique généralement précises, sont particulièrement chronophages. Dans un contexte de conception optique, où une métasurface se retrouverait parmi une multitude d’optiques, il est primordial de pouvoir modifier efficacement les caractéristiques de chaque élément lors du processus d’optimisation. Il est alors impensable de devoir solutionner les équations de Maxwell pour l’entièreté du système à chaque étape. Cette difficulté technique a motivé le développement de modèles permettant d’obtenir les propriétés de méta-atomes de façon suffisamment précise, mais surtout efficace. À partir d’une approche qui considère chaque méta-atome comme un guide d’onde diélectrique, on obtient un indice de réfraction effectif local pour l’ensemble de la métasurface. Ceci a permis d’obtenir des modèles éprouvés pour deux structures simples : des prismes à base rectangulaire et à base cylindrique.

#### 1.3.1 Méta-atomes rectangulaires

Le premier type de méta-atomes qui fut modélisé est un prisme à base rectangulaire faisant appel à la phase P-B (voir fig. 1.4). Précédemment, il a été mentionné que le déphasage induit par ce genre de structures était proportionnel à l’orientation  $\theta_n$  de celles-ci :  $\varphi = 2\theta_n$ . Toutefois, cette relation n’est valide que dans l’approximation où le méta-atome agit comme une lame demi-onde parfaite ce qui n’est pas le cas pour chaque dimension de nanostructure. De plus, la linéarité entre le déphasage et l’orientation ne tient plus pour une onde à incidence oblique ou pour une onde polychromatique. L’élaboration d’un modèle permettant d’obtenir

les propriétés optiques de ce genre de métasurface lorsque l'approximation P-B n'est plus valide est donc pertinente.

Le modèle semi-analytique proposé par Borne et al. [5] suit la procédure de Chiang afin d'obtenir l'indice de réfraction effectif le long de chaque axe de la structure rectangulaire [11]. Cette méthode se résume en quatre étapes :

1. Obtenir la constante de propagation du mode  $TE_{m-1}$  ( $TM_{m-1}$ ) le long d'un premier axe en solutionnant l'équation (1.38)

$$\frac{\sqrt{\omega^2(\mu_d \varepsilon_d - \mu_0 \varepsilon_0) - k_{\text{sol}}^2}}{k_{\text{sol}}} = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_d} \tan\left(\frac{k_{\text{sol}} a}{2}\right) \implies n_{\text{eff}} = \frac{\lambda}{2\pi} k_{\text{sol}} \quad (1.38)$$

2. Calculer l'indice de réfraction effectif  $n_{\text{eff}}$  pour ce mode.
3. Obtenir la constante de propagation du mode  $TM_{n-1}$  ( $TE_{m-1}$ ) pour une plaque diélectrique semi-infinie sur l'axe d'intérêt à partir de  $n_{\text{eff}}$  ;
4. Calculer l'indice de réfraction final.

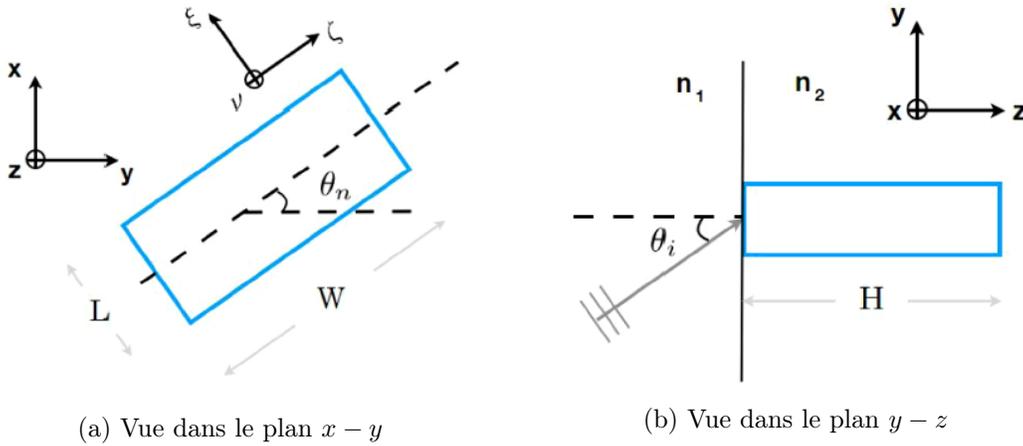


FIGURE 1.5 – Schématisation des nanostructures rectangulaires, tirée de Borne et al. [5]

Considérant qu'une métasurface est composée d'une multitude de nanostructures disposées périodiquement afin de former un réseau, il se doit de considérer le couplage électromagnétique entre les structures adjacentes. Pour ce faire, Marcatili a introduit en 1969 une méthode afin de calculer une constante de propagation effective considérant l'interaction entre deux structures rectangulaires à une distance  $d$  l'une de l'autre [23]. Dans l'approximation d'un faible couplage, la constante de propagation ajustée  $k'_{\text{sol}}$  s'obtient par

$$k'_{\text{sol}} = k_{\text{sol}} \left( 1 - 4 \frac{\chi e^{-d/\chi}}{a(1 + k_{\text{sol}}^2 \chi^2)} \right) \quad (1.39)$$

où  $\chi = 1/\sqrt{k_1^2 - k_2^2 - k_{\text{sol}}^2}$  représente la profondeur de pénétration. En ayant en main la constante de propagation à l'intérieur de la structure pour chacun des modes se propageant

dans le guide d'onde, le champ électrique s'obtient par leur superposition,

$$E = \sum_n A_n e^{-i\beta_n z} \quad (1.40)$$

Supposons d'abord un régime monomode dans une approximation de faible angle d'incidence  $\theta_i$  (voir fig. 1.5b) afin de développer une série d'équations permettant le calcul du champ électrique résultant. De façon générale, les coefficients de transmission pour une polarisation parallèle ou perpendiculaire à une interface dépendent de l'angle d'incidence  $\theta_i$  et de transmission  $\theta_t$  et des indices de réfraction  $n_1$  et  $n_2$  tels que

$$\tau^{\parallel} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i}, \quad \tau^{\perp} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \quad (1.41)$$

Les composantes du champ électrique  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  sont donc définies par les relations suivantes.

$$E_x = \left[ \tau_{\xi}^{\parallel} (E_{x0} \cos \theta_i - E_{z0} \sin \theta_i) \cos \theta_n + \tau_{\xi}^{\perp} E_{y0} \sin \theta_n \right] \cos \theta_n e^{-i\beta_{\xi} H} \\ + \left[ \tau_{\zeta}^{\parallel} (E_{x0} \cos \theta_i + E_{z0} \sin \theta_i) \sin \theta_n - \tau_{\zeta}^{\perp} E_{y0} \cos \theta_n \right] \sin \theta_n e^{-i\beta_{\zeta} H} \quad (1.42)$$

$$E_y = - \left[ \tau_{\xi}^{\parallel} (E_{z0} \cos \theta_i - E_{x0} \sin \theta_i) \cos \theta_n - \tau_{\xi}^{\perp} E_{y0} \sin \theta_n \right] \sin \theta_n e^{-i\beta_{\xi} H} \\ - \left[ \tau_{\zeta}^{\parallel} (E_{x0} \cos \theta_i + E_{z0} \sin \theta_i) \sin \theta_n - \tau_{\zeta}^{\perp} E_{y0} \cos \theta_n \right] \cos \theta_n e^{-i\beta_{\zeta} H} \quad (1.43)$$

$$E_z = \tau_{\nu}^{\parallel} (E_{z0} \cos \theta_i - E_{x0} \sin \theta_i) e^{-i\beta_{\nu} H} \quad (1.44)$$

Une transformation au système de coordonnées  $(\xi, \zeta, \nu)$  est nécessaire afin d'obtenir les coefficients de transmissions  $\tau$  et les constantes de propagation  $\beta$  (voir fig. 1.5a). Dans le cas idéal où  $\tau^{\parallel} = \tau^{\perp} = 1$ ,  $\theta_i = 0$  et  $\beta_{\xi} = \beta_{\zeta} + \pi$ , on retombe exactement à la phase de Pancharatnam-Berry où le déphasage  $\varphi = 2\theta_n$ .

### 1.3.2 Méta-atomes cylindriques

Le second type de structures diélectriques qui a été soumis à l'élaboration d'un modèle est de forme cylindrique. En variant le diamètre de ces nanocylindres, il est possible d'induire un déphasage variable, tel qu'illustré schématiquement à la figure 1.6. L'avantage de ces structures est leur indépendance à la polarisation incidente contrairement aux méta-atomes présentés précédemment [17]. Par ailleurs, la symétrie radiale de cette structure permet de développer un modèle plus simple comparé à son homologue rectangulaire. Le développement du modèle appliqué à cette géométrie a été réalisé par un étudiant au doctorat parmi le groupe de recherche, Jeck Borne.

Le déphasage induit par un seul nanocylindre s'exprime par le produit de sa constante de propagation et de sa hauteur :  $\varphi = \beta(a)H$ . Afin d'obtenir  $\beta$  en fonction du rayon  $a$  du

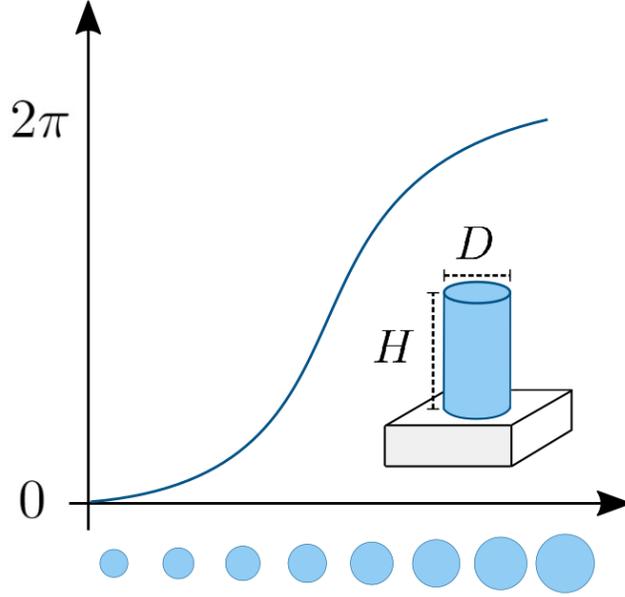


FIGURE 1.6 – Schématisation d'un nanocylindre et du déphasage induit  $\varphi$  en fonction de son diamètre  $D = 2a$  pour une hauteur  $H$  donnée.

cylindre, on doit solutionner la relation de dispersion suivante.

$$\left( \frac{J'_n(p_1 a)}{p_1 J_n(p_1 a)} + \frac{K'_n(q_2 a)}{q_2 K_n(q_2 a)} \right) \left( \frac{k_1^2 J'_n(p_1 a)}{p_1 J_n(p_1 a)} + \frac{k_2^2 K'_n(q_2 a)}{q_2 K_n(q_2 a)} \right) = \left( \frac{n\beta}{a} \right)^2 \left( \frac{1}{p_1^2} + \frac{1}{q_2^2} \right)^2 \quad (1.45)$$

où  $p_1^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_1 - \beta^2$ ,  $q_2^2 = \beta^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_2$ .  $J_n$  et  $K_n$  représentent respectivement la fonction de Bessel du premier type et de second type, tout deux d'ordre  $n$ . L'indice « ' » signifie qu'il s'agit de la première dérivée de ces fonctions.

### Correction périodique

L'approximation d'une structure unique dans laquelle seul le mode fondamental se propage a la qualité d'offrir un modèle simple, mais qui possède toutefois des lacunes en termes de justesse (voir fig. 1.7). Une correction doit être apportée afin de considérer la nature périodique de la métasurface, où un grand nombre de nanostructures la compose. Pour ce faire, la théorie des modes couplés, CMT en anglais, a été appliquée en suivant la méthode proposée par Minot et al. [13; 27]. En considérant que le couplage  $C$  entre les structures est bien plus faible que la constante de propagation  $\beta$ , on peut approximer l'indice de réfraction effectif du réseau de structures comme

$$n_{\text{réseau}} = n_{\text{isolée}} + 2C \frac{\cos(k_x S)}{k_0} \quad (1.46)$$

avec  $S$  étant la distance entre chaque structure et  $k_x = \frac{p+1}{N+1}\pi$  où  $p$  correspond à l'indice de la structure parmi un réseau de taille  $N$ . Le couplage se calcule à partir de l'équation ci-bas.

$$C = \frac{k_0^2}{2\beta}(n^2 - 1) \frac{\langle 001 \rangle}{\langle 00 \rangle} \quad (1.47)$$

avec  $\langle 00 \rangle$  et  $\langle 001 \rangle$  évalués à l'aide des intégrales suivantes.

$$\langle m, m' \rangle = \iint_{\text{réseau}} M_m^* M_{m'} dA, \quad \langle m, m', n \rangle = \iint_{\text{cylindre } n} M_m^* M_{m'} dA \quad (1.48)$$

où  $M_m$  représente la distribution du champ électrique transverse de la structure  $m$  et  $M_m^*$  son conjugué complexe. Pour appliquer ce formalisme aux nanocylindres, on définit d'abord le champ électrique à l'intérieur (in) et à l'extérieur (ex) des structures individuelles.

$$E_r^{(\text{in})}(r, \theta) = \frac{1}{p_1^2} \sum_n \left[ -i\beta p_1 A_n J'_n(p_1 r) + \frac{\omega \mu_0 n}{r} B_n J_n(p_1 r) \right] e^{in\theta} \quad (1.49)$$

$$E_r^{(\text{ex})}(r, \theta) = -\frac{1}{q_2^2} \sum_n \left[ -i\beta q_2 C_n K'_n(q_2 r) + \frac{\omega \mu_0 n}{r} D_n K_n(q_2 r) \right] e^{in\theta} \quad (1.50)$$

$A_n, B_n, C_n,$  et  $D_n$  sont des constantes qui doivent suivre les relations suivantes afin de respecter la relation de dispersion énoncée en (1.45).

$$\begin{aligned} \left( \frac{\beta J_n(p_1 a)}{a p_1^2} - \frac{\beta K_n(q_2 a)}{a q_2^2} \frac{J_n(p_1 a)}{-K_n(q_2 a)} \right) B_n &= \left( -\frac{i\omega \varepsilon_1 J'_n(p_1 a)}{p_1} + \frac{i\omega \varepsilon_2 K'_n(q_2 a)}{q_2} \frac{J_n(p_1 a)}{-K_n(q_2 a)} \right) A_n \\ C_n &= \frac{J_n(p_1 a)}{K_n(q_2 a)} A_n \\ D_n &= \frac{J_n(p_1 a)}{K_n(q_2 a)} B_n \end{aligned}$$

Dans l'approximation que seul le mode fondamental  $\text{HE}_{11}$  se propage, le champ électrique ne dépend que de la distance radiale  $r$ . Ainsi, on peut simplifier les intégrales de surfaces présentées à la ligne (1.48) sous une forme unidimensionnelle en coordonnées cartésiennes.

$$\begin{aligned} \implies \langle 00 \rangle &= \int_{-\infty}^{-a} \left[ E_r^{(\text{ex})}(|x|) \right]^* E_r^{(\text{ex})}(|x|) dx + \int_{-a}^a \left[ E_r^{(\text{in})}(|x|) \right]^* E_r^{(\text{in})}(|x|) dx \\ &\quad + \int_a^{\infty} \left[ E_r^{(\text{ex})}(|x|) \right]^* E_r^{(\text{ex})}(|x|) dx \end{aligned} \quad (1.51)$$

$$\implies \langle 001 \rangle = \int_{-a}^a \left[ E_r^{(\text{in})}(|x|) \right]^* E_r^{(\text{in})}(|x \pm 2\pi|) dx \quad (1.52)$$

Grâce à ce développement, le modèle permet d'obtenir des résultats plus justes en ce qui concerne le déphasage induit par les structures. Comme comparatifs, des simulations numériques utilisant des méthodes FDTD ont été conduites à partir des logiciels *Lumerical* [34] et *MEEP*. La figure 1.7 comprend le déphasage induit par deux structures différentes dont les caractéristiques sont incluses à la table 1.2.

	Matériaux		Hauteur $H$ [nm]	Périodicité $S$ [nm]	Longueur d'onde $\lambda$ [nm]
	Cylindres	Substrat			
Fig. 1.7a	TiO <sub>2</sub>	SiO <sub>2</sub>	600	350	588
Fig. 1.7b	GaN	SiO <sub>2</sub>	460	330	460

TABLE 1.2 – Caractéristiques des métasurfaces représentées à la figure 1.7.

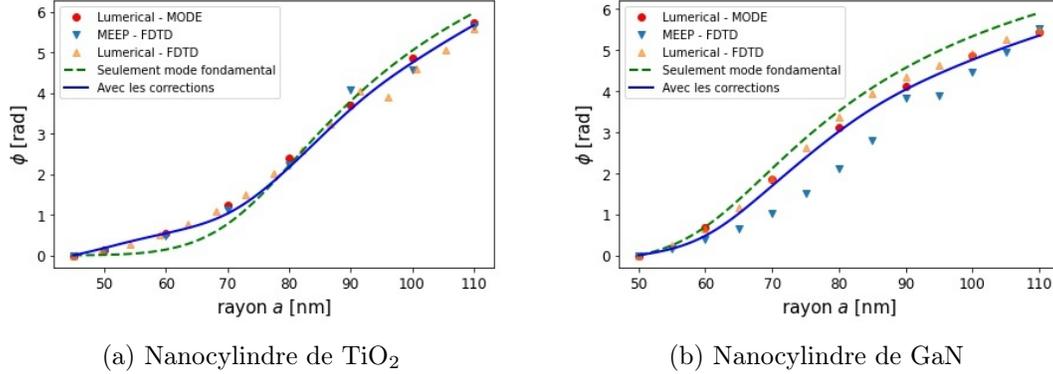


FIGURE 1.7 – Déphasage induit en fonction du rayon des structures cylindriques prédit par le modèle comparé aux données de simulations numériques (voir table 1.2 pour les paramètres de calcul utilisés)

## Conclusion

Pour conclure, ce premier chapitre a permis d'établir les bases théoriques et le formalisme décrivant la physique des métasurfaces et leur intégration en conception optique. En débutant par une description ondulatoire de la lumière suivie par le paradigme du tracé de rayons, les divers types d'aberrations au front d'onde ont été présentés. Ce dernier concept a été ensuite appliqué aux lentilles diffractives, éléments optiques souvent comparés aux métasurfaces dans la littérature. Puis, une section a été réservée aux principes de fonctionnement des métasurfaces et à leurs applications en ingénierie optique développées dans les dernières années. En dernier lieu, un modèle semi-analytique a été présenté. Ce modèle, qui considère les méta-atomes comme guide d'ondes, a l'avantage de modéliser avec justesse les propriétés optiques des méta-atomes sans devoir passer par des simulations numériques coûteuses en capacité machine. Les piliers théoriques maintenant établis, le processus d'intégration des métasurfaces en conception optique peut effectuer son premier pas : l'implémentation numérique.

## Chapitre 2

# Propriétés des méta-atomes

Le précédent chapitre a introduit des modèles semi-analytiques permettant d’extraire les propriétés optiques de méta-atomes de forme géométrique simple, soit un prisme à base rectangulaire et un prisme à base cylindrique (voir section 1.3). Ces modèles promettent de faciliter l’emploi de métasurfaces en conception optique grâce à leur efficacité, caractéristique indispensable lors du processus d’optimisation. Toutefois, avant de se lancer dans la conception de systèmes complexes, il est primordial de conduire une analyse des propriétés prédites par le modèle. C’est par une connaissance exhaustive des caractéristiques des méta-atomes ou par une simple intuition de leur comportement sous différents régimes qu’un concepteur ou conceptrice optique peut mettre à profit la riche physique des métasurfaces. Ce présent chapitre a pour objectif de présenter les attributs des méta-atomes ayant une pertinence de premier plan en conception optique tout en précisant d’abord la méthodologie employée pour extraire ces informations.

### 2.1 Méthodologie numérique

Le langage de programmation Python a été favorisé afin de conduire le développement d’outils d’analyse numérique. Chaque métasurface est représentée par une instance de type `class`. Les propriétés et méthodes de ces classes sont schématisées aux figures 2.1 et 2.2. Celles-ci peuvent être utilisées dans un contexte d’analyse des caractéristiques intrinsèques des nanostructures ou en conjugaison avec un environnement de tracé de rayons, ici représenté par la classe `RayTracing` (voir la section 3.1.1), pour considérer l’entièreté de la métasurface dans un système optique et en évaluer les performances. On passe maintenant en revue le fonctionnement interne des classes associées aux nanostructures rectangulaires suivi des nanostructures cylindriques.

### 2.1.1 Méta-atomes rectangulaires

On porte d'abord une attention aux nanostructures de forme rectangulaire présentées à la section 1.3.1. En résumé, le modèle appliqué à ces structures consiste à obtenir la constante de propagation à l'intérieur du milieu selon les axes propres  $\xi$  et  $\zeta$  (voir fig. 1.5a) et par la suite décomposer le champ électrique sortant sous chacune de ses composantes (équations (1.42) à (1.44)). L'approche utilisée lors de l'implémentation de ce calcul est présentée plus en détail ici-bas, par une description sommaire des éléments primordiaux à la classe `Nanofins`.

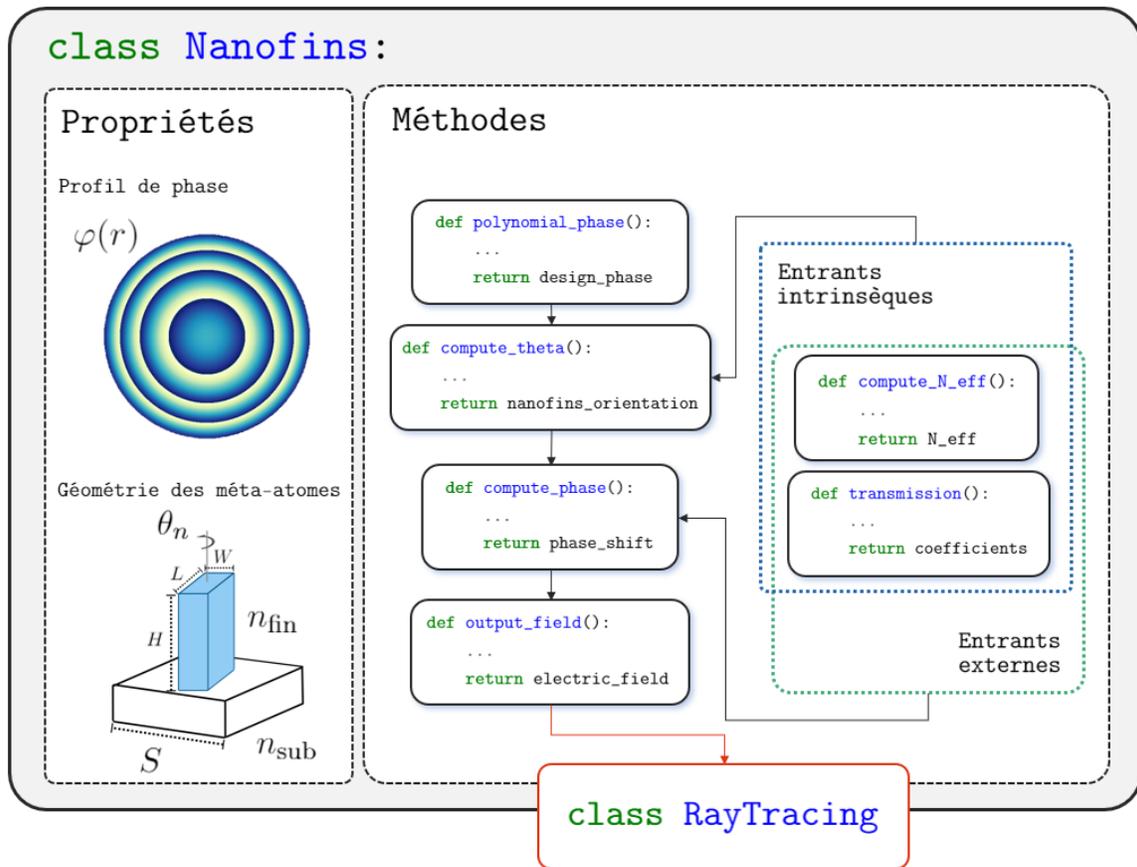


FIGURE 2.1 – Organigramme numérique de modélisation des méta-atomes rectangulaires

#### Propriétés

**Matériaux :** Les matériaux qui forment le substrat et les nanostructures constituent les premiers choix à faire lors de la conception de la métasurface. Ceux-ci sont généralement choisis en raison de leur haut indice de réfraction et la suffisante transmissibilité aux longueurs d'onde d'intérêt.

**Géométrie :** Les méta-atomes de forme rectangulaire possèdent des dimensions ( $W \times L \times H$ )

fixes correspondant respectivement à la largeur, la longueur et la hauteur de ceux-ci étant situés dans une cellule unitaire de taille  $S$  (voir l’encart de la fig. 2.1).

**Profil de phase** : Le profil de phase, calculé à partir de `polynomial_phase`, est défini pour une longueur d’onde de design  $\lambda_d$ . La métasurface est construite afin de reproduire exactement ce profil à  $\lambda_d$ .

## Méthodes

**Polynomial phase** : Le profil de phase de design peut être défini de deux manières. Soit à partir de l’équation (1.36) permettant d’obtenir une lentille de focale  $f$  dénuée d’aberrations sphériques pour la longueur d’onde de design  $\lambda_d$ ,

$$\varphi(r) = \frac{2\pi}{\lambda_d} \left( f - \sqrt{f^2 + r^2} \right).$$

Soit à partir d’un polynôme d’ordre pair (éq. (1.37)) permettant d’obtenir un front d’onde au profil distinct,

$$\varphi(r) = \frac{2\pi}{\lambda_d} (a_0 + a_2 r^2 + a_4 r^4 + a_6 r^6 + a_8 r^8 + \dots).$$

**Transmission** : Cette méthode permet de calculer les coefficients de transmission  $\tau^{\parallel}$  et  $\tau^{\perp}$  (voir éqns. (1.41)) selon l’axe lent et l’axe rapide du méta-atome.

**Compute  $n_{\text{eff}}$**  : En solutionnant l’équation 1.38 suivi de l’équation 1.39, l’indice de réfraction effectif selon l’axe lent et l’axe rapide du méta-atome est calculé.

**Compute theta** : L’orientation des méta-atomes  $\theta_n$  est calculée à partir de la relation d’inversion développée par Borne et al. [5]. Celle-ci dépend uniquement des propriétés intrinsèques de la métasurface, soit le profil de phase et la géométrie des méta-atomes.

**Compute phase** : À partir de la longueur d’onde, du champ de vue et de la polarisation incidente, la phase du rayon sortant est calculée à partir des équations (1.42) et (1.43), selon la composante du champ électrique d’intérêt.

**Output field** : Cette méthode combine les valeurs de transmission et d’indice de réfraction effectif afin de rendre une expression pour le champ électrique sortant.

### 2.1.2 Méta-atomes cylindriques

On aborde ensuite les nanostructures cylindriques dont le modèle a été présenté à la section 1.3.2. Le principe derrière celui-ci est, sommairement, de déterminer la constante de propagation à l’intérieur du cylindre pour appliquer par la suite une correction considérant la nature

périodique du réseau de nanostructures que constitue une métasurface. Les principaux rouages internes de la classe `Nanocylinder` (fig. 2.2) sont catalogués et décrits brièvement ici-bas.

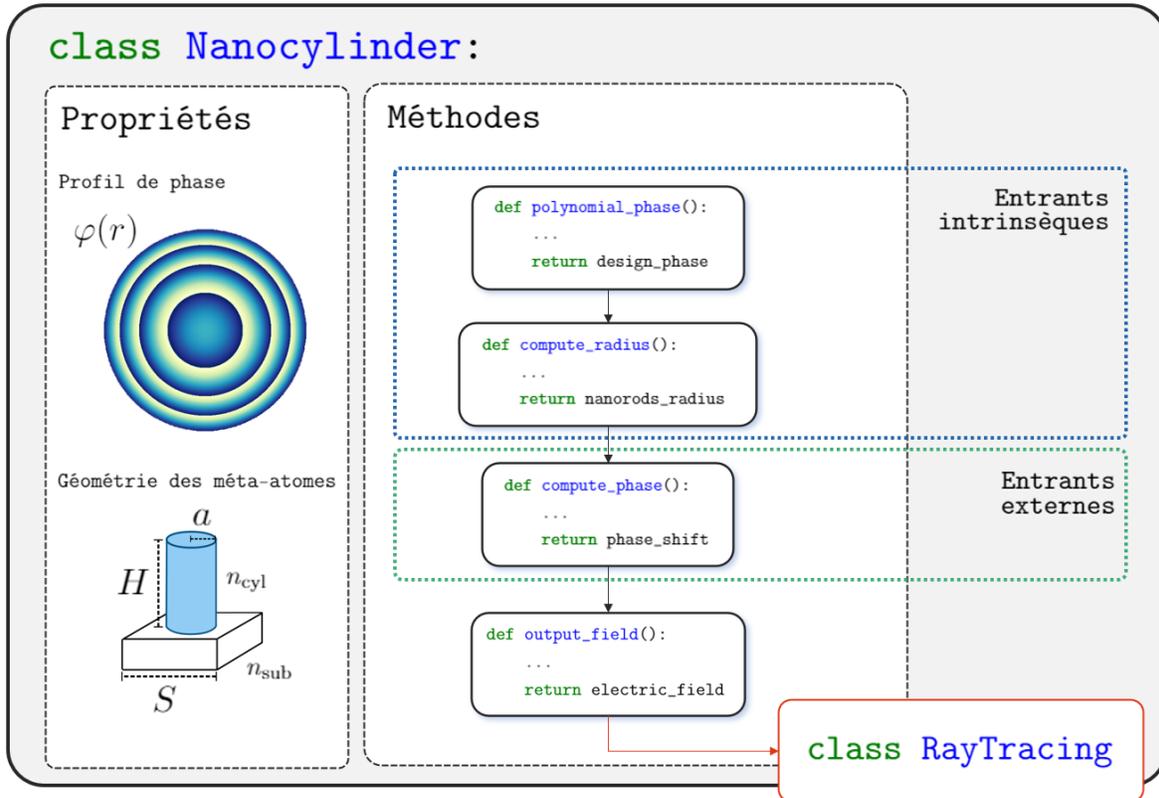


FIGURE 2.2 – Organigramme numérique de modélisation des méta-atomes cylindriques

## Propriétés

**Matériaux :** Idem au cas des méta-atomes rectangulaires, le choix des matériaux constitue la première étape de la conception d'une métasurface.

**Géométrie :** Dans le cas des méta-atomes de forme cylindrique, le paramètre variable qui permet d'obtenir un déphasage donné est le rayon de celui-ci, dénoté  $a$  à la figure 2.2. À partir d'une hauteur  $H$  fixe, il faut déterminer les valeurs extrêmes sur lesquelles le rayon peut varier.

**Profil de phase :** Le profil de phase, calculé à partir de `polynomial_phase`, est défini pour une longueur d'onde de design  $\lambda_d$ . La métasurface est construite afin de reproduire exactement ce profil pour une illumination à  $\lambda_d$ .

## Méthodes

**Polynomial phase** : Tout comme l'implémentation des méta-atomes rectangulaires, le profil de phase peut être défini à partir de l'équation hyperbolique ou d'un polynôme d'ordre pair.

**Compute radius** : À partir de la hauteur et de l'intervalle de rayons donné pour les méta-atomes, cette méthode permet d'obtenir la distribution de nanostructures reproduisant le déphasage désiré. Il n'existe pas de forme analytique permettant d'obtenir  $a$  en fonction de  $\varphi$ . Il faut donc utiliser une interpolation à partir d'une série de couples de valeurs  $\varphi(a)$  prédites par le modèle.

**Compute phase** : Une fois la métasurface construite à l'aide de la méthode `compute_radius`, le déphasage induit pour une longueur d'onde et un champ de vue donnée est calculé à partir du modèle semi-analytique décrit à la section 1.3.2.

**Output field** : Cette méthode fournit le champ électrique sortant à partir des méthodes précédentes.

## 2.2 Résultats et analyses

L'approche orientée objet proposée comme implémentation des métasurfaces a l'avantage de faciliter leur application à une panoplie d'outils d'analyse, que ce soit pour extraire les propriétés optiques des nanostructures individuelles ou pour l'ensemble de la métasurface. Les résultats cruciaux obtenus de cette façon favorisent l'intégration efficace des métasurfaces dans un environnement de tracé de rayons. Par exemple, le comportement chromatique des structures et les changements qu'induit une lumière d'incidence oblique sont des informations d'une grande utilité si l'on veut concevoir judicieusement une métasurface. La section suivante couvre une séquence d'analyses pertinentes pour l'évaluation des performances d'une métasurface composée de nanostructures rectangulaires ou cylindriques. Les indices de réfraction des matériaux de méta-atomes à l'étude sont inclus à l'annexe A.

### 2.2.1 Méta-atomes rectangulaires

Il a été mentionné précédemment à la section 1.2 que les métasurfaces à la phase P-B, soit celles composées de méta-atomes rectangulaires, convertissent une lumière incidente de polarisation circulaire droite ou gauche en son inverse en plus d'induire un déphasage variable. L'impact du sens de rotation de la polarisation incidente, quelle soit droite ( $\mathbf{J}_R$ ) ou gauche ( $\mathbf{J}_L$ ), sur le déphasage  $\varphi$  en fonction de l'orientation  $\theta_n$  du prisme a été observé (voir fig. 2.3). Bien qu'une seule géométrie illuminée sous une seule longueur d'onde est présentée ici, un ensemble complet

de tests mène à la même conclusion : la pente du déphasage  $\varphi(\theta_n)$  s'inverse d'une polarisation à l'autre. La figure 2.3 est également une démonstration de la biréfringence de ce type de nanostructure, où le déphasage des composantes du champ électrique perpendiculaire à l'axe de propagation ( $E_x$  et  $E_y$ ) diffère. Ceci doit être pris en considération lors de l'élaboration d'une métasurface lorsque vient le temps d'évaluer ses performances globales. Toutefois, à des fins de concision, seulement une des deux composantes du champ électrique sera considérée pour la suite des analyses. Les conclusions qui en seront tirées demeurent valides, que la valeur de la phase soit celle de la composante  $E_x$  ou celle de la composante  $E_y$ . De plus, pour les mêmes motifs, une polarisation circulaire gauche sera utilisée pour les analyses subséquentes.

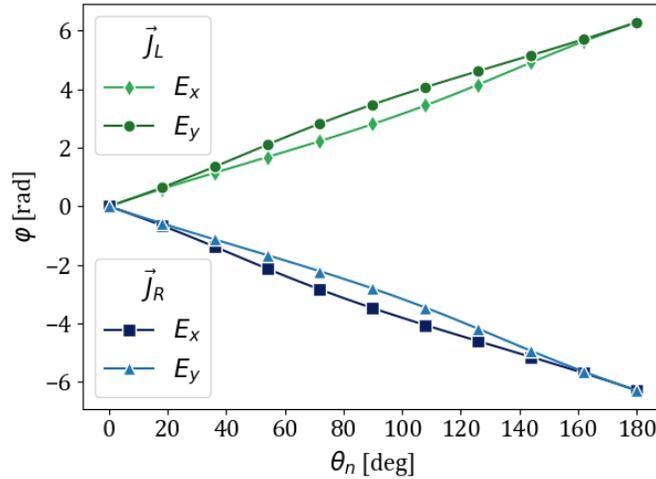


FIGURE 2.3 – Déphasage selon l'orientation  $\theta_n$  d'un méta-atome de  $\text{TiO}_2$  de dimensions  $(W \times L \times H) = (100 \times 155 \times 600)$  nm illuminé par une lumière de longueur d'onde  $\lambda = 550$  nm de polarisation circulaire droite  $\vec{J}_R$  et circulaire gauche  $\vec{J}_L$ .

### Obtenir une géométrie optimale

Les dimensions de la nanostructure ont un impact déterminant sur les performances de ce type de métasurfaces. Chaque combinaison de  $(W \times L \times H)$  (voir l'encart de la figure 2.1) mène à un comportement unique dépendant de la longueur d'onde et du champ de vue d'incidence. Obtenir une configuration efficace qui permet de produire une métasurface capable de fonctionner dans un système polychromatique à grand angle est loin d'être une tâche triviale. Sans analyse au préalable, utiliser une approche par essais et erreurs ne constitue pas une option viable. À des fins de démonstration, le déphasage  $\varphi(\theta_n)$  sur l'ensemble du domaine  $\theta_n \in (0^\circ, 180^\circ)$  a été imagé pour différentes structures illuminées par une bande spectrale de 450 nm à 650 nm (voir fig. 2.4).

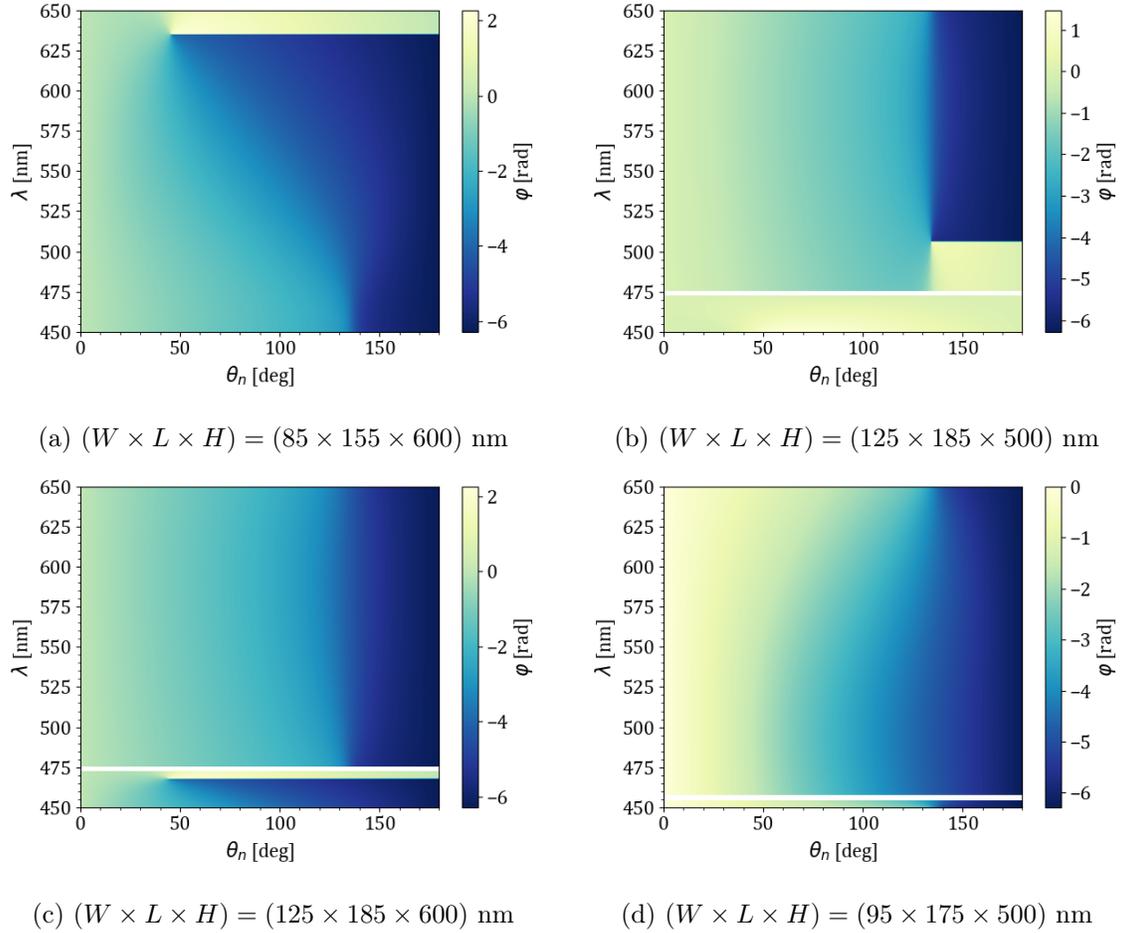


FIGURE 2.4 – Déphasage en fonction de l’orientation des nanostructures pour des longueurs d’onde allant de 450 nm à 650 nm. Les méta-atomes de géométries distinctes sont composés de  $\text{TiO}_2$ .

Parmi ces quatre tentatives d’obtenir une combinaison de dimensions adéquates, aucune d’entre elles ne permet de couvrir efficacement l’entièreté de la bande spectrale. Pour la figure 2.4a, il n’est plus possible de couvrir un déphasage de  $2\pi$  à partir d’environ 630 nm tandis que pour des longueurs d’onde plus courtes la courbe de phase semble suivre un plateau avant de chuter abruptement à  $\theta_n = 135^\circ$ . Dans le cas d’une base ( $W \times L$ ) de plus grande taille (fig. 2.4b), la courbe de phase  $\varphi(\theta_n)$  n’est pas linéaire et même inutilisable dans un contexte de design d’environ 450 à 500 nm. On note également la présence d’une discontinuité à 475 nm qui marque un changement de régime. Augmenter légèrement la hauteur de la nanostructure à 600 nm (fig. 2.4c) apporte une amélioration sur l’ensemble du spectre, mais ne se débarrasse pas de la discontinuité observée plus tôt. Finalement, des dimensions de  $(95 \times 175 \times 500)$  nm (2.4d) semblent générer le meilleur profil de phase malgré la présence d’une discontinuité, située cette fois-ci vers  $\lambda = 455$  nm.

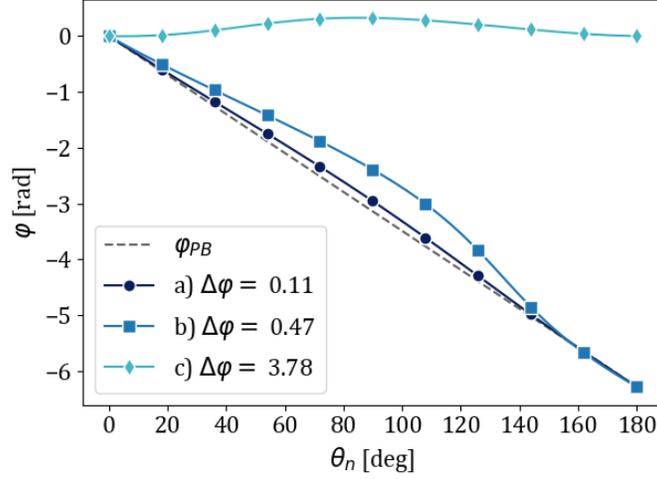


FIGURE 2.5 – Déphasage en fonction de  $\theta_n$  à  $\lambda = 550$  nm pour différentes dimensions de méta-atomes de  $\text{TiO}_2$  : **a)**  $(100 \times 200 \times 600)$  nm, **b)**  $(80 \times 160 \times 600)$  nm et **c)**  $(180 \times 200 \times 600)$  nm.

Une gestion adéquate de ces problématiques est un processus nécessaire à l’obtention d’une métasurface aux performances suffisantes. On rappelle que pour être en mesure de produire une métasurface au profil de phase quelconque, il est nécessaire que le déphasage couvre un intervalle de  $2\pi$  sur une rotation de  $180^\circ$ . Comme facteur de qualité permettant de quantifier si une géométrie permet une couverture adéquate et se rapproche de la phase PB, on définit l’écart quadratique moyen de phase  $\Delta\varphi$  comme

$$\Delta\varphi^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left( \varphi(\theta_n) - \varphi_{PB}(\theta_n) \right)^2 \quad (2.1)$$

où  $\varphi(\theta_n)$  est le déphasage induit selon le modèle et  $\varphi_{PB}(\theta_n) = -2\theta_n$  est le déphasage induit selon l’approximation Pancharatnam-Berry (P-B). Trois exemples de méta-atomes à dimension variable sont illustrés à la figure 2.5, dont les valeurs de  $\Delta\varphi$  sont incluses dans l’encart. Une valeur de  $\Delta\varphi$  qui tend vers 0 assure une couverture adéquate de la phase tout en produisant un profil linéaire. On étend maintenant l’application de ce facteur afin d’obtenir un guide sur les dimensions optimales de nanostructures à produire. À des fins de démonstration, l’analyse a été effectuée pour le spectre visible avec des méta-atomes de  $\text{TiO}_2$  de 600 nm de hauteur (fig. 2.6) ainsi que pour le spectre infrarouge moyen avec des structures composées de Si à 3  $\mu\text{m}$  de hauteur (fig. 2.7).

Une première inspection mène à la conclusion que les transitions entre un comportement linéaire ( $\Delta\varphi \sim 0$  rad) et un méta-atome ne couvrant pas adéquatement la phase ( $\varphi \sim 4$  rad) sont abruptes et qu’il ne semble pas exister de couples  $(W \times L)$  menant à des valeurs intermédiaires de  $\Delta\varphi$ . Ceci indique donc que soit une géométrie permet de couvrir  $2\pi$  sur une rotation complète, soit que celle-ci mène à un déphasage quasi nul comme il est illustré

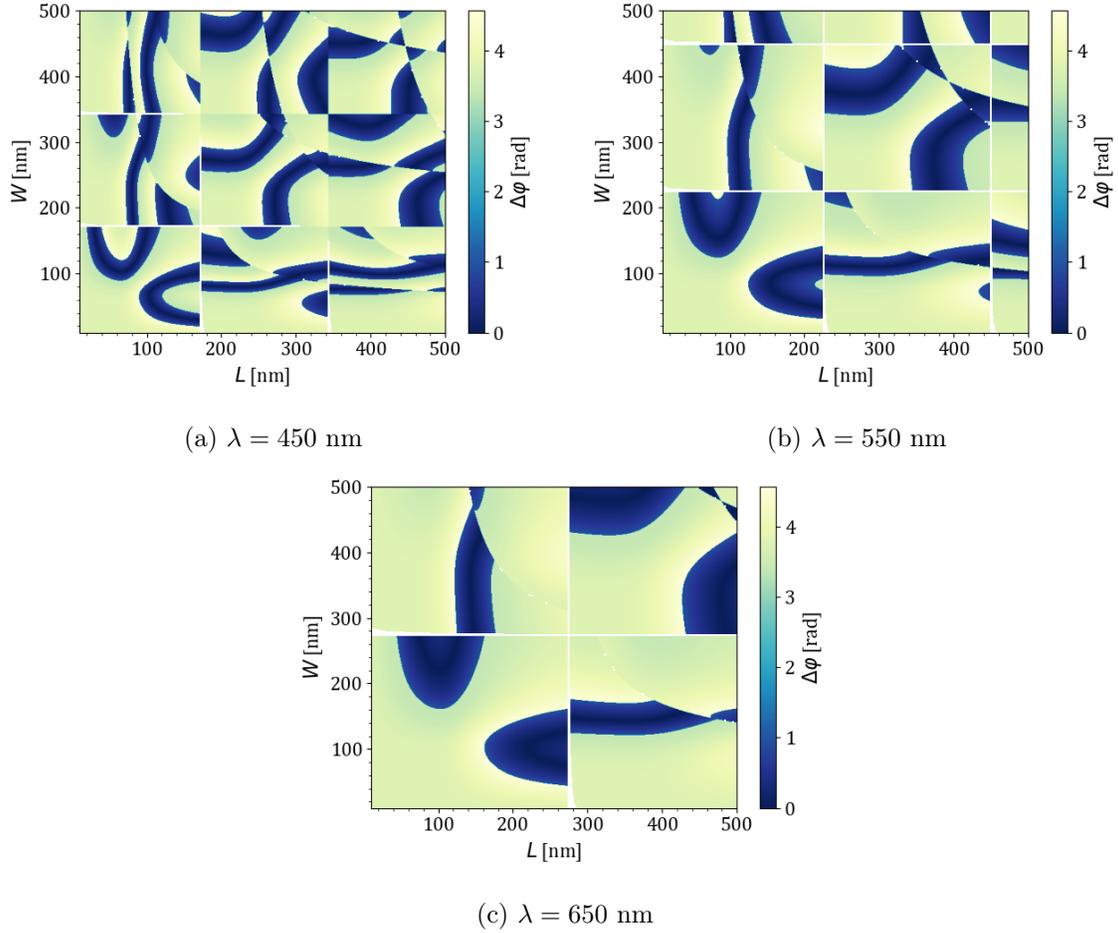


FIGURE 2.6 – Écart quadratique moyen  $\Delta\varphi$  pour un intervalle de dimensions ( $W \times L$ ) évalué à trois longueurs d’onde  $\lambda$  dans le spectre visible. Les méta-atomes rectangulaires sont composés de  $\text{TiO}_2$  et possèdent une hauteur fixe de 600 nm.

à la figure 2.5, et ce sans entre-deux possible. De plus, on note la présence de discontinuités pour des dimensions fixes qui délimitent des changements de régime distincts. La valeur où celles-ci se produisent varie proportionnellement selon la longueur d’onde, ce que l’on déduit en comparant les sous-figures 2.6a à 2.6c et 2.7a à 2.7c. Dans un effort de développement d’une expression qui permettrait de prédire la position de ces discontinuités, on reprend l’équation (1.38) à solutionner pour obtenir la constante de propagation selon l’axe lent et rapide de la nanostructure. Celle-ci possède la forme généralisée suivante :

$$\sqrt{A - x^2} - Bx \tan(Cx) = 0. \quad (2.2)$$

Une analyse de son domaine dans un contexte où la solution, par sa nature physique, doit être strictement positive permet d’obtenir cet intervalle.

$$0 < x \leq \sqrt{A} \quad (2.3)$$

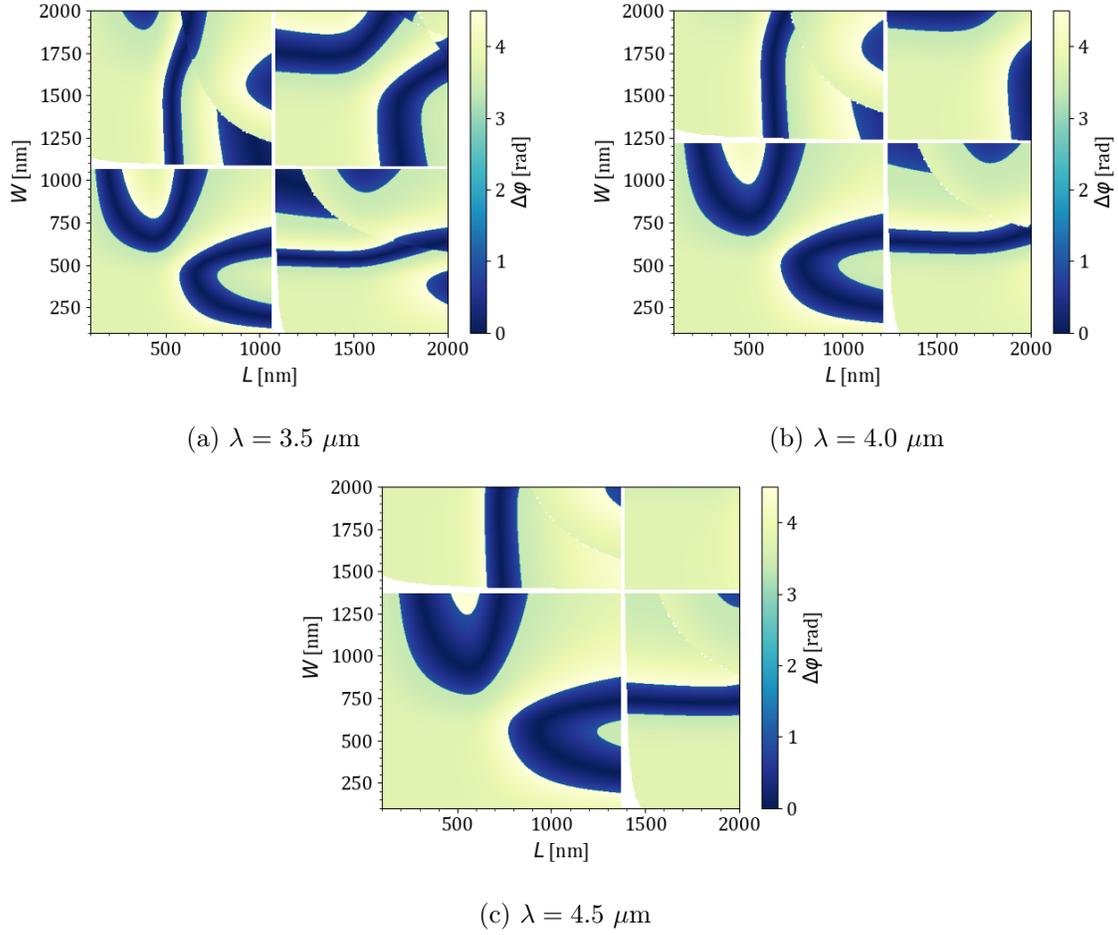


FIGURE 2.7 – Écart quadratique moyen  $\Delta\varphi$  pour un intervalle de dimensions ( $W \times L$ ) évalué à trois longueurs d'onde  $\lambda$  dans le spectre infra-rouge moyen. Les méta-atomes rectangulaires sont composés de Si et possèdent une hauteur fixe de  $3 \mu\text{m}$ .

De plus, pour que  $x$  solutionne cette équation, il faut que le terme  $Bx \tan(Cx)$  soit positif.

$$\tan(Cx) > 0 \implies \frac{m\pi}{C} < x < \frac{1+2m}{2C}\pi \quad (2.4)$$

où  $m \in \mathbb{Z}$ . Par définition, le mode fondamental de propagation est celui possédant la constante de propagation la plus élevée. Ainsi, on peut déduire que la solution se situe toujours dans l'intervalle

$$\frac{m_{max}\pi}{C} < x \leq \sqrt{A}. \quad (2.5)$$

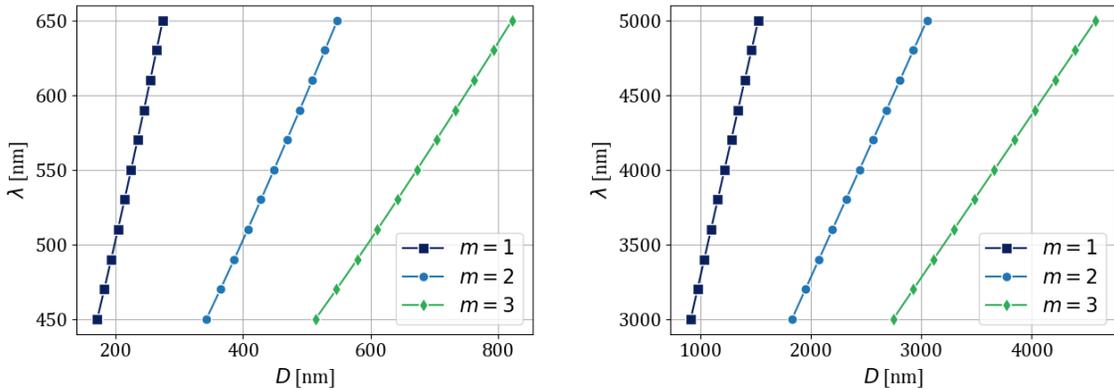
avec  $m_{max} = \lfloor \sqrt{AC}/\pi \rfloor$ . La discontinuité se produit donc lorsque  $m_{max} \rightarrow m_{max} + 1$ , ce qui se traduit par l'équation

$$\frac{m\pi}{C} = \sqrt{A}.$$

Dans notre cas,  $A = \omega\sqrt{\mu\epsilon_0(n^2 - 1)}$  et  $C = D/2$  avec  $D$  comme dimension d'un côté du méta-atome rectangulaire. En développant et simplifiant la dernière équation, on obtient

$$D = \frac{m\lambda}{\sqrt{n^2 - 1}} \quad (2.6)$$

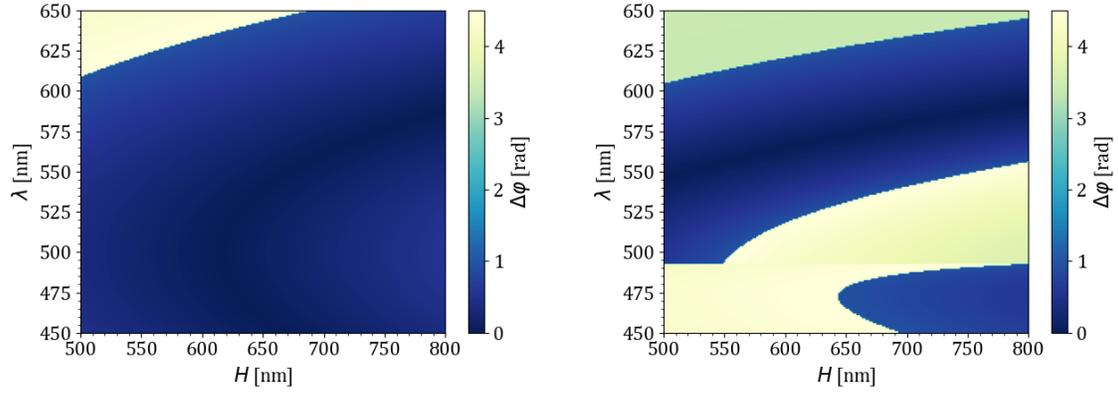
L'équation (2.6) est utile afin de déterminer une géométrie adéquate de méta-atomes selon la bande spectrale d'application. Si, pour une dimension donnée, on change d'entier  $m$  à partir d'une certaine longueur d'onde, ceci mène généralement à un changement abrupt de régime, comme le témoigne les figures 2.6 et 2.7. La longueur d'onde à laquelle se produit une transition de régime à une dimension donnée a été tracée pour des structures composées de  $\text{TiO}_2$  et de Si à la figure 2.8. Cette représentation permet d'identifier, entre autres, pour quelles valeurs de dimensions l'on peut couvrir l'entièreté du spectre sans croiser une discontinuité. Pour du  $\text{TiO}_2$  (fig. 2.8a), il s'agirait d'une dimension inférieure à 170 nm ou située entre 275 nm et 340 nm. Pour le spectre infrarouge moyen avec du Si comme matériau, les dimensions idéales se retrouvent en deçà de 915 nm ou entre 1530 nm et 1830 nm.



(a) Nanostructure de  $\text{TiO}_2$  pour une bande spectrale de 450 à 650 nm. (b) Nanostructure de Si pour une bande spectrale de 3 à 5  $\mu\text{m}$

FIGURE 2.8 – Dimensions auxqueltes se produisent un changement de régime en fonction de la longueur d'onde pour différentes valeurs entières de  $m$ .

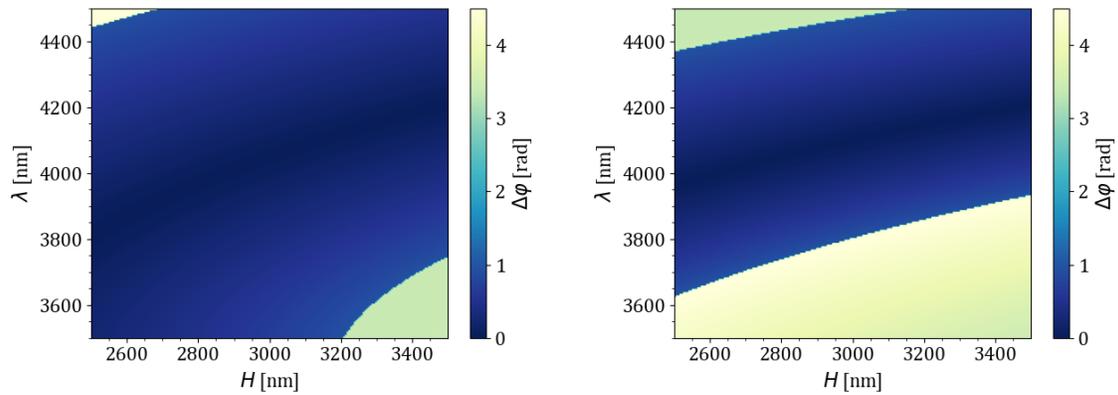
Bien que l'on puisse déterminer les dimensions de la base pour lesquelles les courbes de phase vont être dénuées de discontinuités, cela ne garantit pas l'efficacité et la linéarité de celles-ci. En effet, comme le démontre les figures 2.6 et 2.7,  $\Delta\varphi$  peut changer abruptement pour la même valeur de  $m$  d'une dimension ou d'une longueur d'onde à l'autre. Afin d'obtenir une géométrie adéquate pour l'ensemble de la bande spectrale, on fait appel au degré de liberté restant : la hauteur de la structure.



(a)  $(W \times L) = (100 \times 155)$  nm

(b)  $(W \times L) = (115 \times 300)$  nm

FIGURE 2.9 – Écart quadratique moyen  $\Delta\varphi$  pour un intervalle de hauteurs  $H$  évalué à la bande spectrale de 450-650 nm. Les méta-atomes composés de  $\text{TiO}_2$  possèdent une base de dimension  $(W \times L)$  fixe.



(a)  $(W \times L) = (500 \times 800)$  nm

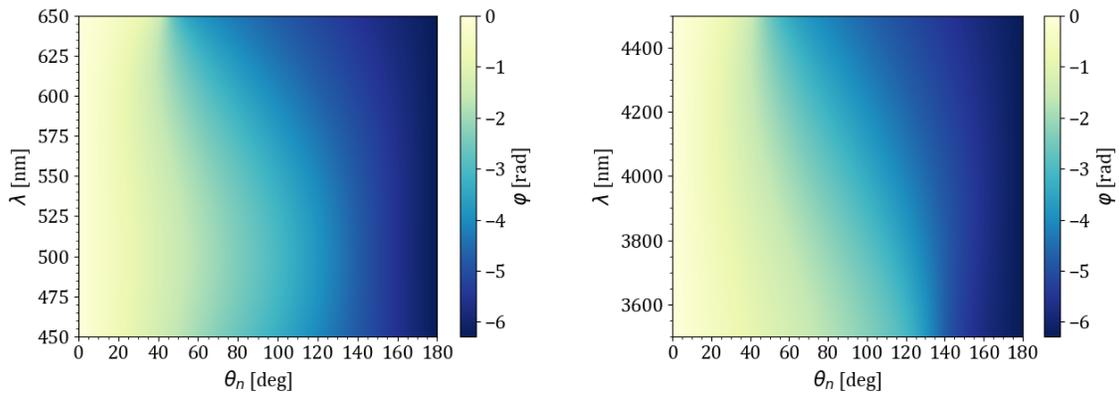
(b)  $(W \times L) = (650 \times 1550)$  nm

FIGURE 2.10 – Écart quadratique moyen  $\Delta\varphi$  pour un intervalle de hauteurs  $H$  évalué à la bande spectrale de 3.5-4.5  $\mu\text{m}$ . Les méta-atomes composés de Si possèdent une base de dimension  $(W \times L)$  fixe.

Les figures 2.9 et 2.10 témoignent qu'un choix judicieux de hauteur permet une couverture optimale de la phase sur l'ensemble du spectre visible et infrarouge moyen respectivement. Pour une base de  $(100 \times 155)$  nm, une hauteur allant d'environ 700 à 800 nm assure une linéarité de la courbe de phase sur l'ensemble de la bande spectrale dans le visible. Pour la seconde bande spectrale, une base de  $(500 \times 800)$  nm à une hauteur comprise entre 2800 et 3200 nm est adéquate.

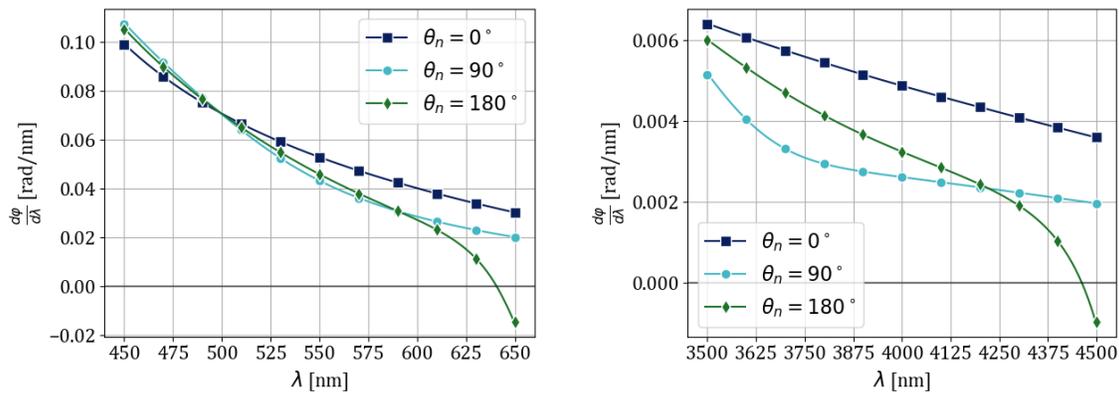
## Performances

Les méta-atomes rectangulaires trouvés grâce à l'analyse de linéarité de la phase par le facteur de qualité  $\Delta\varphi$  vont servir de démonstration à l'évaluation des performances pertinentes à la conception optique. Tout d'abord, on s'assure à la figure 2.11 que la couverture de phase est complète et suffisamment linéaire sur l'ensemble du domaine. À partir de ces données, la dispersion chromatique  $\frac{d\varphi}{d\lambda}$  a été calculée pour trois valeurs d'orientation  $\theta_n$  (fig. 2.12). Ces résultats démontrent que la dispersion est dépendante de  $\theta_n$  et soulève ainsi une particularité à prendre en considération lorsque vient le temps d'analyser les performances d'une métasurface entière : la dispersion varie localement.



(a) Méta-atome composé de  $\text{TiO}_2$  de dimensions  $(W \times L \times H) = (100 \times 155 \times 700)$  nm  
 (b) Méta-atome composé de Si de dimensions  $(W \times L \times H) = (500 \times 800 \times 3000)$  nm

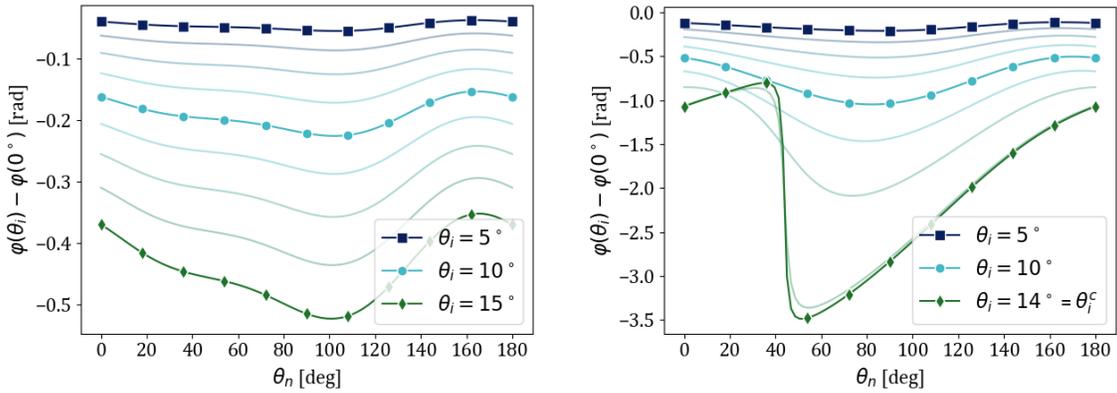
FIGURE 2.11 – Déphasage en fonction de l'orientation des nanostructures pour deux bandes spectrales distinctes.



(a) Méta-atome composé de  $\text{TiO}_2$  de dimensions  $(W \times L \times H) = (100 \times 155 \times 700)$  nm  
 (b) Méta-atome composé de Si de dimensions  $(W \times L \times H) = (500 \times 800 \times 3000)$  nm

FIGURE 2.12 – Dispersion chromatique de la phase évaluée pour différents angles d'orientation  $\theta_n$ .

Le second aspect à l'étude est l'angle d'incidence de la lumière sur la structure et comment celui-ci cause une variation de la phase par rapport à une lumière alignée sur l'axe optique ( $\varphi(\theta_i) - \varphi(0^\circ)$ ). Les données illustrées à la figure 2.13a démontrent que pour la structure adaptée au spectre visible, la courbe de phase diverge graduellement pour un angle d'incidence  $\theta_i$  allant de  $5^\circ$  à  $15^\circ$  où l'on atteint un maximum de différence de 0.5 rad en valeur absolue. Le comportement illustré à la figure 2.13b est bien plus particulier. En effet, on note la présence d'un angle de coupure  $\theta_i^c$  à environ  $14^\circ$  où, pour une valeur supérieure, il est impossible de couvrir adéquatement la phase. En ce qui concerne le méta-atome d'une hauteur de 700 nm, l'angle de coupure  $\theta_i^c$  se situe à une valeur nettement supérieure de  $53^\circ$ . Quantifier les limites auxquelles une métasurface peut opérer permet d'établir le type ou les dimensions des méta-atomes à utiliser pour réaliser une application particulière, surtout si celle-ci est utilisée dans un contexte d'imagerie.



(a) Méta-atome composé de  $\text{TiO}_2$  de dimensions  $(W \times L \times H) = (100 \times 155 \times 700)$  nm illuminé à  $\lambda = 550$  nm. (b) Méta-atome composé de Si de dimensions  $(W \times L \times H) = (500 \times 800 \times 3000)$  nm illuminé à  $\lambda = 4.0$   $\mu\text{m}$

FIGURE 2.13 – Différence de phase à incidence  $\theta_i$  variable par rapport à une incidence normale en fonction de l'orientation  $\theta_n$

## 2.2.2 Méta-atomes cylindriques

Dans le cas de métasurfaces à nanostructures cylindriques, on sait que le degré de liberté utilisé pour produire un profil de phase quelconque est le diamètre de celles-ci. Cette section porte donc son attention sur le déphasage induit en fonction de ce dernier paramètre sous différentes conditions. L'objectif est de déterminer comment le choix des matériaux, la hauteur de la structure et les conditions d'illumination ont un impact sur le déphasage d'une nanostructure de diamètre donné.

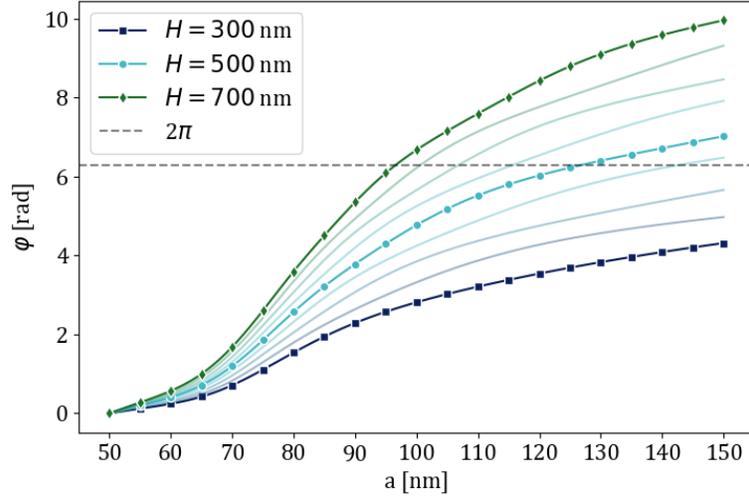


FIGURE 2.14 – Déphasage  $\varphi$  en fonction du rayon  $a$  d’un nanocylindre à différentes hauteurs  $H$  sous une illumination à  $\lambda = 550$  nm.

La figure 2.14 représente le déphasage  $\varphi$  en fonction du rayon  $a$  des nanostructures pour une série de hauteur  $H$  allant d’une valeur de 300 nm à 700 nm pour une longueur d’onde incidente à 550 nm. Pour pouvoir appliquer la correction périodique présentée à la section 1.3.2, on considère que chaque structure est voisine d’une structure de taille identique située à une distance  $S$  (voir l’encart à la fig. 2.2). Ici, cette distance est d’une valeur de 305 nm. Un guide visuel à  $\varphi = 2\pi$  a été également été inséré dans la figure. Une première inspection confirme l’approximation présentée à la section 1.3.2 où  $\varphi \approx \beta(a)H$ , c’est-à-dire que la phase est linéaire avec  $H$  puisque la constante de propagation  $\beta$  est seulement fonction du rayon du cylindre. Sachant ceci, le choix de la hauteur permet de s’assurer un déphasage de  $2\pi$  sur un intervalle de rayons donné sans impacter considérablement l’allure de la courbe de phase. Au cas illustré ici,  $H \sim 450$  nm permet de couvrir adéquatement la phase pour cette longueur d’onde.

On s’intéresse maintenant au comportement chromatique des nanostructures pour une bande spectrale dans le visible aux figures 2.15a et 2.15b et pour l’infrarouge moyen aux figures 2.15c et 2.15d. Pour chacune de ces bandes, on utilise les matériaux souvent représentés dans la littérature à des fins de démonstration. Les valeurs de hauteurs respectives de 600 nm et 3000 nm ont été choisies arbitrairement. Ces résultats démontrent que le choix des dimensions, contrairement à son homologue rectangulaire, ne mène pas aux problématiques soulevées précédemment. Il suffit de déterminer un intervalle de rayons et une hauteur appropriée pour y arriver, sans devoir faire face à d’éventuelles discontinuités. Toutefois, on remarque que pour des structures composées de  $\text{SiO}_2$ , il est impossible d’y arriver pour une hauteur de 600 nm (fig. 2.15b). Ceci est dû à la valeur plus faible de son indice de réfraction, se situant aux alentours de 1.46 contrairement au  $\text{TiO}_2$  ayant une valeur de 2.65. Une façon de remédier à

ce problème, comme le suggère la figure 2.14, serait d'augmenter la hauteur de la structure.

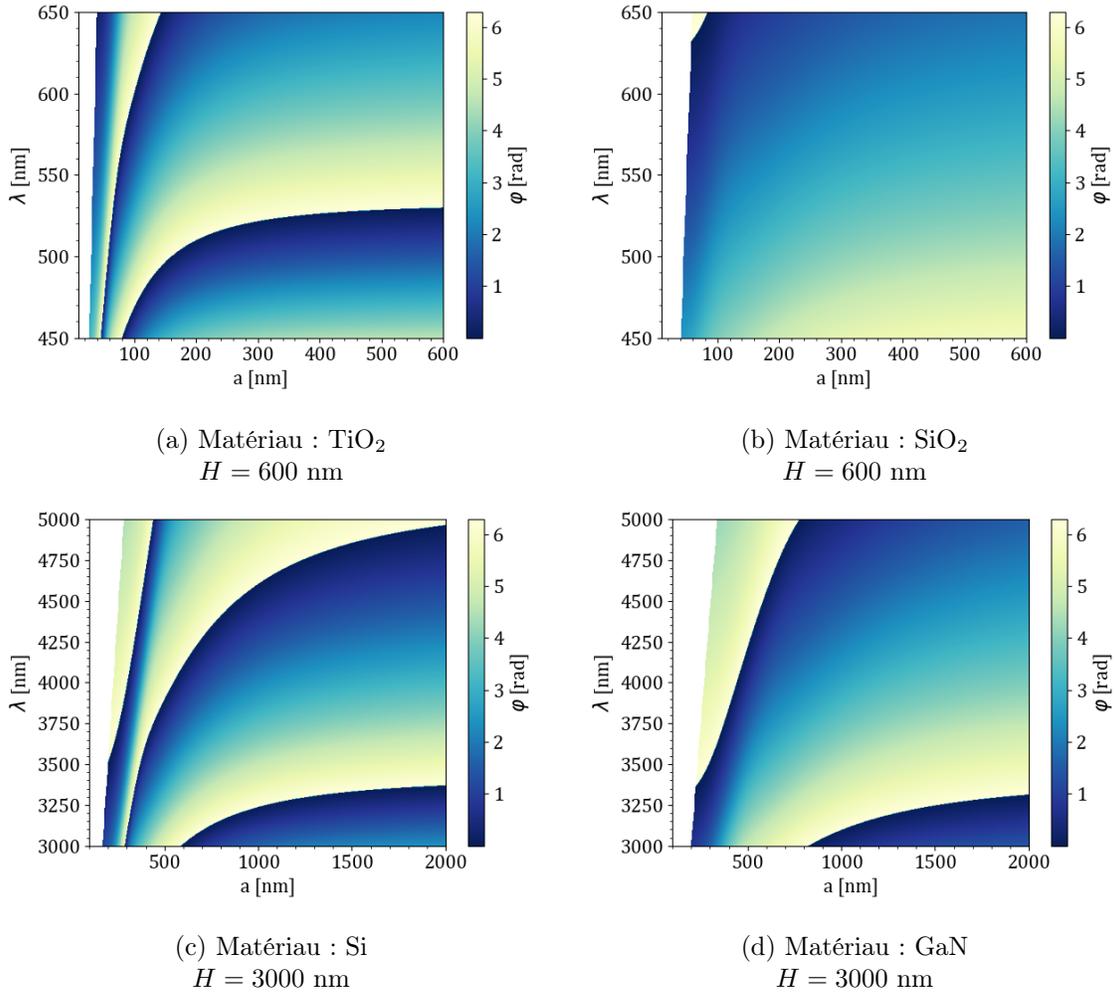
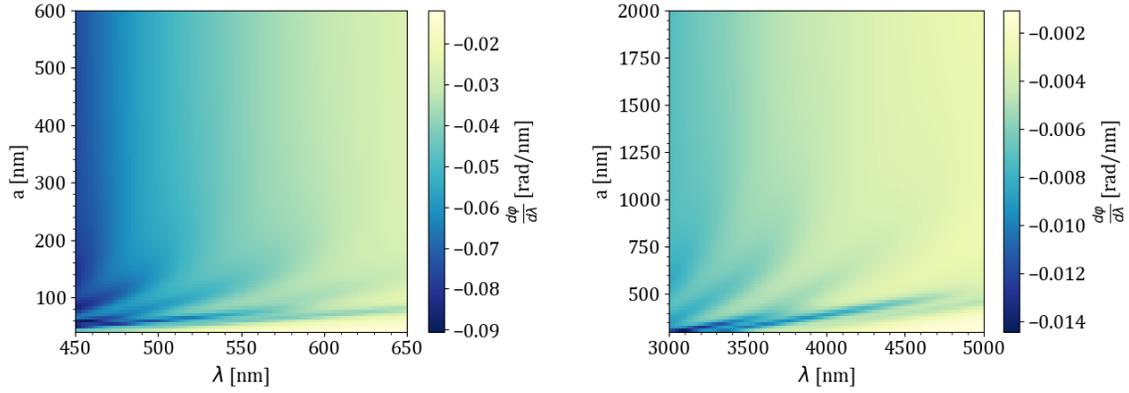


FIGURE 2.15 – Déphasage  $\varphi$  en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  et du rayon  $a$  des nanostructures composées de matériaux distincts.

À partir des données présentées en 2.15a et 2.15c, la dispersion chromatique  $\frac{d\varphi}{d\lambda}$  a été calculée (fig. 2.16). Comme c'était le cas pour les structures rectangulaires (fig. 2.12), la dispersion de la métasurface va varier localement ce qui est démontré par la dispersion dépendante de la taille du nanocylindre. Toutefois, contrairement aux méta-atomes rectangulaires où l'on doit utiliser l'ensemble du domaine de  $\theta_n$  pour couvrir la phase, il est possible de choisir un intervalle de dimensions avantageux au niveau de la dispersion. Par exemple, autant que pour du  $\text{TiO}_2$  (fig. 2.16a) que pour du  $\text{Si}$  (fig. 2.16b), opter pour des dimensions plus élevées mène à une dispersion généralement plus faible. À l'inverse, si une grande dispersion est nécessaire, des nanostructures plus minces seraient appropriées.



(a) Nanocylindres de  $\text{TiO}_2$  haut de 600 nm (b) Nanocylindres de Si haut de 3000 nm

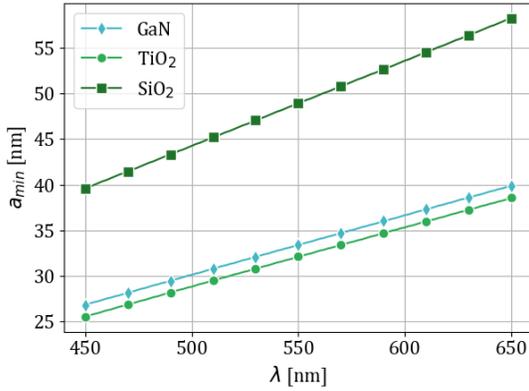
FIGURE 2.16 – Dispersion des nanostructures en fonction de leur dimension  $a$ .

Maintenant que l'impact du rayon de la structure sur la dispersion de la phase a été étudié, il est pertinent de s'interroger sur la hauteur et son rôle dans la dispersion des structures. Comme il a été démontré à la figure 2.14, il est possible de découpler la hauteur de la constante de propagation en première approximation. Ainsi,

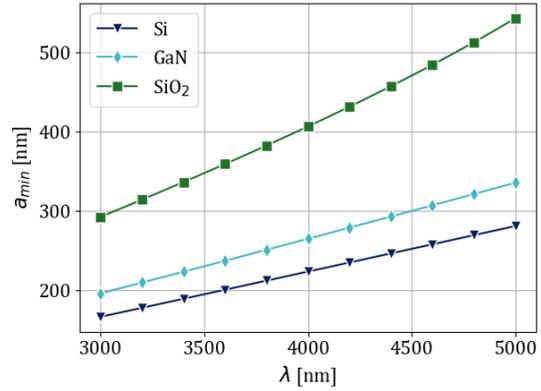
$$\varphi \approx \beta(a, \lambda)H \implies \frac{d\varphi}{d\lambda} \approx \frac{d\beta(a, \lambda)}{d\lambda}H$$

Cette relation linéaire entre la dispersion et la hauteur mène à une considération pratique supplémentaire pour la gestion de la dispersion. Comme mentionné, de plus grandes valeurs de rayons présente une dispersion moindre. Toutefois, les figures 2.15 suggèrent qu'une couverture complète de la phase n'est pas nécessairement atteinte pour ces valeurs élevées de rayons. Il serait donc nécessaire d'augmenter la hauteur pour y parvenir, ce qui, en retour, mène à une dispersion plus élevée. Un compromis entre ces degrés de liberté doit être atteint afin d'obtenir le comportement chromatique attendu.

Outre la couverture adéquate de la phase et la dispersion, un autre aspect à considérer lorsque vient le temps de déterminer l'intervalle de dimensions utilisé pour construire la métasurface est la dimension de coupure. Celle-ci, visible à chacune des sous-figures de 2.15, est la dimension à laquelle aucun mode ne peut se propager à l'intérieur de la structure à une longueur d'onde donnée. Ces dimensions, déterminées numériquement, sont tracées à la figure 2.17 pour les matériaux et longueurs d'onde présentés à la figure 2.15. En comparant les dimensions de coupure pour chacun des matériaux représentés ici-bas, on remarque qu'un milieu d'indice de réfraction supérieur permet l'utilisation de structures de plus petites tailles pour une bande spectrale donnée en plus de couvrir la phase plus efficacement, tel que suggéré par l'ensemble des figures en 2.15.



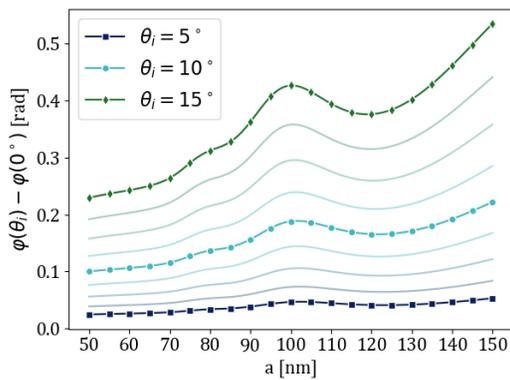
(a) Bande spectrale :  $\lambda \in (450, 650)$  nm



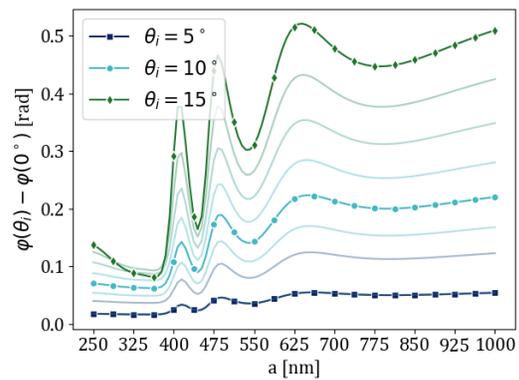
(b) Bande spectrale :  $\lambda \in (3.0, 5.0)$   $\mu\text{m}$

FIGURE 2.17 – Rayons des nanostructures cylindriques minimales auxquelles un mode peut se propager selon la relation de dispersion (1.45) en fonction de la longueur d’onde incidente.

Suite à l’analyse chromatique des nanocylindres, on s’attarde maintenant à l’impact du champ de vue sur le déphasage induit  $\varphi$  (fig. 2.18). Tout comme la structure rectangulaire adapté pour un spectre visible (2.13a), la variation de la phase illustrée à la figure 2.18a augmente graduellement de  $5^\circ$  à  $15^\circ$  pour atteindre une valeur maximale de 0.5 rad. Les nanocylindres de 3000 nm de hauteur, quant à eux, exhibent un comportement similaire à leur homologue rectangulaire où l’on s’approche d’un angle critique  $\theta_i^c$ . En effet, à  $\theta_i = 17^\circ$ , aucun mode ne peut se propager à l’intérieur de la structure pour les valeurs plus faibles de rayon selon l’équation de dispersion définie en (1.45), là où on observe les crêtes à la figure 2.18b. Si les nanostructures rectangulaires adaptées dans le visible possèdent un angle critique  $\theta_i^c = 53^\circ$ , les structures ici présentes sont limitées par une valeur  $\theta_i^c = 22^\circ$ .



(a) Nanocylindres de TiO<sub>2</sub> de hauteur  $H = 600$  nm illuminés à  $\lambda = 550$  nm.



(b) Nanocylindres de Si de hauteur  $H = 3000$  nm illuminés à  $\lambda = 4.0$   $\mu\text{m}$ .

FIGURE 2.18 – Variation de la phase pour différents angles d’incidence  $\theta_i$  par rapport à  $\theta_i = 0^\circ$  en fonction du rayon des nanostructures.

## Conclusion

L'implémentation du modèle semi-analytique des méta-atomes rectangulaires et cylindriques selon une approche orientée objet offre l'efficacité et la polyvalence nécessaires pour conduire une série d'analyses sur les propriétés intrinsèques de ces structures. Les conclusions qui ont été tirées grâce à ces résultats possèdent une grande valeur afin de faciliter la conception d'une métasurface à intégrer à un système optique complexe. Pour les méta-atomes rectangulaires, une technique permettant d'obtenir des dimensions adéquates pour la structure a été développée. Grâce à celle-ci, il est possible de produire une métasurface ayant la capacité d'opérer sur une bande spectrale suffisamment large, soit dans le visible, soit dans l'infrarouge moyen, comme ce qui a été démontré. Il est également possible de quantifier le champ de vue maximal sur lequel ces structures peuvent fonctionner, information d'une importance capitale si l'on veut imager à grand champ de vue. En ce qui concerne les méta-atomes cylindriques, le lien entre le rayon et la hauteur de la structure par rapport à la longueur d'onde d'illumination a été établi. Ceci permet le choix éclairé des dimensions des structures afin d'obtenir une dispersion chromatique voulue. Tout comme son équivalent de forme rectangulaire, il est également possible de quantifier l'angle critique d'incidence où le méta-atome ne peut plus opérer convenablement dû à l'absence de mode de propagation à l'intérieur de la structure. Fier de ces résultats, il est maintenant temps de les appliquer dans un contexte de design optique où une métasurface entière est à l'oeuvre.

## Chapitre 3

# Métasurfaces et conception optique

Le chapitre précédent a introduit une série d'analyses concernant les propriétés des nanostructures individuelles grâce à l'implémentation du modèle semi-analytique. Ceci a permis l'établissement d'un ensemble de connaissances pertinent pour la conception d'une métasurface complète. Pour obtenir des systèmes optiques complexes faisant valoir les attributs avantageux des métasurfaces, il faut tout d'abord développer les outils numériques nécessaires pour procéder à leur intégration. À ce sujet, deux avenues ont été considérées : un environnement de tracé de rayons dans Python ainsi que l'implémentation de surfaces personnalisées dans un logiciel de conception optique Zemax. Des analyses de performances telles que la dispersion chromatique et les aberrations sur le front d'onde ont été réalisées sur des métalentilles simples préalablement à la conception de systèmes. Les conclusions ainsi tirées serviront de guide pour les tentatives subséquentes de design optique. Pour conclure, une démonstration du processus de conception et des résultats qui peuvent en découler sera présentée.

### 3.1 Développement d'outils d'intégration

La conjonction entre métasurfaces et tracés de rayons n'est pas une tâche simple. En effet, on fait face à deux paradigmes de description de la lumière généralement incompatibles : une description électromagnétique et une description par rayons. C'est grâce à la taille des nanostructures inférieure à la longueur d'onde que les métasurfaces possèdent leurs propriétés. Le front d'onde incident subit donc «l'effet moyen» de la distribution des méta-atomes. Toutefois, que se produit-il lorsqu'un rayon, objet ponctuel, atteint la métasurface ? Comment considérer un rayon situé entre deux méta-atomes, où la phase n'est pas bien définie ? Une des avenues est de considérer une distribution continue de méta-atomes. Bien que cette approximation sacrifie une part de réalisme de la métasurface, considérant que la distance réelle entre structures peut atteindre l'ordre du micron, celle-ci permet de mieux représenter la modulation continue du front d'onde.

Considérant ceci, un environnement de tracé de rayons compatible aux implémentations présentées à la section 2.1 a été développé afin de caractériser des métalentilles simples. L'intégration de métasurfaces à l'intérieur d'un système optique plus complexe s'est fait grâce à une *Dynamic-Link Library* (DLL) appelée par le logiciel de conception Zemax. Cette section a pour but de présenter les rouages internes de ces outils numériques.

### 3.1.1 Environnement de tracé de rayons

Tel qu'illustré aux figures 2.1 et 2.2, l'implémentation des métasurfaces a été établie afin de pouvoir les utiliser conjointement avec un environnement de tracé de rayons, représenté ici par la classe `RayTracing` (voir fig. 3.1). Celle-ci gère la propagation de rayons à travers une métalentille et le calcul de l'OPD et des aberrations de 3<sup>e</sup> ordre grâce aux méthodes décrites ici-bas.

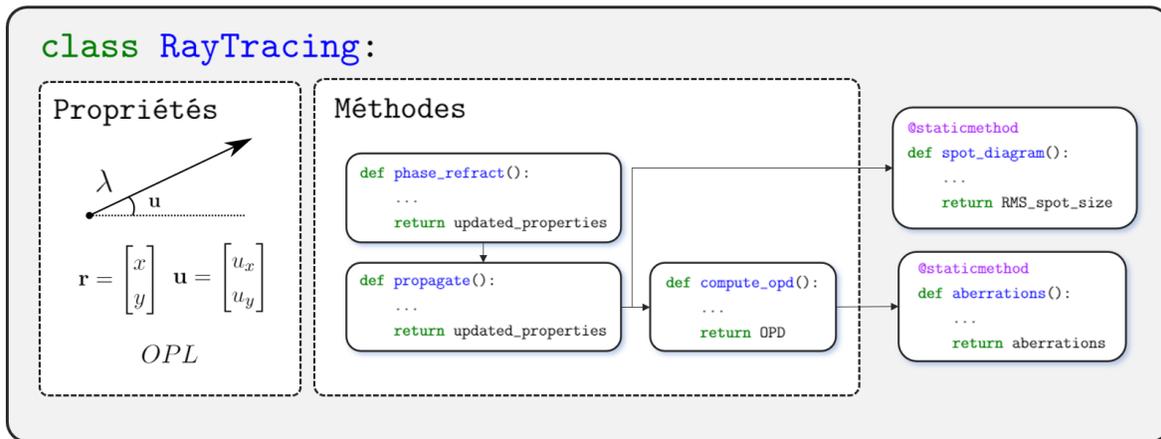


FIGURE 3.1 – Organigramme numérique de l'environnement de tracé de rayons.

#### Propriétés

**Coordonnées :** Considérant un système de coordonnées où l'axe des  $x$  correspond au plan sagittal, l'axe des  $y$  au plan tangentiel et l'axe  $z$  aligné à l'axe optique, chaque rayon se décrit par un ensemble de coordonnées  $(\mathbf{r}, \mathbf{u})$ , tel que défini à la figure 3.1. Selon la convention utilisée, les angles  $u_x$  et  $u_y$  correspondent respectivement à l'angle formé par les composantes  $x$  et  $y$  du rayon par rapport à l'axe optique  $z$ .

**Caractéristiques :** Les propriétés physiques des rayons retenues pour cette implémentation sont simplement la longueur d'onde  $\lambda$  et la distance optique parcourue, l'OPL.

## Méthodes

**Phase refract** : Afin de déterminer l'orientation des rayons après réfraction sur une métasurface de profil de phase  $\varphi(x, y)$ , on utilise un ensemble d'équation issu des relations (3.1) à (3.3) qui elles ont été développés à la section 1.1.2

$$l' = l + \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} \quad (3.1)$$

$$m' = m + \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} \quad (3.2)$$

$$n' = \sqrt{1 - (l')^2 - (m')^2} \quad (3.3)$$

Les dérivées ici présentes sont calculées par la méthode des différences finies. Puisque les angles  $u_x$  et  $u_y$  sont définis à partir des axes  $x$  et  $y$  par rapport à  $z$ , les coordonnées  $\mathbf{u}'$  s'expriment donc par

$$\mathbf{u}' = \begin{bmatrix} \arctan\left(\frac{l'}{n'}\right) \\ \arctan\left(\frac{m'}{n'}\right) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Considérant également qu'un rayon situé à un couple de coordonnées  $(x, y)$  subit un déphasage de  $\varphi(x, y)$ , l'OPL de celui-ci doit être ajusté de la façon suivante.

$$(OPL)' \Big|_{x,y} = OPL \Big|_{x,y} + \frac{\lambda}{2\pi} \varphi(x, y) \quad (3.5)$$

**Propagate** : Pour obtenir les coordonnées  $\mathbf{r}'$  de rayons après s'être propagés d'une distance  $d$ , on utilise la relation suivante.

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} + d\mathbf{u} \quad (3.6)$$

Par trigonométrie, on obtient que la distance optique parcourue suite à cette propagation est égale à

$$(OPL)' = OPL + d\sqrt{\tan^2 u_x + \tan^2 u_y + 1} \quad (3.7)$$

**Compute OPD** : La différence de parcours optique, l'OPD, est définie à partir de l'OPL du rayon chef qui correspond au rayon situé en plein centre de la pupille de sortie. Utile pour le calcul d'aberrations, on normalise l'OPD par la longueur d'onde du rayon.

$$OPD = \frac{OPL - OPL_c}{\lambda_0} \quad (3.8)$$

**Spot Diagram** : Cette méthode, en plus de pouvoir illustrer la forme de la tache focale, calcule sa taille moyenne quadratique, le *RMS spot size* en anglais. Considérant une grille de rayons de

taille ( $N \times N$ ), la taille moyenne quadratique de la tache focale se calcule grâce aux équations suivantes.

$$RMS_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - x_c)^2, \quad RMS_y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - y_c)^2 \quad (3.9)$$

$$\Rightarrow RMS = \sqrt{RMS_x + RMS_y} \quad (3.10)$$

où  $(x_c, y_c)$  correspond aux coordonnées du rayon chef.

**Aberration :** À partir de l'OPD, cette méthode permet d'extraire les coefficients d'aberrations  $W_{ijk}$ . Pour plus détails, consulter la section 3.2.2.

### 3.1.2 Intégration dans un logiciel de conception optique

Le logiciel de conception optique Zemax [19] a été choisi afin de conduire la première implémentation du modèle semi-analytique de métasurface. À l'aide d'une DLL liée au logiciel, il est possible d'inclure les calculs et informations nécessaires pour simuler fidèlement les performances d'une métasurface dans un système optique. Le principe de fonctionnement est simple : un tracé de rayons est initié par le logiciel jusqu'à ce que celui-ci intercepte la métasurface où la DLL est ensuite appelée pour permettre aux rayons de dévier adéquatement et ainsi poursuivre leur parcours (voir fig. 3.2). Par la suite, il est possible d'utiliser les outils d'analyses de performance déjà intégrés dans le logiciel.

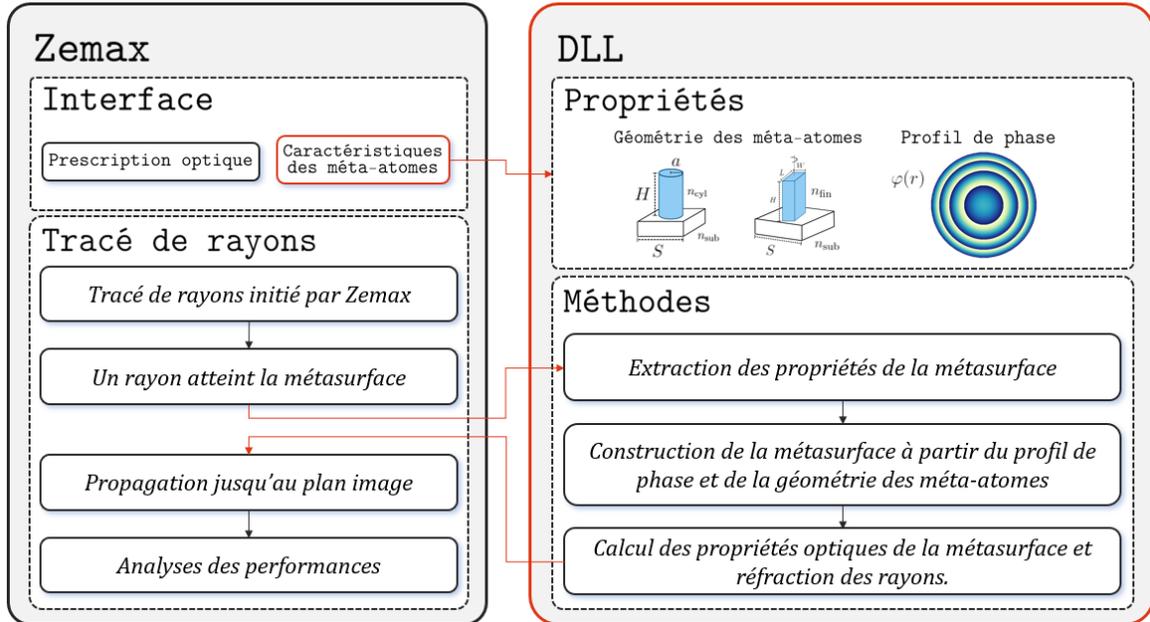


FIGURE 3.2 – Organigramme numérique du logiciel *Zemax* et de la *Dynamic-Link Library* (DLL) modélisant une métasurface.

Les rouages internes de la DLL sont semblables aux implémentations présentées aux figures 2.1 et 2.2. En premier lieu, le profil de phase désiré est décrit par un polynôme d'ordre pair  $\phi(r) = \sum_i a_i r^{2i}$  où les coefficients  $a_i$  peuvent être directement modifiés, et ainsi optimisés, dans l'interface graphique de Zemax. Ensuite, à partir du modèle semi-analytique, la métasurface qui permet de produire un tel déphasage est obtenue. La longueur d'onde de design  $\lambda_d$  doit être spécifiée, car une configuration différente est associée à chaque longueur d'onde, due aux interactions uniques entre méta-atomes et onde incidente. Une fois la métasurface définie, les propriétés optiques de celle-ci pour chaque longueur d'onde et champ de vue présent dans le système sont calculées. Finalement, les équations de Snell-Descartes généralisées (voir équations (1.15) et (1.16)) sont utilisées pour faire réfracter les rayons incidents à la surface décrits par les coordonnées  $(l, m, n)$  telles que définies à la section 1.1.2

$$l' = l + \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial \phi(r)}{\partial x} \quad (3.11)$$

$$m' = m + \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial \phi(r)}{\partial y} \quad (3.12)$$

$$n' = \sqrt{1 - (l')^2 - (m')^2} \quad (3.13)$$

où les coordonnées  $(l', m', n')$  correspondent aux coordonnées après le passage de la métasurface. Pour obtenir la valeur de  $n'$ , la condition de normalisation  $l'^2 + m'^2 + n'^2 = 1$  a été utilisée. L'approche qui a été développée ici permet à un concepteur optique d'optimiser directement les caractéristiques de la métasurface à l'aide d'algorithmes déjà implémentés dans le logiciel Zemax. Celle-ci permet également d'avoir accès et ainsi exploiter les degrés de liberté additionnels offerts par les métasurfaces.

## 3.2 Analyse de performances

Outillé d'un environnement de tracé de rayons compatible aux modèles de métasurfaces, on s'attarde maintenant à l'étude des performances optiques de métalentilles simples. Ces surfaces au profil de phase hyperbolique (équation (1.36)) permettront de mettre à l'épreuve les outils d'analyse développés et ainsi enrichir le bagage des connaissances sur leurs comportements et performances. Plus spécifiquement, on porte d'abord une attention particulière à la dispersion chromatique pour ensuite poser une réflexion sur le traitement des aberrations.

### 3.2.1 Dispersion

Il est reconnu que les métasurfaces exhibent une dispersion chromatique unique comparée aux optiques classiques, en raison de la nature résonante des phénomènes physiques qui les décrivent (voir section 1.2.2). Cette section se veut comme une démonstration et une étude des propriétés chromatiques particulières que peuvent avoir les métalentilles.

Méta-atomes rectangulaires				
	Matériau	$(W \times L)$ [nm]	$H$ [nm]	$S$ [nm]
$\lambda \in (450, 650)$ nm	TiO <sub>2</sub>	(100 × 155)	750	165
$\lambda \in (3.5, 4.5)$ μm	Si	(500 × 800)	3000	810

Méta-atomes cylindriques				
	Matériau	$(r_{min}, r_{max})$ [nm]	$H$ [nm]	$S$ [nm]
$\lambda \in (450, 650)$ nm	TiO <sub>2</sub>	(60, 130)	600	300
$\lambda \in (3.5, 4.5)$ μm	Si	(300, 700)	3000	1500

TABLE 3.1 – Méta-atomes utilisés afin de produire des métalentilles de longueur focale  $f = 10$  mm dans le visible et dans l’infra-rouge moyen

Pour présenter cette étude, on utilise quatre métalentilles différentes dont les spécificités (voir tableau 3.1) ont été déterminées grâce aux résultats de la section 2.2. Les méta-atomes présentés ici ont été choisis principalement pour leur couverture adéquate de la phase sur l’entièreté de la bande spectrale d’intérêt. De plus, la même analyse a permis de déterminer qu’une variation de la hauteur des structures de  $\pm\Delta H$  conserve une couverture adéquate de la phase. Pour le spectre visible, cette variation est de  $\Delta H = 50$  nm tandis que pour la bande infrarouge  $\Delta H = 200$  nm. Ce degré de liberté supplémentaire sera mis à l’étude pour déterminer son impact sur la dispersion.

### Longueur focale paraxiale

Comme première mesure de la dispersion chromatique, on utilise la variation de la longueur focale paraxiale avec la longueur d’onde. De façon générale, il est possible de l’extraire à partir de l’équation du front d’onde sortant. Celui-ci peut s’exprimer comme un polynôme d’ordre pair de la façon suivante :

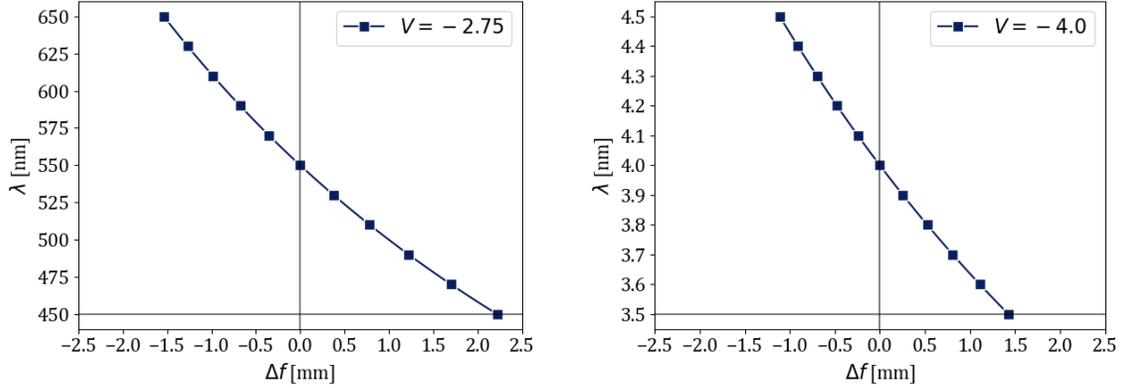
$$W(r) = \frac{\lambda}{2\pi} \varphi(r) = a_0 + a_2 r^2 + a_4 r^4 + a_6 r^6 + \dots \quad (3.14)$$

Défini ainsi, la focale paraxiale peut être extraite à partir du terme de deuxième ordre  $a_2$ .

$$\implies f = \frac{1}{2a_2} \implies \phi = \frac{1}{f} = 2a_2 \quad (3.15)$$

où  $\phi$  correspond à la puissance focale. De cette manière, on peut caractériser la dispersion chromatique d’une surface dans un régime paraxial. À titre de démonstration, le décalage focal chromatique ( $\Delta f = f(\lambda) - f(\lambda_d)$ ) a été calculé pour une lentille diffractive, modélisée par une surface de phase simple telle que définie à la section 1.1.5 (voir fig. 3.3). Le nombre  $V$ , mesure approximative de la dispersion, a été calculé à partir de la relation (1.24) et inclus dans l’encart de la figure 3.3a et 3.3b. On rappelle qu’une valeur inférieure à 0 représente une

dispersion anormale et que l'amplitude de la dispersion est inversement proportionnelle à la valeur absolue de  $V$ . Ces données ainsi présentées vont servir de point de comparaison lors de l'application de cette méthodologie aux métasurfaces.



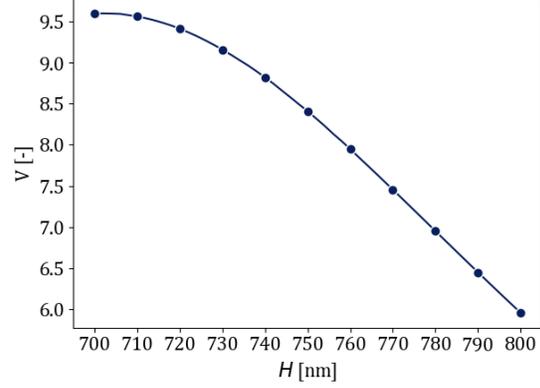
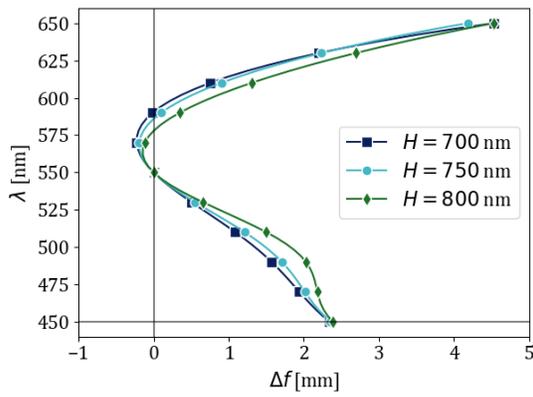
(a) Bande spectrale :  $\lambda \in (450, 650)$  nm

(b) Bande spectrale :  $\lambda \in (3.5, 4.5)$   $\mu\text{m}$

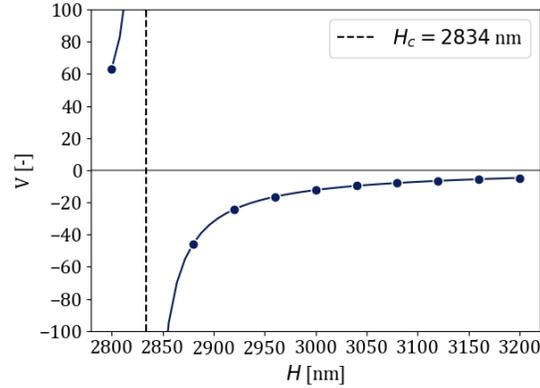
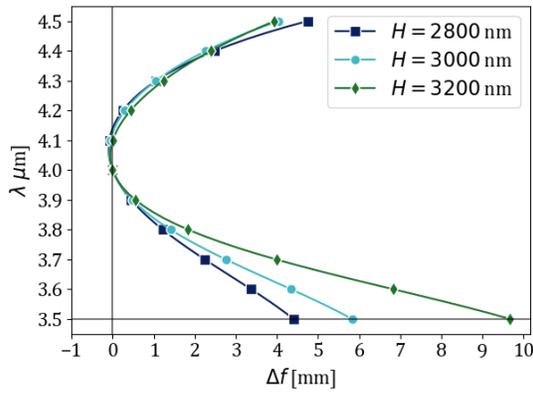
FIGURE 3.3 – Décalage focal chromatique pour une surface diffractive.

Comme premier cas de figure, on se penche sur des méta-atomes rectangulaires adaptés pour le spectre visible (fig. 3.4a et fig. 3.4b). Selon ces données, on obtient une lentille possédant une dispersion globalement normale exhibant toutefois un comportement achromatique au décalage focal limité pour la région de 550 à 600 nm. Pour des longueurs plus élevées, à l'extrémité de la bande, la dispersion est deux fois plus importante comparée à une longueur d'onde de 450 nm. En effet, le décalage focal atteint un maximum de presque 50% de la focale de design. Une observation minutieuse de la figure 2.11a obtenue précédemment offre une explication à ce phénomène. En effet, on remarque qu'en se rapprochant de 650 nm, la courbe de phase comporte un saut à  $\theta_n \sim 50^\circ$ , contrairement aux longueurs d'onde plus courtes où la phase est linéaire. Cette différence, bien que subtile, est suffisante pour introduire une dispersion supérieure pour une fraction de la bande spectrale. À l'opposé, la courbe de phase étant similaire de 500 nm à 575 nm permet de limiter le décalage focal à moins de 10%. Il est également intéressant de noter la relation linéaire entre nombre  $V$  et hauteur de structures à partir de 750 nm. Pouvoir établir une relation simple de la sorte a le potentiel de faciliter la conception de doublets achromatiques efficaces sur l'entièreté du spectre.

La métalentille du même type adaptée à l'infrarouge exhibe un comportement chromatique riche en information (voir fig. 3.4c et 3.4d). En effet, pour une hauteur d'environ 2830 nm, on obtient un achromat; résultat inattendu pour une lentille unique. De plus, ces figures démontrent qu'une variation de la hauteur mène à un changement du type de dispersion, passant de normale pour des hauteurs moindres à anormale pour des hauteurs élevées. À une hauteur critique  $H_c = 2834$  nm, la focale à 3.5  $\mu\text{m}$  et 4.5  $\mu\text{m}$  est identique, menant ainsi à un nombre  $V$  infini. Cette asymptote sépare les deux régimes de dispersion, tel qu'illustré



(a)  $\lambda \in (450, 650)$  nm : décalage focal chromatique (b)  $\lambda \in (450, 650)$  nm : nombre  $V$  en fonction de la hauteur  $H$

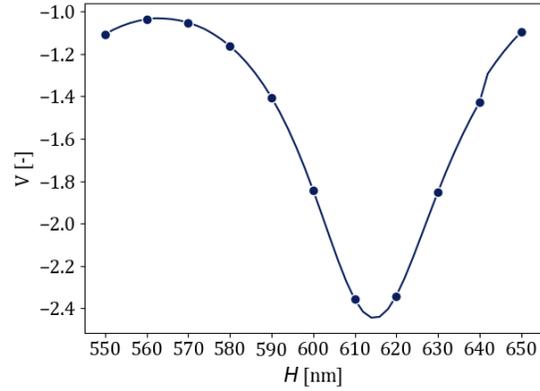
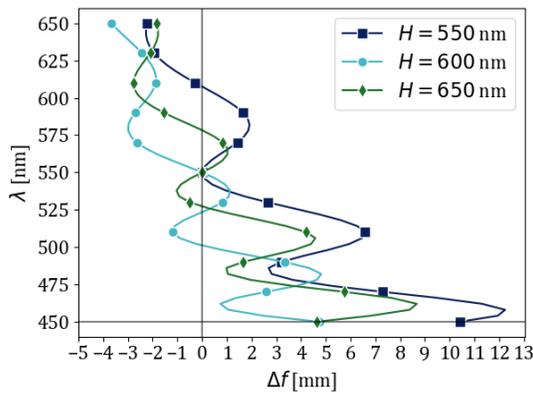


(c)  $\lambda \in (3.5, 4.5)$   $\mu\text{m}$  : décalage focal chromatique (d)  $\lambda \in (3.5, 4.5)$   $\mu\text{m}$  : nombre  $V$  en fonction de la hauteur  $H$

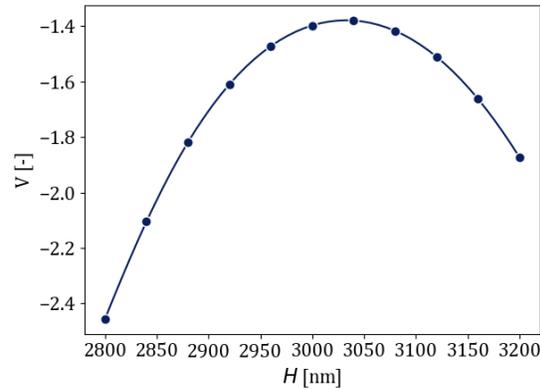
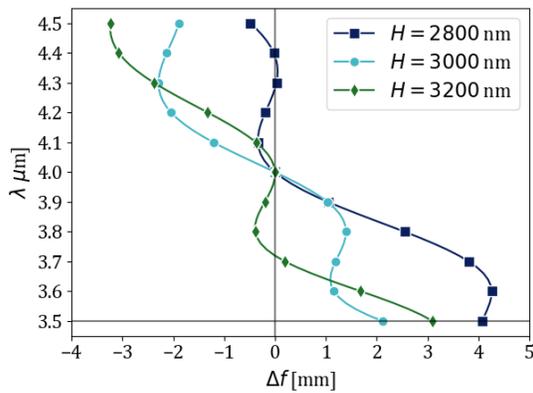
FIGURE 3.4 – Dispersion chromatique pour une métasurface composée de méta-atomes rectangulaires de hauteur variable dans le spectre visible pour (a) et (b) et dans l’infra-rouge moyen pour (c) et (d)

à la figure 3.4d. Bien que la focale soit identique aux extrémités du spectre, la variation du décalage focal sur l’entièreté du spectre demeure majeure. À une hauteur aux alentours de 2800 nm, où cette variation est minimale par rapport aux autres dimensions à l’étude, celle-ci est de 50% pour augmenter graduellement à presque 100% pour une hauteur de 3200 nm.

On passe dorénavant aux métalentilles à structures cylindriques, en commençant par le spectre visible (fig. 3.5a et fig. 3.5b). Les courbes de décalage focal obtenues révèlent un comportement chromatique particulier. Selon la hauteur, il semble possible d’obtenir un apochromat : lentille capable de focaliser trois longueurs d’onde au même endroit. Malgré tout, la dispersion atteint plus de 120% de la focale de design pour d’autres longueurs d’onde. Afin de tenter d’expliquer ces résultats, on se penche sur la figure 2.16a, où la dispersion  $\frac{d\varphi}{d\lambda}$  a été calculée pour des structures individuelles. On remarque que pour la distribution de tailles utilisée pour



(a)  $\lambda \in (450, 650)$  nm : décalage focal chromatique (b)  $\lambda \in (450, 650)$  nm : nombre  $V$  en fonction de la hauteur  $H$



(c)  $\lambda \in (3.5, 4.5)$   $\mu\text{m}$  : décalage focal chromatique (d)  $\lambda \in (3.5, 4.5)$   $\mu\text{m}$  : nombre  $V$  en fonction de la hauteur  $H$

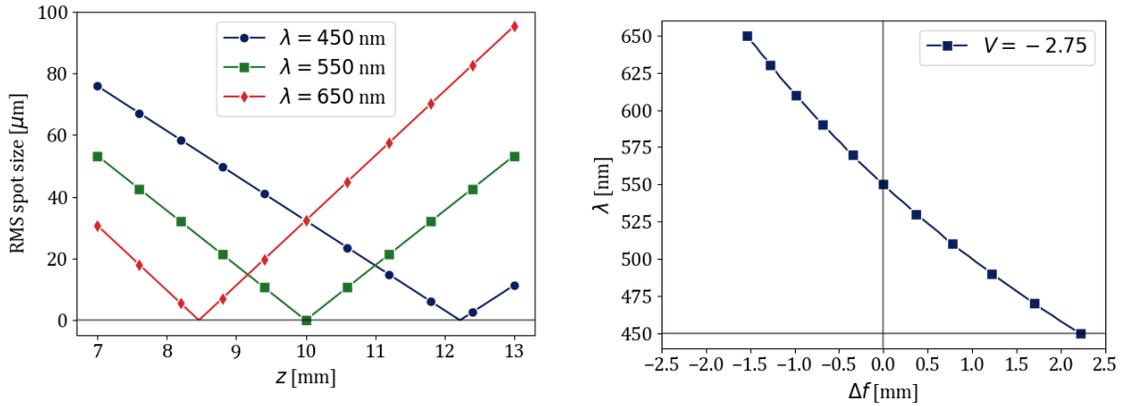
FIGURE 3.5 – Dispersion chromatique pour une métasurface composée de méta-atomes cylindriques de hauteur variable dans le spectre visible pour (a) et (b) et dans l’infrarouge moyen pour (c) et (d)

la conception de cette métalentille (60 à 130 nm) l’amplitude de la dispersion oscille en fonction de la longueur d’onde pour une dimension donnée. Celle-ci demeure toutefois toujours de même signe, ce qui veut dire que la dispersion varie dans le même sens sur l’ensemble du spectre. C’est donc pour cela que l’on observe une telle oscillation dans le décalage focal, mais avec une tendance linéaire de dispersion anormale.

Les figures 3.5c et 3.5d, illustrant la dispersion d’une métalentille composée de nanocylindres adaptés à l’infrarouge, témoigne d’un phénomène similaire. Tout comme le spectre visible, la dispersion des structures individuelles oscille avec la longueur d’onde pour une taille donnée (voir fig. 2.16b). Ces oscillations étant de moindre amplitude et de fréquence plus faible expliquent également les disparités entre les figures de décalage focal. L’une de ces disparités est certainement la dispersion d’amplitude plus raisonnable.

## Longueur focale effective

Il est à noter que l'étude de la dispersion réalisée jusqu'à présent n'est valide qu'en régime paraxial. Cette approximation se traduit par l'utilisation d'une section limitée de la métalentille, soit en plein centre de celle-ci. Bien que de cette manière il a été possible de mettre en lumière des comportements chromatiques uniques, une étude plus rigoureuse est de mise. Une méthode considérant l'entièreté de la lentille ainsi que l'impact des aberrations sphériques sur la tache focale permettrait d'obtenir des résultats plus fidèles à la réalité. On définit ainsi la longueur focale effective comme la distance de propagation où la taille du faisceau est minimale. Pour ce faire, il suffit de calculer la taille moyenne quadratique du faisceau, ou le *RMS spot size* en anglais, le long de l'axe optique et identifier où se situe le minimum (voir fig. 3.6a). Répété pour chaque longueur d'onde du système, ce processus simple permet d'obtenir la dispersion chromatique effective, tel qu'illustré à la figure 3.6b où le décalage focal effectif pour une surface de phase a été calculé.



(a) Taille de la tache focale le long de l'axe optique pour trois longueurs d'onde

(b) Décalage focal chromatique effectif

FIGURE 3.6 – Dispersion chromatique effective pour une surface diffractive

Afin de comparer la focale effective à la focale paraxiale et ainsi déterminer le domaine où l'approximation paraxiale est encore valide, le décalage focal effectif a été calculé pour des métasurfaces de dimensions variées. Ces résultats ont été tracés à la figure 3.7. La longueur focale de design est toujours de 10 mm et les méta-atomes utilisés sont ceux conçus pour le visible décrits à la table 3.1. On note que pour une lentille de diamètre faible, soit de 0.01 mm, les deux méthodes d'analyse rendent des résultats identiques. Toutefois, la divergence entre celles-ci est frappante dès que l'on considère une taille suffisante de métalentille. En effet, l'achromat obtenu précédemment avec les méta-atomes rectangulaires (fig. 3.4a) ne persiste pas outrepassé l'approximation paraxiale. On observe la même chose pour la métalentille composée de nanocylindres, où l'oscillation marquée du décalage focal laisse sa place à une dispersion dite normale.

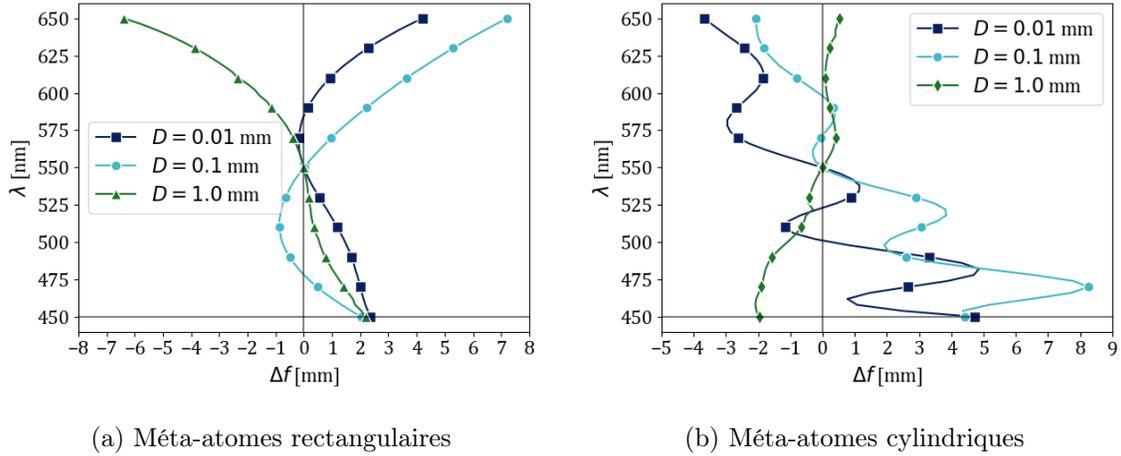
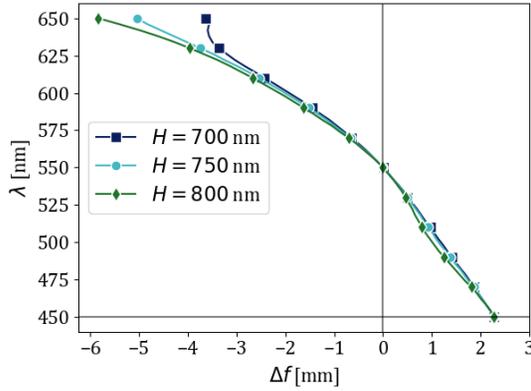


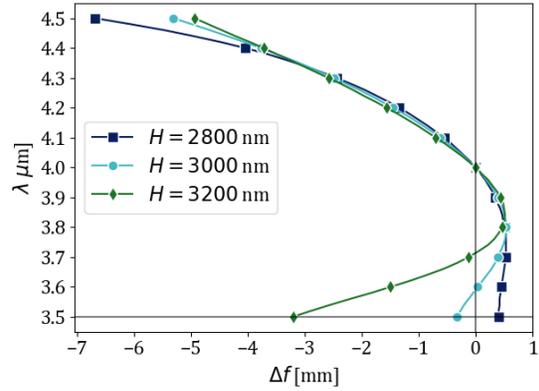
FIGURE 3.7 – Décalage focal effectif pour différents diamètres  $D$  de métasurfaces adaptées pour une bande spectrale de  $\lambda \in (450 - 650)$  nm

Sachant que la longueur focale effective telle que définie actuellement révèle de nouvelles tendances de décalage focal chromatique, il serait pertinent de mener une seconde étude sur le lien entre hauteur des structures et dispersion. Ainsi, le décalage focal pour le spectre visible et infrarouge défini antérieurement a été tracé pour des méta-atomes de forme rectangulaire et de forme cylindrique aux figures 3.8 et 3.9 respectivement. En commençant par les structures rectangulaires, on remarque par une première inspection que le décalage focal est significativement moindre par rapport à ce qui avait été obtenu préalablement, particulièrement pour une hauteur de 800 nm (fig. 3.4a). Une hypothèse pour expliquer cette différence notable serait la présence d'aberrations sphériques d'une amplitude particulièrement élevée n'étant pas prises en compte dans le calcul de la focale paraxiale. On observe également que la variation de la hauteur mène à une variation relative moins élevée du décalage focal par rapport aux résultats précédents.

Un coup d'oeil sur le décalage focal pour la métasurface constituée de nanocylindres représentée en 3.9a confirme ce qui a été soulevé précédemment dès l'application du calcul de la focale effective : la dispersion s'est inversée pour un type normal. Cette tendance est présente pour toutes les hauteurs à l'étude même si l'une d'entre elles ( $H = 550$  nm) minimise l'étalement focal d'un facteur d'environ 2 par rapport aux dimensions plus élevées. Toutefois, on retombe sur une dispersion anormale en considérant un spectre infrarouge et des dimensions de nanocylindres plus élevées. Ces données suggèrent donc que c'est seulement pour une combinaison adéquate de structures et de longueur d'onde que cet inversement de dispersion est possible. Dans ce cas-ci, varier la hauteur n'impacte pas considérablement l'étalement focal d'une extrémité du spectre à l'autre, mais on observe plutôt la formation de sous-régions achromates. À  $H = 2800$  nm et  $H = 3200$  nm, cette région correspond à l'intervalle de 3.7 à 3.9  $\mu\text{m}$  tandis qu'elle ne se retrouve pas pour une hauteur de 3000 nm. Dans tous les cas, pour la partie supérieure du spectre le décalage focal est sensiblement constant.

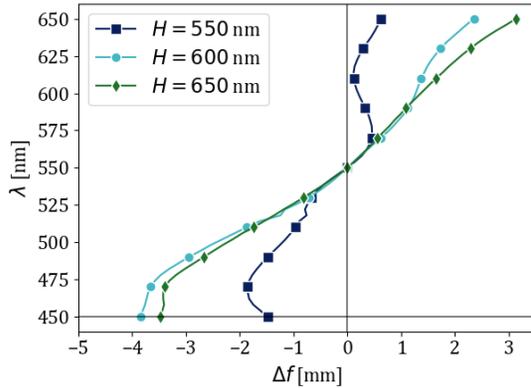


(a) Bande spectrale :  $\lambda \in (450 - 650)$  nm

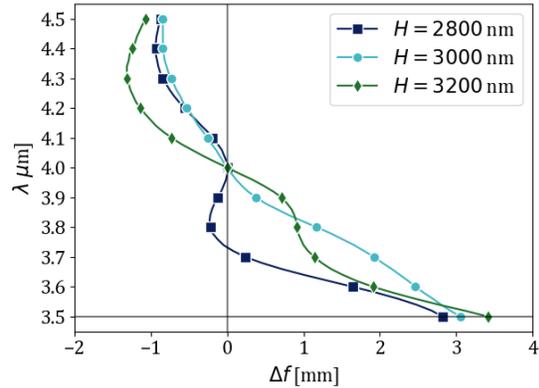


(b) Bande spectrale :  $\lambda \in (3.5 - 4.5)$   $\mu\text{m}$

FIGURE 3.8 – Décalage focal effectif pour une métasurface composée de méta-atomes rectangulaires de hauteur variable



(a) Bande spectrale :  $\lambda \in (450 - 650)$  nm

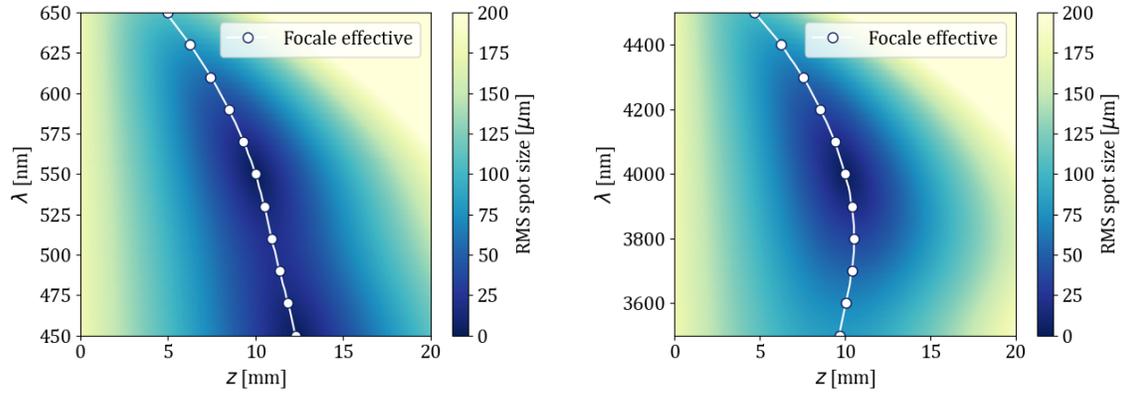


(b) Bande spectrale :  $\lambda \in (3.5 - 4.5)$   $\mu\text{m}$

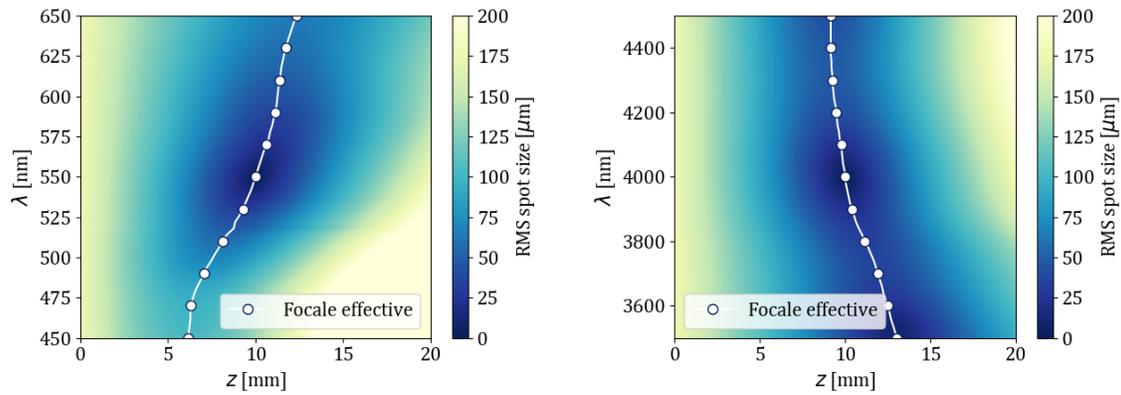
FIGURE 3.9 – Décalage focal effectif pour une métasurface composée de méta-atomes cylindriques de hauteur variable

## Rétrospection

Bien que l'analyse conduite jusqu'à présent se base seulement sur quatre métalentilles, tester les méthodes développées sur celles-ci a permis de tirer de pertinentes conclusions. Ces données témoignent de l'extrême dispersion typiques aux métasurfaces. Contrairement aux surfaces diffractives où la tache focale s'étale sur environ  $\pm 2$  mm autour de la focale de design (fig. 3.6b), cet étalage focal peut atteindre presque le double dans certains cas. De telles valeurs rendraient une surface inutilisable dans un contexte d'imagerie polychromatique sans traitements particuliers. Il a également été démontré que les caractéristiques physiques des structures sont intimement liées à leur comportement chromatique. Que ce soit pour ajuster les fins détails ou même pour opposer le sens de la dispersion, les méta-atomes fournissent des degrés de libertés supplémentaires pour la conception de systèmes exploitant cette dispersion.



(a) Géométrie rectangulaire :  $\lambda \in (450, 650)$  nm      (b) Géométrie rectangulaire :  $\lambda \in (3.5, 4.5)$   $\mu\text{m}$



(c) Géométrie cylindrique :  $\lambda \in (450, 650)$  nm      (d) Géométrie cylindrique :  $\lambda \in (3.5, 4.5)$   $\mu\text{m}$

FIGURE 3.10 – *RMS spot size* le long de l’axe optique évalué pour l’ensemble des bandes spectrales. Les méta-atomes utilisés sont de forme rectangulaire pour (a) et (b) et de forme cylindrique pour (c) et (d)

La mise au point du calcul de la focale effective a permis d’obtenir une série de résultats contre-vérifiant l’approximation paraxiale et ainsi définir son domaine d’application. Celle-ci se base sur la localisation de la taille de faisceau minimal à une longueur d’onde donnée. Par contre, cette méthode ne garantit pas que la lumière focalise efficacement à ce point. Il se peut que, pour une longueur d’onde où les performances sont généralement mauvaises, la lumière soit diffuse le long de l’axe optique. La fonction rendant le minimum peut laisser présager la présence d’une tache focale à cet endroit, même si en réalité la lentille est inutilisable. La figure 3.10 a été conçue pour vérifier l’impact de la dégradation des performances optiques lié au décalage focal chromatique.

Considérant que la dimension d’un faisceau limité par la diffraction est de  $\sim 10 \mu\text{m}$  dans le visible et de  $\sim 100 \mu\text{m}$  pour l’infrarouge moyen, on peut définir le domaine spectral d’application des lentilles étudiées jusqu’ici. Par exemple, pour une utilisation dans le visible, une surface composée de structures rectangulaires (fig. 3.10a) possède de bien meilleures performances que

son homologue à nanocylindres même si l'efficacité de la première n'est pas optimale pour la partie supérieure du spectre. À l'inverse, pour la bande spectrale centrée sur 4  $\mu\text{m}$ , un choix judicieux serait l'utilisation d'une métasurface de cylindres par rapport aux structures rectangulaires, offrant des performances suffisantes d'une extrémité à l'autre du spectre. Bref, non seulement la méthode de la focale effective permet d'obtenir le décalage focal chromatique de métasurfaces, celle-ci permet également d'évaluer ses performances pour un ensemble continu de longueurs d'onde grâce à des analyses similaires à ce qui est démontré à la figure 3.10.

### 3.2.2 Aberrations

Si l'on veut optimiser adéquatement un système optique comprenant une métasurface, il se doit de procéder à une minimisation des aberrations introduites par celle-ci, processus au coeur de la conception optique. Cette optimisation passe tout d'abord par la quantification des aberrations, tâche non triviale étant le sujet principal de la prochaine section. Une série de propositions et d'analyses de diverses méthodes ayant pour objectif d'effectuer cette tâche non triviale sera présentée.

On reprend tout d'abord l'équation (1.22) afin d'établir une méthodologie pour extraire les coefficients d'aberrations  $W_{ijk}$  d'un front d'onde. Selon les conventions utilisées pour définir cette équation,  $x_p = \rho \sin \theta$  et  $y_p = \rho \cos \theta$ . Il est ainsi possible de transférer cette dernière en coordonnées cartésiennes  $(x_p, y_p)$ , plus utile pour une application numérique pour les outils élaborés et décrits plus tôt.

$$W(x_p, y_p, H) = W_{020}(x_p^2 + y_p^2) + W_{111}Hy_p + W_{040}(x_p^2 + y_p^2)^2 + W_{131}Hy_p(x_p^2 + y_p^2) + W_{222}H^2y_p^2 + W_{220}H^2(x_p^2 + y_p^2) + W_{311}H^3y_p \quad (3.16)$$

À partir de cette équation, un processus itératif permet d'extraire les coefficients une fois l'OPD calculé tel que décrit à la section 3.1.1. En effet, en appliquant cette équation uniquement dans le plan sagittal ou tangentiel pour un champ de vue  $H$  donné, celle-ci se simplifie de façon à isoler certains termes. Il suffit ensuite d'effectuer un ajustement de courbe de l'OPD sur ces relations simplifiées. Ce processus est décrit sommairement à la table 3.2, où chaque étape mène à l'obtention d'un ou plusieurs coefficients en posant deux paramètres constants et en laissant varier le troisième. Les équations qui résultent de ces simplifications sont listées ici-bas :

1.  $W(0, y_p, 0) = W_{020}y_p^2 + W_{040}y_p^4$
2.  $W(x_p, 0, 1) = (W_{020} + W_{220})x_p^2 + W_{040}x_p^4$
3.  $W(0, y_p, 1) = (W_{111} + W_{311})y_p + (W_{020} + W_{222} + W_{220})y_p^2 + W_{131}y_p^3 + W_{040}y_p^4$
4.  $W(0, 1, H) = W_{020} + W_{040} + (W_{111} + W_{131})H + (W_{222} + W_{220})H^2 + W_{311}H^3$

Cette façon de procéder a l'avantage d'obtenir une solution complète et unique à l'équation (3.16) par la simple application d'algorithmes d'ajustement de courbes.

Étapes	Constantes	Variable	Coefficient(s) obtenu(s)
1	$x_p = 0, H = 0$	$y_p$	$W_{020}, W_{040}$
2	$y_p = 0, H = 1$	$x_p$	$W_{220}$
3	$x_p = 0, H = 1$	$y_p$	$W_{131}, W_{222}, W_{111} + W_{311}$
4	$x_p = 0, y_p = 1$	$H$	$W_{111}, W_{311}$

TABLE 3.2 – Liste des étapes à suivre pour extraire les coefficients d’aberration  $W_{ijk}$  de premier ordre à partir du front d’onde dans la pupille de sortie.

À titre de point de comparaison, ce procédé a été appliqué à une surface de phase hyperbolique servant de modélisation à une lentille diffractive. La surface représentée à la figure 3.11 possède une focale de 10 mm et un diamètre de 2 mm rendant un  $f/\# = 5$ . Le champ de vue, choisi arbitrairement pour les fins de démonstration, est de  $\pm 10^\circ$ . Afin de visualiser le front d’onde, l’OPD tangentiel sur l’axe optique a été tracé à la figure 3.11a. Tel qu’attendu, un profil de phase hyperbolique élimine toute aberration sphérique pour la longueur d’onde de design ce qui mène à un OPD nul sur l’ensemble de la pupille. Pour les autres longueurs d’onde, un important défocus est induit, ce qui corrobore avec les analyses de dispersion effectuées plus tôt. Le graphique des aberrations 3.11b démontre que ce type de profil de phase n’est pas du tout adapté pour une illumination à angle d’incidence élevée. Une phase hyperbolique introduit des aberrations hors axe de forte amplitude, ce qui se traduit par une déformation du front d’onde de plus de 100 fois l’ordre de la longueur d’onde.

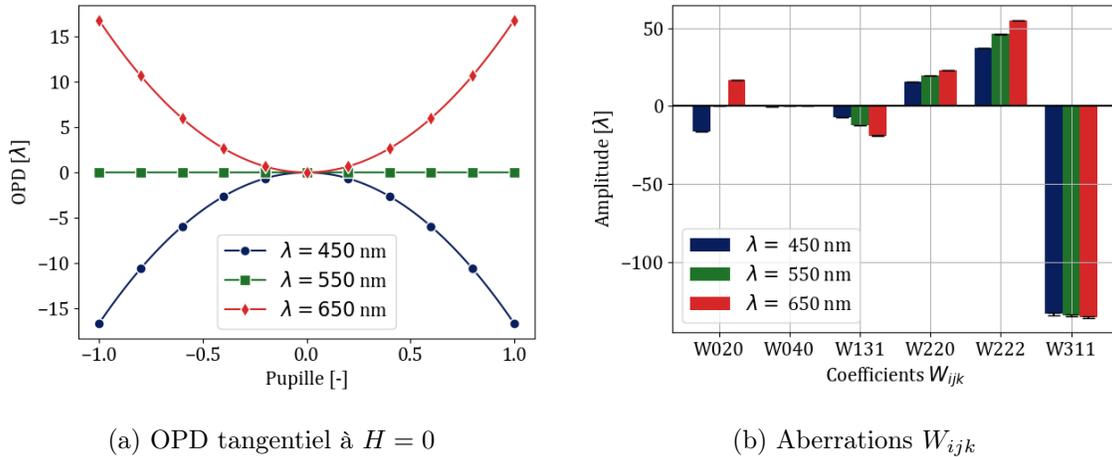
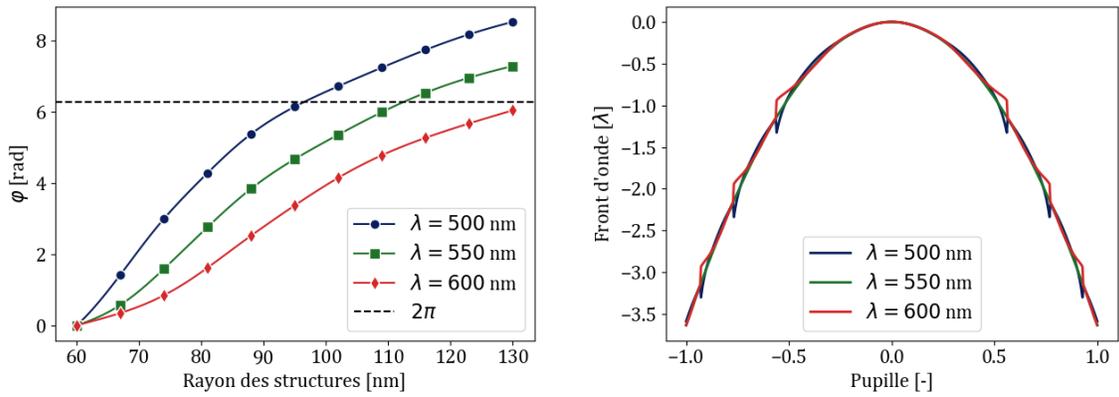


FIGURE 3.11 – Traitement des aberrations pour une surface de phase hyperbolique de focale  $f = 10$  mm et d’un  $f/\# = 5$  sous un champ de vue de  $\pm 10^\circ$

Les barres d’erreurs incluses à la figure 3.11b, étant d’amplitude négligeable, sont définies par la déviation standard des valeurs de coefficients retournés par l’algorithme d’ajustement de courbe. Cette mesure de l’erreur permet de quantifier la qualité de l’ajustement. En d’autres mots, des barres d’erreurs nulles signifient que l’OPD peut être parfaitement représenté par l’équation (3.16), ce qui semble le cas pour une surface de phase parfaite. Toutefois, il se peut que ce ne soit pas le cas pour une métasurface, fait démontré par les analyses subséquentes.

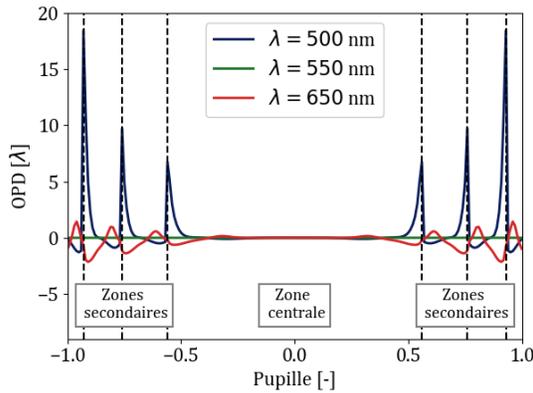
## Méta-atomes cylindriques et le traitement des discontinuités

Une des particularités des métasurfaces est que, par leur construction, le profil de phase peut contenir des discontinuités périodiques. Ces sauts de phase compliquent grandement l'étude du front d'onde avec l'objectif d'extraire les aberrations. Comme démonstration, on utilise une métasurface composée de méta-atomes cylindriques illuminée par une bande spectrale de 500 à 600 nm. La phase  $\varphi$  en fonction du rayon des structures d'une hauteur de 600 nm est illustrée à la figure 3.12a. Puisque la métasurface est construite avec  $\lambda_d = 550$  nm comme longueur d'onde de design, un cycle complet de  $2\pi$  de variation de phase peut être accompli avec des structures allant de 60 à environ 113 nm de rayon. Toutefois, la différence de phase entre ces deux dimensions varie en fonction de la longueur d'onde ce qui mène à un front d'onde au profil discontinu tel qu'illustré à la figure 3.12b. Si l'on propage une série de rayons jusqu'au plan image et qu'on calcule l'OPD (voir fig. 3.12c), ces discontinuités sont exacerbées puisque les rayons originaires de ces régions divergent.

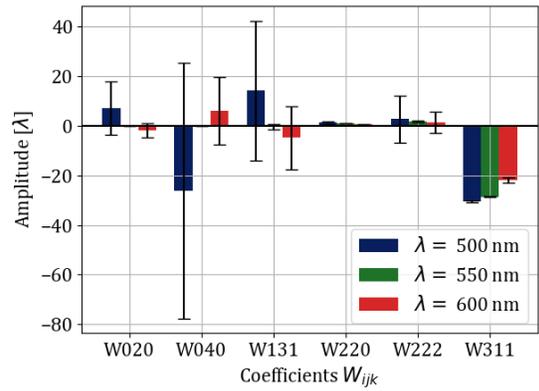


(a) Phase  $\varphi$  en fonction du rayon de nanocylindres

(b) Front d'onde à la sortie de la pupille



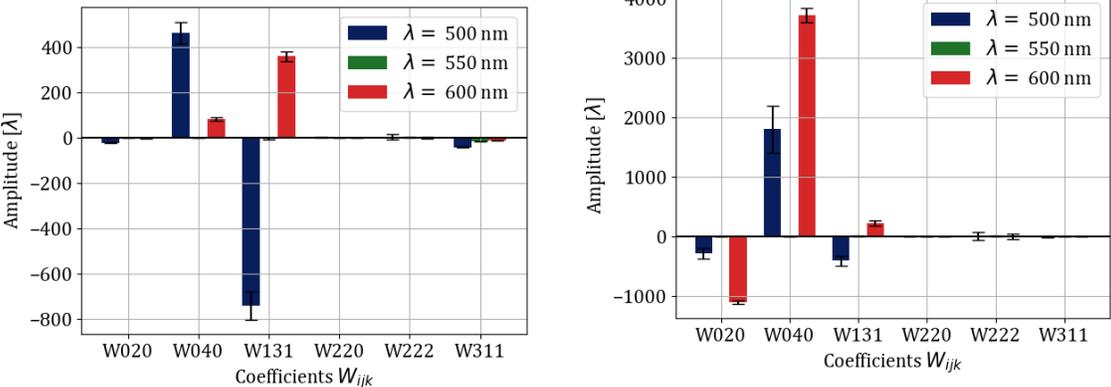
(c) OPD sur l'axe optique au plan image



(d) Aberrations  $W_{ijk}$

FIGURE 3.12 – Démonstration d'une métasurface de nanostructures cylindriques au profil discontinu de phase menant à un OPD indescriptible par un polynôme de la forme (3.16)

En appliquant aveuglément le processus d'extraction des coefficients d'aberrations  $W_{ijk}$  développé plus tôt, on obtient les résultats compilés au graphique 3.12d. C'est sans surprise que l'algorithme d'ajustement de courbe est incapable de reproduire adéquatement les courbes d'OPD, suggéré par l'incertitude pouvant atteindre 300% de l'amplitude des coefficients  $W_{ijk}$ . Une réflexion sur l'application et les limitations de cette méthode dans un contexte où le tracé de rayons s'effectue à travers une surface discontinue est de mise. Les prochains paragraphes sont dédiés à la proposition et à l'étude d'approches alternatives étant mieux adaptées pour effectuer cette tâche.



(a) Calcul considérant la zone centrale uniquement (b) Calcul considérant la zone centrale et les zones secondaires

FIGURE 3.13 – Coefficients d'aberration  $W_{ijk}$  calculés en divisant la pupille en sous sections

Si l'on veut être en mesure d'effectuer un ajustement de courbe adéquat, il faut nécessairement que la courbe de l'OPD soit continue. Ainsi, une avenue possible serait de diviser la pupille de sortie en sous-sections à chaque saut de phase comme on peut observer à la figure 3.12c. Il est alors possible de tenter un ajustement de courbe sur chacune des sections individuelles sans rencontrer une problématique majeure. L'implémentation la plus simple de cette solution a été d'utiliser uniquement la zone centrale pour se rapprocher du régime paraxial. Les coefficients d'aberrations obtenus de cette manière sont compilés à la figure 3.13a. Une première inspection soulève l'amplitude importante de l'aberration sphérique et du coma, surtout dominants pour  $\lambda = 500 \text{ nm}$ . Puisque les pics aux extrémités de la zone sont bien caractérisés par cette méthode, on peut mesurer l'ampleur de la dégradation des performances qu'un front d'onde de ce genre peut induire, de l'ordre de la centaine de fois  $\lambda$ . Le désavantage de considérer seulement la zone centrale est le rétrécissement artificiel de la pupille ce qui a un impact direct sur les aberrations hors axe. Une mesure plus adéquate de ces aberrations nécessite de prendre en compte l'entièreté de la lentille dans les calculs.

La méthode proposée pour intégrer les zones dites secondaires (fig. 3.12c) dans le calcul d'aberration est d'effectuer une somme pondérée des coefficients obtenus pour chaque section. La pondération de ces zones est déterminée par la fraction de l'aire recouverte par celles-ci par

rapport à l'aire totale de la pupille. Les résultats obtenus de cette manière sont inclus à la figure 3.13b. L'amplitude de ces aberrations, de l'ordre de 1000 fois la longueur d'onde, rendrait la lentille pratiquement inutilisable. Ce sont également le défaut et l'aberration sphérique qui dominent, le coma étant légèrement compensé par l'ajout des zones secondaires par rapport au cas précédent. Un retour sur la figure 3.10c permet de confirmer que la tache focale se dégrade rapidement en s'éloignant de  $\lambda_d$ , plus particulièrement pour les longueurs d'onde plus courtes. Il n'est donc pas surprenant d'obtenir de mauvaises performances, mais rien ne laisse présager la présence d'aberrations à plusieurs milliers de fois la longueur d'onde. Des commentaires sur ces constatations particulières seront posés à la conclusion de la présente section. Mettant tout d'abord ceci de côté, on passe à l'étude d'un front d'onde issu d'une métasurface à méta-atomes rectangulaires.

### Méta-atomes rectangulaires

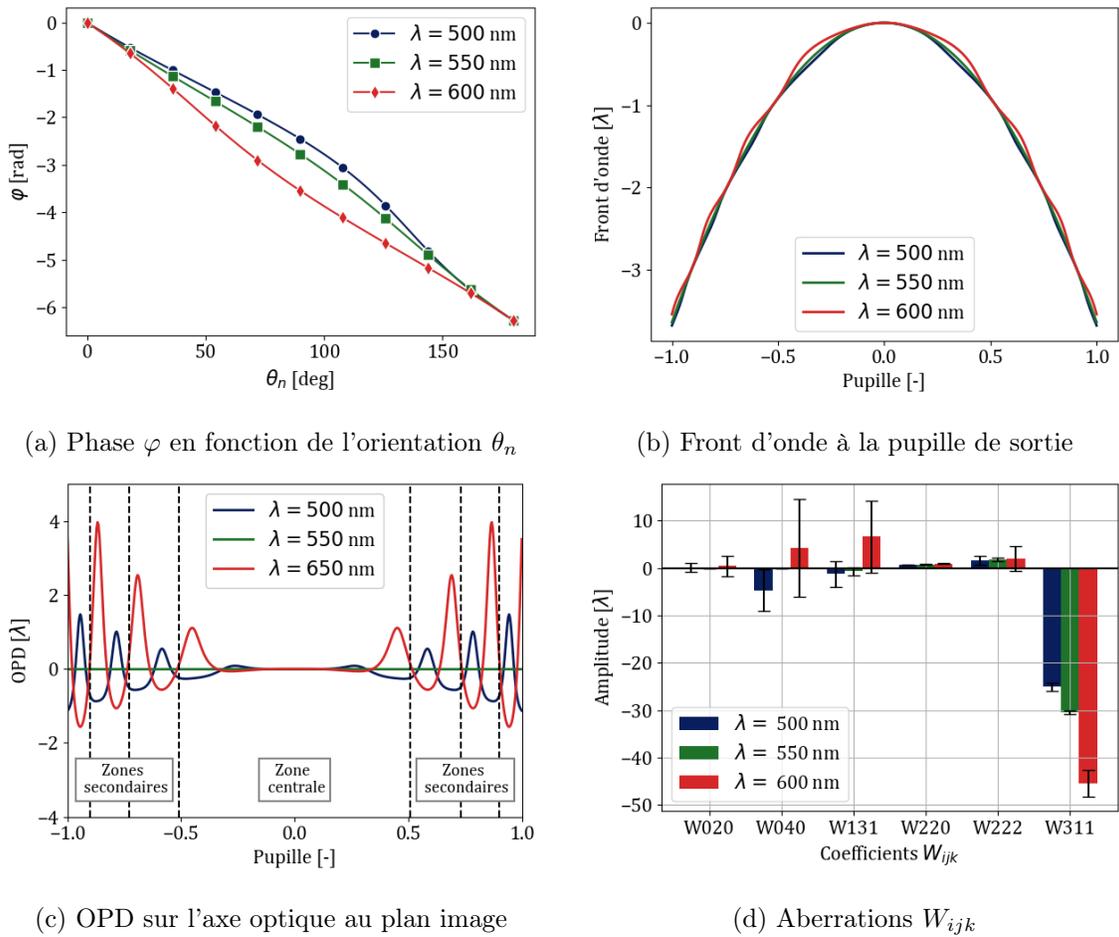
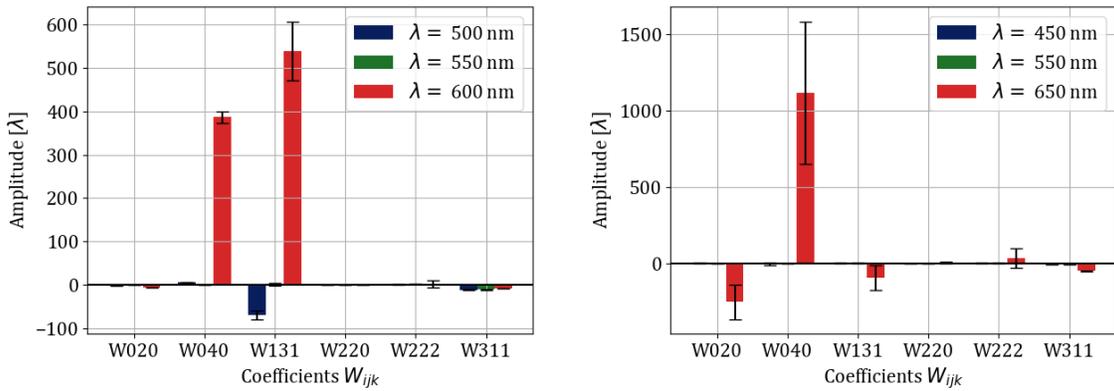


FIGURE 3.14 – Calcul des aberrations à partir d'un front d'onde issu d'une métasurface à méta-atomes rectangulaires

Comme démonstration d’une métasurface à structures rectangulaires, on reprend la surface qui a été utilisée pour l’analyse de dispersion dans le spectre visible défini à la table 3.1. Le front d’onde, l’OPD et les coefficients d’aberrations obtenus pour cette métalentille de focale  $f = 10$  mm sont tous inclus à la figure 3.14. Pour le cas de ces structures, le front d’onde ne devrait pas comporter de discontinuités tel que vu précédemment grâce à la symétrie de rotation sur  $180^\circ$  des nanostructures. Toutefois, comme on peut l’observer à la figure 3.14a, la courbure du profil de phase à chaque cycle change d’amplitude et peut même s’inverser d’une longueur d’onde à l’autre. Ceci mène à la formation d’une ondulation périodique sur le front d’onde (voir fig. 3.14b). Plus cette variation de courbure est importante à une longueur d’onde par rapport à  $\lambda_d$ , ici 550 nm, plus l’amplitude de l’OPD est importante, fait corroboré par la figure 3.14c. Bien que ces courbes d’OPD soient continues, les oscillations observées à chaque cycle ne peuvent se représenter adéquatement par un polynôme. Diviser la surface en zones, une centrale et plusieurs secondaires, comme ce qui a été présenté plus tôt rendrait la tâche de l’ajustement de courbe possible.



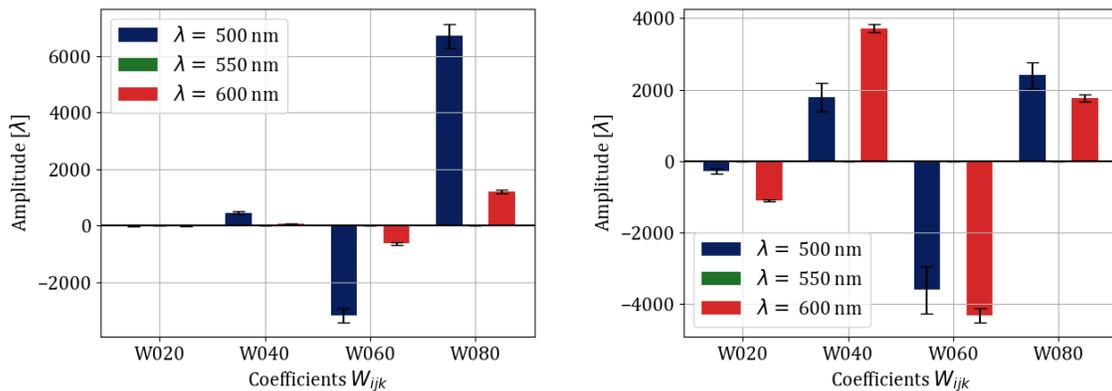
(a) Calcul considérant la zone centrale uniquement (b) Calcul considérant les zones secondaires

FIGURE 3.15 – Coefficients d’aberration  $W_{ijk}$  calculés en divisant la pupille en sous sections pour une métasurface à structures rectangulaires

Les résultats du calcul des aberrations en considérant seulement la zone centrale (fig. 3.15a) ou l’entièreté de la pupille (fig. 3.15b) permettent de tirer des conclusions similaires à la métasurface de nanostructures cylindriques. Initialement dominé par l’aberration sphérique et le coma à quelques centaines de fois  $\lambda$ , l’ajout de cycles supplémentaires compense le coma, mais double l’aberration sphérique. La dégradation de la tache focale pour  $\lambda = 600$  nm comparé à une longueur d’onde plus courte peut s’observer à la figure 3.10a. On en déduit donc que c’est l’inversion de la courbure pour des longueurs d’onde plus élevées qui mène aux performances moindres qui ont été observées précédemment.

## Rétrospection

Ces résultats laissant perplexes quiconque en faisant l'étude par l'amplitude anormalement élevée des aberrations témoignent des difficultés et des limitations associées à l'application d'une méthode classique sur un objet aux fondements radicalement différents de l'optique conventionnelle, les métasurfaces. Que ce soit par la présence de discontinuités ou d'oscillations, le front d'onde ne peut pas être adéquatement représenté par le polynôme couramment utilisé pour quantifier les aberrations. Même si l'on applique une méthode adaptée pour faciliter l'ajustement de courbe, les valeurs anormalement élevées des aberrations sont incohérentes : on peut s'attendre à une dégradation des performances, mais pas de cette importance. Une rétrospection sur ces résultats et la méthode utilisée pour les obtenir permettrait de mieux comprendre la relation entre métasurfaces et aberrations et ainsi de tirer des conclusions pertinentes à la conception de futurs systèmes.



(a) Calcul considérant la zone centrale uniquement (b) Calcul considérant les zones secondaires

FIGURE 3.16 – Coefficients d'aberration sur l'axe optique  $W_{0j0}$  calculés en divisant la pupille en sous sections pour une métasurface à structures cylindriques

En premier lieu, on effectue un retour sur les fondements de la méthode de quantification des aberrations. La première étape consiste à obtenir les aberrations sur l'axe optique, soit le défocus ( $W_{020}$ ) et l'aberration sphérique de 3<sup>e</sup> ordre ( $W_{040}$ ). À ce stade-ci, l'équation du front d'onde n'est en réalité qu'une décomposition en série de Taylor où les termes d'ordre impair sont nuls par symétrie. De façon générale, plus la courbe à représenter par série de Taylor est complexe, plus les termes d'ordres élevés ont une contribution importante. Afin de corroborer ce fait, les coefficients  $W_{060}$  et  $W_{080}$  ont été ajoutés au calcul pour le front d'onde issu de la métasurface à méta-atomes cylindriques. Ces coefficients correspondraient respectivement à l'aberration sphérique de 5<sup>e</sup> et 7<sup>e</sup> ordre. Comme le démontre la figure 3.16, ces nouveaux termes dominent l'erreur sur le front d'onde à plusieurs milliers de fois  $\lambda$ , surpassant parfois l'aberration sphérique de 3<sup>e</sup> ordre. Il est plutôt rare d'observer autant d'aberrations d'ordres supérieurs.

De plus, malgré l'ajout de termes supplémentaires à la décomposition polynomiale, l'incertitude sur l'ajustement de courbe demeure considérable suggérant la nécessité d'ajouter des termes d'ordre supérieurs pour mieux représenter la courbe. Si l'on considère la forme particulière des courbes d'OPD, il serait fort à parier qu'un grand nombre de termes est nécessaire pour quantifier adéquatement l'entièreté de ces subtilités. Une interrogation sur l'interprétation physique de ces termes est méritée. Peut-on conclure que le système contient de l'aberration sphérique de 7<sup>e</sup> ordre d'une amplitude de  $1000\lambda$  est sensé? La méthode par ajustement de courbe fournit des résultats mathématiquement corrects, mais une réinterprétation de ceux-ci est nécessaire. Comme il a été démontré, entre autres par le front d'onde et l'OPD, les métasurfaces exhibent des comportements radicalement différents par rapport à l'optique conventionnelle. Une certaine incompatibilité entre celles-ci et les mesures de performances classiques était prévisible.

Même si finalement les valeurs obtenues des coefficients d'aberration ne sont pas convaincantes, des conclusions générales sur les performances des métalentilles peuvent être tirées. En effet, les performances se dégradent rapidement à d'autres longueurs d'onde en s'éloignant de  $\lambda_d$ , résultat en accord avec ce qui a été présenté précédemment lors de l'analyse de la focale effective (3.10). Également, plus le profil de phase d'une métalentille contient de cycles de  $2\pi$ , soit plus il y a un grand nombre de zones secondaires tel que défini à la figure 3.12c, plus les performances en seront impactées. En d'autres mots, pour une dimension donnée, une lentille plus puissante possède une tache focale de moindre qualité. La différence devrait particulièrement se faire sentir en comparant une lentille ne possédant que la zone centrale à une lentille possédant plusieurs zones secondaires. Être en mesure de reconnaître les facteurs impactant fortement la qualité d'une métasurface favorise certainement la conception réfléchie de systèmes.

### 3.3 Conception

Jusqu'à présent, les méthodes numériques développées ont mené à une série de résultats de valeur sur la conception de métasurfaces. Au deuxième chapitre, l'analyse des structures individuelles a permis de déterminer quelles sont les dimensions optimales pour opérer à une bande spectrale donnée. Leurs comportements sous différentes conditions d'illumination ont également été étudiés, mettant la table pour des métalentilles complètes et leur analyse. Outillé de ces résultats, il est maintenant temps d'appliquer les conclusions qui ont été tirées dans un objectif de conception de systèmes complets exploitant les propriétés variées des métasurfaces. Une approche centrée sur la création astucieuse et l'utilisation réfléchie de celles-ci est tout d'abord présentée avant d'effectuer une démonstration de mettant en oeuvre l'implémentation de la modélisation dans le logiciel de conception optique Zemax.

### 3.3.1 Processus

Un choix judicieux des caractéristiques des méta-atomes utilisés est le premier pas vers l'obtention d'un système performant. En effet, les différents types de structures présentés ici possèdent chacun leurs avantages et inconvénients. Par la suite, leur configuration, leurs dimensions et les matériaux desquels ils sont constitués ont un impact majeur sur les performances espérées. Les considérants liés à chaque type de méta-atomes et le contexte optimal dans lequel les utiliser sont répertoriés aux paragraphes suivants. Par la suite, une démarche typique de conception et les étapes à suivre pour fabriquer la métasurface obtenue à partir de l'optimisation sont présentées.

#### Méta-atomes rectangulaires

*Polarisation* : Un des aspects majeurs associés à ce type de structure limitant considérablement leur utilisation est leur dépendance à la polarisation incidente. Pour assurer leur fonctionnement, celle-ci se doit d'être circulaire. Parmi plusieurs composantes optiques, il est possible que la lumière se dépolarise avant d'atteindre la métasurface. Concevoir un système où la polarisation est adéquate constitue un défi expérimental supplémentaire. Ajouter un convertisseur en amont de la métasurface peut également impliquer une perte d'efficacité.

*Choix des dimensions* : Comme ce qu'il a été démontré à la section 2.2, une étude exhaustive est nécessaire pour obtenir une géométrie permettant une couverture de la phase adéquate sur l'entièreté d'une bande spectrale donnée. Déterminer au préalable les dimensions appropriées permettant de répondre aux besoins du design est primordial, une méthode par essais et erreurs coûteuse en temps n'étant pas recommandée.

*Régime de fonctionnement* : Pour une dimension donnée, il a été soulevé à la section 2.2 que les structures possèdent un régime d'illumination défini où celles-ci peuvent opérer. Connaître ses limites est primordial pour s'assurer que la métasurface puisse répondre convenablement aux besoins du design. Tout d'abord, les longueurs d'onde auxquelles les méta-atomes sont efficaces sont généralement limitées, que ce soit par une couverture inadéquate de la phase (fig. 2.4) ou par une dégradation de la métalentille (fig. 3.10). En second lieu, chaque structure possède un angle d'illumination incidente de coupure (voir fig. 2.13). Pour des champs de vue supérieurs à cet angle, aucun mode ne peut se propager à travers la structure, perdant ainsi son efficacité. Établir ces limitations et définir les caractéristiques des structures pour optimiser celles-ci est une étape essentielle.

## Méta-atomes cylindriques

*Polarisation* : Contrairement à son homologue de forme rectangulaire, ces structures ne dépendent pas de la polarisation incidente. Ceci constitue un net avantage pour l'intégration de métasurfaces de ce type parmi un système complexe comprenant une variété d'éléments.

*Choix des dimensions* : Il y a deux aspects à considérer lorsque vient le temps d'établir les dimensions d'utilisation des structures. Le premier est la dimension de coupure, diamètre minimal du cylindre auquel un mode peut exister à l'intérieur. Celle-ci étant dépendante de la longueur d'onde, il faut s'assurer que les nanocylindres sont suffisamment grands pour l'ensemble du spectre. Le deuxième est la couverture adéquate de la phase qui s'obtient en déterminant l'intervalle sur lequel les diamètres des structures peuvent varier et la hauteur de celles-ci. La hauteur agissant en première approximation comme un terme linéaire à la phase, son choix peut être ajusté a posteriori.

*Régime de fonctionnement* : Considérant que l'intervalle de longueurs d'onde applicable à une série de dimensions donnée n'est pas aussi clairement défini que pour les méta-atomes rectangulaires, les limitations sur la bande spectrale proviennent des performances optiques attendues de la lentille parmi le système. Toutefois, ces structures possèdent également un angle d'illumination de coupure, qui limite certainement le domaine d'application de la surface.

## Optimisation

Les algorithmes d'optimisation inclus dans les logiciels de conception optique constituent un atout de premier plan pour obtenir un système aux performances désirées. Pour l'optique conventionnelle, les rayons de courbure des surfaces, les distances entre elles et même le choix des verres sont des paramètres couramment optimisés à travers les algorithmes. Si l'on veut appliquer la même méthodologie aux métasurfaces, plusieurs aspects sont à prendre en compte considérant les degrés de liberté supplémentaires et les régimes de fonctionnement restreints.

*Dimensions des méta-atomes* : L'approche favorisée pour optimiser les dimensions des structures dépend du type utilisé. Pour les structures rectangulaires, laisser agir l'optimisation sur les paramètres physiques de celles-ci n'est pas une avenue recommandée. En effet, le caractère imprévisible et hautement non linéaire de la phase sous la variation de ces paramètres rend l'exercice d'une optimisation numérique quasi impossible. Il est préférable, grâce à une analyse similaire à ce qui a été présenté (voir section 2.2), de déterminer préalablement les dimensions idéales et sur quelle plage de valeurs il est possible de les varier si l'on désire optimiser le système. Au contraire, pour les structures de forme cylindrique, une variation des dimensions ne cause pas les mêmes problématiques, où un changement total de régime peut se produire. Ainsi, il est plus plausible d'appliquer un algorithme d'optimisation sur ses dimensions. Il a

également été démontré à la section 3.2.1 qu’une variation de la hauteur influence la dispersion de la métalentille. Son optimisation peut alors être un enjeu important sur la performance d’un système.

*Profil de déphasage* : Le profil de phase  $\varphi(r)$  peut être défini de deux manières selon l’implémentation actuelle des métasurfaces, présentée à la section 3.1. Il est possible de lui attribuer un profil de phase hyperbolique (équation (1.36)), un profil polynomial (équation (1.37)) ou une combinaison linéaire des deux. Le premier permet de compenser parfaitement l’aberration sphérique à la longueur d’onde de design, mais introduit une grande quantité d’aberrations hors axe tandis que le second fournit une liberté de design accrue, idéale pour la conception de surfaces parmi un ensemble d’éléments. La focale  $f$  de la phase hyperbolique et les coefficients  $a_i$  de la phase polynomiale peuvent être optimisés directement par l’algorithme associé au logiciel de conception.

*Longueur d’onde de design* : La distribution des méta-atomes sur la surface est définie afin de reproduire exactement le profil de phase désiré à la longueur d’onde de design. Généralement centrée sur la bande spectrale d’intérêt, il peut être avantageux pour les requis du design de varier cette longueur d’onde. Il faut toutefois garder en tête que les performances se dégradent significativement en s’éloignant de  $\lambda_d$ , tel que suggéré par la figure 3.10. Il est également important que celle-ci demeure dans le domaine de bon fonctionnement des nanostructures, indiquant qu’une optimisation aux valeurs bornées serait une avenue adéquate.

## Fabrication

Une fois l’optimisation complétée et que la métasurface satisfait les exigences établies, il ne reste plus qu’à la fabriquer. En raison de la taille nanométrique des structures la composant, ce n’est qu’un nombre limité de techniques de nanofabrication ayant la résolution nécessaire. Celle la plus souvent utilisée dans la littérature est la lithographie par faisceau d’électrons, ou *EBL* en anglais. Cette technique particulièrement chronophage permet d’atteindre 10 nm de résolution ce qui en fait une option intéressante pour le prototypage. De premiers essais de fabrication de métasurfaces ont été réalisés à l’aide des installations disponibles au Centre d’optique, photonique et laser. Les étapes réalisées jusqu’à présent, généralisables à d’autres métasurfaces, sont résumées dans les prochaines lignes.

*Obtenir un dessin technique* : Premièrement, le dessin technique représentant la métasurface a été obtenu avec le logiciel spécialisé *MetaOptics* [12]. Ce dernier permet de générer des dessins techniques pour des métasurfaces composées de structures simples telles les nanostructures rectangulaires et cylindriques étudiées ici. À partir d’un profil de phase discrétisé en fonction de la taille des cellules unitaires et de la relation entre la phase et le paramètre à varier, une distribution de méta-atomes est obtenue. Comme exemple, la figure 3.17a représente un des

premiers essais effectués en laboratoire, une métalentille faite de nanostructures cylindriques en chalcogénure.

*Nanofabrication* : La figure 3.17b est une image obtenue au microscope électronique (*SEM* en anglais) de la métalentille en chalcogénure ayant été gravée par lithographie à faisceau d’ions. Nommée *focused ion beam (FIB)* en anglais, cette technique similaire au *EBL* a permis de graver de façon reproductible la distribution de nanocylindres d’une hauteur de 1500 nm dictée par le dessin technique en 3.17a. Les difficultés techniques soulevées ayant un impact sur de futurs designs sont d’obtenir une mince distance entre les structures et de graver avec un haut rapport entre hauteur et largeur, nommé *aspect ratio*. En rétrospection, en plus des limitations théoriques soulevées précédemment, ce sont ultimement les limitations expérimentales qui dictent la forme et la distribution des nanostructures à utiliser. En date de l’écriture de ces lignes, plusieurs autres tests sont prévus pour mieux définir les capacités de nanofabrication associées aux appareils disponibles en laboratoire.

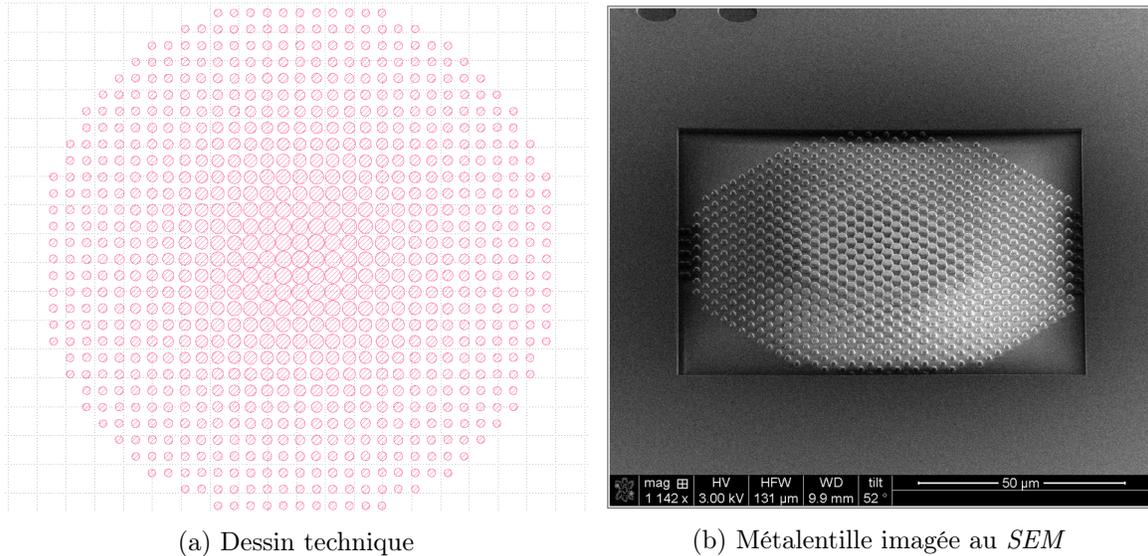


FIGURE 3.17 – Fabrication test d’une métalentille composée de structures cylindriques en chalcogénure adaptée pour une bande spectrale dans l’infrarouge moyen

### 3.3.2 Démonstration

Le processus de design optique intégrant les métasurfaces et les principales caractéristiques guidant une conception réfléchie ayant été établis, on tente maintenant de les appliquer en pratique. Les outils et techniques développés au cours de ce projet peuvent mener à l’élaboration d’une quantité innombrable de systèmes répondant aux exigences des plus variées. À titre de démonstration pour les applications qui en sont issues, deux systèmes adressant les thèmes principaux abordés plus tôt dans ce chapitre sont proposés, soit le traitement des aberrations et la dispersion chromatique.

## Traitement des aberrations

La première proposition de design est un doublet  $f/\# = 10$  combinant une lentille réfractive conventionnelle et une métasurface à structures rectangulaires adaptée pour  $\lambda = 550$  nm. La table 3.3 correspond à la prescription optique de ce système schématisé à la figure 3.18a. La métasurface, situé en aval du *stop*, est composé de structures en  $\text{TiO}_2$  de dimensions  $(100 \times 155 \times 750)$  nm<sup>3</sup>. Ayant été testée à plusieurs reprises tout au long de ce document, cette configuration est appropriée et efficace pour les conditions d'illumination attendues ici. Les coefficients  $a_i$  du profil de phase, déterminés par l'algorithme d'optimisation, contribuent légèrement à la puissance du doublet possédant une focale effective  $f = 21.61$  mm et compense les aberrations introduites par la première lentille. Grâce aux corrections apportées par cette dernière, il est possible d'obtenir un système quasi limité par la diffraction sur l'ensemble du champ de vue de  $\pm 10^\circ$ .

Type	R	T	Matériau	$a_2$	$a_4$	$a_6$	$a_8$
				$[\times 10^{-3}]$			
Objet	Inf.	Inf.	-				
	5.538	1.500	BK7				
	10.651	2.271	-				
Stop	Inf.	1.915	-				
Méta.	Inf.	0.000	$\text{TiO}_2$	2.423	-0.492	1.361	-0.584
	Inf.	0.1	$\text{SiO}_2$				
	Inf.	14.879	-				
Image	Inf.	-	-				

TABLE 3.3 – Prescription optique du doublet réfractif-métasurface

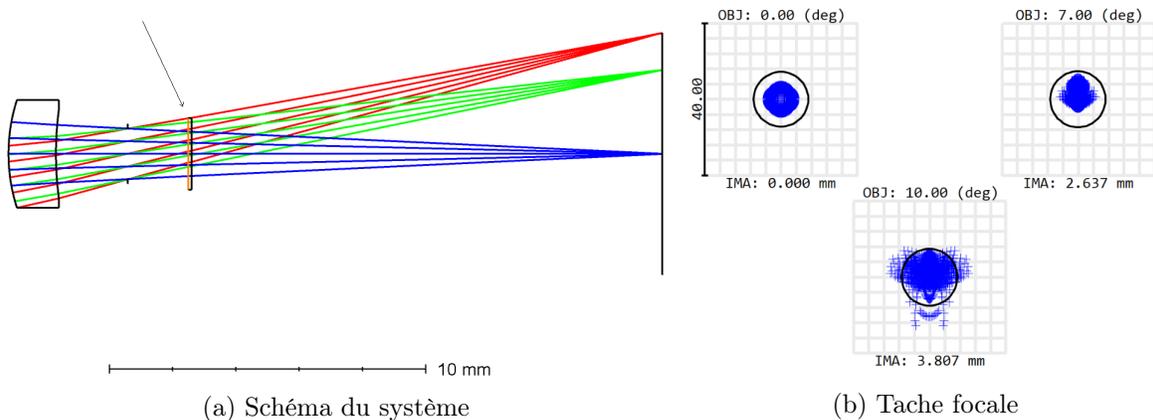


FIGURE 3.18 – Schéma et performances du doublet réfractif-métasurface

Les travaux sur la caractérisation des aberrations induites par métasurface ont permis de conclure qu'une métalentille puissante, possédant ainsi un profil de phase pourvu de plusieurs zones secondaires, offre de moins bonnes performances. Il y a donc un intérêt à exploiter des éléments réfractifs pour apporter la majorité de la puissance au système et combiner le tout

à une métasurface ayant le potentiel de compenser les aberrations. Cette pratique mène à un système avantageux et simple par le faible nombre d'éléments optiques. Il faut toutefois se rappeler que ce type de métasurface nécessite une illumination de polarisation circulaire. Celle-ci a été spécifiquement isolée du reste des optiques afin de pouvoir introduire sans trop de difficulté un convertisseur de polarisation tout juste en amont.

## Dispersion chromatique

La seconde démonstration exploite la dispersion particulière des métasurfaces, aspect s'étant mérité une section d'analyse en 3.2.1. Jusqu'à présent, les métasurfaces n'ont été que considérées individuellement. Ici, on combine deux métasurfaces composées de structures cylindriques en Si de différentes hauteurs pour produire un "méta-doublet" achromatique dans la région spectrale  $\lambda \in (3.8, 4.2) \mu\text{m}$ . À partir de la dispersion de chacune des surfaces, on peut utiliser les équations (1.25) et (1.26) pour obtenir quelle longueur focale serait nécessaire pour produire un doublet achromatique de focale combiné  $f_{ab} = 10 \text{ mm}$ . Pour cet exercice, l'entièreté des données présentées prochainement est issue du tracé de rayons et les analyses effectuées par Zemax. Pour éviter les problématiques liées à la dégradation de la tache focale due aux multiples cycles sur le profil de phase, on considère un système se rapprochant du régime paraxial.

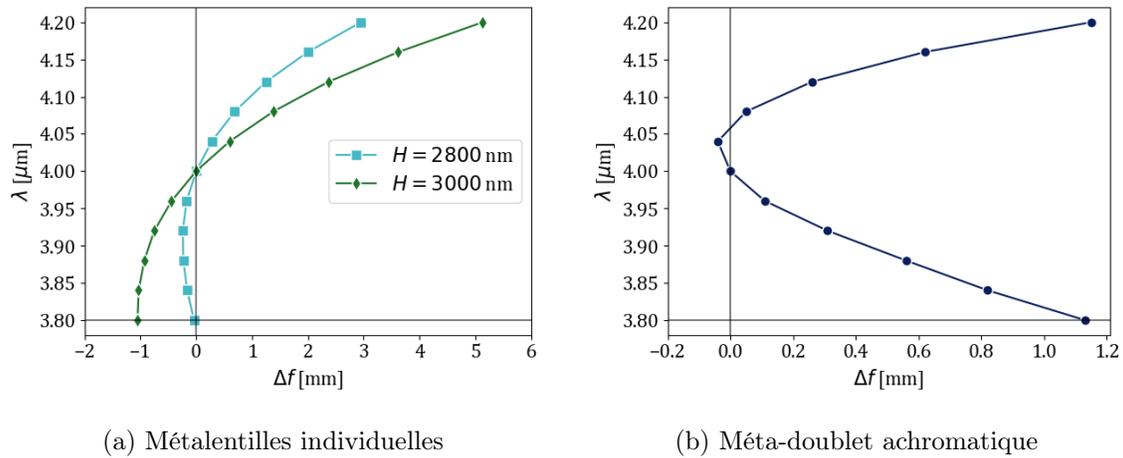


FIGURE 3.19 – Décalage focal effectif des métalentilles individuelles et du doublet

Les deux métasurfaces utilisées possèdent un intervalle de rayons de 300 à 450 nm pour des hauteurs de 2800 et 3000 nm et sont conçues avec un profil de phase hyperbolique. Le décalage focal effectif de ces deux lentilles est tracé à la figure 3.19a. Pour éviter la dégradation importante des performances liée à la présence de plusieurs discontinuités, la focale effective a été déterminée à partir du tracé de rayons réalisés par Zemax dans un régime paraxial. Le nombre  $V$  de la métasurface à  $H = 2800 \text{ nm}$  est de 4.76 tandis que celle à  $H = 3000 \text{ nm}$  est de 2.44. Selon ces valeurs et les équations (1.25) et (1.26), les longueurs focales de chacune des lentilles

Type	R	T	Matériau	$H$ [nm]	$(r_{min}, r_{max})$ [nm]	$f$ [mm]
Objet	Inf.	Inf.	-			
Méta.	Inf.	0.0	Si	2800	(300, 450)	4.87
Stop	Inf.	0.0	-			
Méta.	Inf.	10.0	Si	3000	(300, 450)	-9.51
Image	Inf.	-	-			

TABLE 3.4 – Prescription optique du méta-doublet achromatique

doit être respectivement de  $f_a = 4.87$  mm et  $f_b = -9.51$ . Le décalage focal effectif du doublet résultant dont la prescription optique se trouve à la table 3.4 est tracé à la figure 3.19b. La courbe obtenue confirme que ce doublet de métasurfaces est achromatique sur l'ensemble de la région spectrale à l'étude. Ce résultat positif démontre l'applicabilité de techniques conventionnelles de conception optique exploitant le contrôle accru des métasurfaces sur la dispersion, ouvrant la voie à une panoplie de systèmes avantageux à base de métasurfaces.

## Conclusion

Ce troisième et ultime chapitre s'est penché sur la méthode adoptée pour intégrer les métasurfaces en conception optique, l'analyse de leurs performances pour aboutir à la démonstration de systèmes ayant recours à une ou des métasurfaces.

Tout d'abord, à partir de l'hypothèse d'une distribution continue de méta-atomes sur la surface, un environnement de tracé de rayons compatibles avec les méthodes numériques présentées au chapitre précédent a été conçu. Utile pour effectuer des analyses lorsque l'on considère une métasurface seule, cette méthode n'est pas adaptée pour introduire plusieurs éléments ou lorsque l'on veut concevoir un système à partir de spécifications connues. Pour effectuer cette tâche, une *DLL* permettant de modéliser les deux types de métasurfaces présentées a été développée. Cette *DLL*, appelé par le logiciel Zemax, permet de considérer ces dernières parmi un système de plusieurs éléments et d'optimiser le tout à partir des algorithmes d'optimisation déjà implémentés dans le logiciel. Avant de se lancer aveuglément dans la conception de systèmes complets, une analyse des performances des métasurfaces isolées a été réalisée. L'approfondissement des connaissances sur leur fonctionnement favorise un développement calculé et astucieux. Le comportement chromatique unique menant à une dispersion extrême, autant pour des méta-atomes rectangulaires ou cylindriques, a d'abord été quantifié. Ensuite, l'application d'une technique conventionnelle de caractérisation des aberrations à partir du front d'onde a soulevé une incompatibilité. En effet, la définition locale du front d'onde issu d'une métasurface fait en sorte que celui-ci n'est pas adéquatement descriptible par l'équation classique d'erreur sur le front d'onde. Toutefois, des conclusions pertinentes à la conception ont pu être tirées.

Outillé du bagage de connaissances formé au fil de ces travaux, une démonstration de designs optiques faisant valoir des métasurfaces a été établie. La première proposition fait usage d'une lentille réfractive combinée à surface à méta-atomes rectangulaires corrigeant les aberrations introduites en amont. La seconde exploite le contrôle accru sur la dispersion en juxtaposant deux métasurfaces composées de structures cylindriques de différentes hauteurs formant ainsi un doublet achromatique. Pavant la voie à l'innovation, ces démonstrations n'explorent qu'une infime partie des possibilités pouvant émerger d'une intégration efficace des métasurfaces en conception optique.

# Conclusion

Les prochains paragraphes vont conclure ce mémoire en résumant les principales conclusions qui ont pu être tirées des avancements faits vers l'intégration des métasurfaces en conception optique. Leur valeur, leur pertinence et l'impact que celles-ci peuvent avoir sur le domaine vont également être discutés. La méthodologie développée dans le cadre de ces travaux comporte des limitations qui seront abordées afin d'être en mesure d'effectuer des recommandations judicieuses pour de futurs efforts de recherche.

En premier lieu, les propriétés des méta-atomes individuels ont été étudiées grâce à l'implémentation de modélisation semi-analytique de nanostructures de forme rectangulaire et cylindrique considérant celles-ci comme un guide d'onde diélectrique. En commençant tout d'abord par les structures rectangulaires, il a été démontré que les dimensions des structures permettant que la métasurface soit opérable pour une bande spectrale donnée sont difficiles à déterminer. Plus précisément, il faut que la structure puisse introduire un déphasage d'au moins  $2\pi$  sur une rotation de  $180^\circ$ . En effet, selon le principe de Huygens-Fresnel, il est possible de décomposer un front d'onde comme une somme d'ondelettes de phase variable. En appliquant ce principe à une métasurface, c'est grâce au déphasage induit ponctuellement par chacun des méta-atomes que la surface peut générer le front d'onde voulu. Grâce à un recensement des propriétés optiques des structures sur un ensemble de dimensions, il a été possible d'obtenir une configuration optimale pour une bande spectrale dans le visible et dans l'infrarouge moyen. Pour le cas des nanostructures cylindriques, il est bien plus aisé d'obtenir une couverture adéquate de la phase. Selon les données obtenues, le déphasage est approximativement proportionnel à la hauteur de la structure. Ceci facilite l'obtention d'une configuration optimale puisque ce dernier paramètre peut être ajusté aisément pour atteindre la valeur de  $2\pi$  recherchée. Par la suite, les comportements de ces structures sous différentes conditions d'illumination ont été étudiés en variant la longueur d'onde et l'angle d'incidence. Les méta-atomes étant à la base de toute métasurface, il est primordial d'être en mesure d'effectuer un choix éclairé pour obtenir une géométrie qui saura répondre aux besoins d'un éventuel design. Par l'entremise d'outils numériques mettant à profit la modélisation des structures, il est possible d'obtenir efficacement un point de départ pour la conception d'une métasurface en fonction de requis, réalisation nécessitant antérieurement des simulations numériques complètes.

Secondement, les propriétés pertinentes à la conception optique de métasurfaces complètes ont été étudiées à la suite de la mise au point d'un environnement de tracé de rayons adapté. Combiné à l'implémentation des méta-atomes, cet outil numérique a permis d'établir des constats d'une grande valeur. Entre autres, la dispersion chromatique particulière de métalentilles a pu être mise en lumière. En traçant le décalage focal chromatique pour un ensemble de surface, il a été soulevé que la variation d'un seul paramètre, la hauteur des structures, permet d'ajuster le comportement chromatique. Ce contrôle accru de la dispersion peut être exploitable dans un contexte de conception et particulièrement profitable dans une vision de gestion de la dispersion. Une observation intéressante a été réalisée lorsque la contribution des aberrations sur la tache focale a été prise en compte. En considérant la longueur focale effective, distance à laquelle la tache focale est de taille minimale, le décalage focal exhibait des tendances complètement différentes par rapport à ce qui a été produit à partir de la focale paraxiale. Une analyse plus approfondie démontra l'introduction d'importantes aberrations en s'éloignant de la longueur d'onde à laquelle la surface a été conçue, corrélant de la taille importante de la tache focale. Une tentative de quantification des aberrations à partir de l'équation de l'erreur sur un front d'onde exposa une incompatibilité entre métasurfaces et méthodes conventionnelles. La définition locale du front d'onde sortant de la métasurface mène, sous certaines conditions, à un profil discontinu ou simplement trop complexe pour être exprimé par un polynôme, comme c'est le cas pour les optiques réfractives. Malgré tout, certaines conclusions d'intérêt ont pu être tirées. Comme ce qui avait été soulevé par les travaux sur la dispersion, les performances de la métalentille se dégradent considérablement pour des longueurs d'onde de valeur différente à celle pour laquelle la surface a été conçue. Finalement, l'utilisation conjointe du logiciel de conception optique Zemax et de la modélisation par le biais d'une *DLL* a permis la démonstration de systèmes complets tirant avantage de métasurfaces. Le premier design combine une lentille réfractive comme élément contenant la majorité de la puissance focale et une métasurface composée de structures rectangulaires pour compenser les aberrations. Le second fait appel au contrôle accru sur la dispersion offerte par des métasurfaces, cette fois-ci composée de structures cylindriques. À partir de la théorie sur les doublets achromatiques, la hauteur des nanostructures et la puissance de chacune des lentilles ont été ajustées afin de produire un achromat opérant pour une bande spectrale dans l'infrarouge moyen. Ces preuves de concept démontrent l'applicabilité de la méthode proposée pour intégrer efficacement les métasurfaces en conception optique, menant aux développements de designs innovants.

Bien que des résultats intéressants soient issus de l'approche proposée et que celle-ci apporte des solutions pour plusieurs considérants de la conception optique avec métasurfaces, un aspect majeur a été omis dans les précédents travaux : l'efficacité de transmission. Paramètre critique de tout système optique, celui-ci ne peut être correctement prédit avec la version actuelle de la modélisation. Un modèle fondé sur la théorie des guides d'onde pour obtenir un indice de réfraction effectif permet l'évaluation de la phase avec suffisamment de justesse. Par contre, cette démarche ne permet pas de considérer le vaste ensemble d'interactions élec-

tromagnétiques pouvant se produire à travers le réseau de structures ayant un impact sur la transmission. Si les pertes optiques d'une métasurface désirent être quantifiées, il faut faire appel aux simulations numériques coûteuses en ressources machines. La volonté de s'affranchir de celles-ci est une motivation suffisante pour promouvoir le développement d'une modélisation complète ce qui viendrait consolider les présents travaux comme méthode de choix pour jumeler métasurfaces et conception optique. De plus, une avenue au potentiel considérable serait d'étendre celle-ci à des méta-atomes de formes variées. Par exemple, pouvoir utiliser des structures intrinsèquement achromatiques ou des structures à l'efficacité accrue serait encore plus attrayant. Ultimement, un volet expérimental pourrait venir corroborer ce qui a été avancé et apporter une dimension supplémentaire à l'approche en définissant clairement les limitations techniques, influençant ainsi le processus de conception.

Pour conclure, les travaux présentés dans le cadre de ce mémoire s'inscrivent dans une longue lignée de contributions où, avancement après avancement, le pont reliant deux paradigmes se définit. À la conclusion de ce projet, un standard a été établi. Avec les outils appropriés, il est possible d'approfondir nos connaissances sur les métasurfaces et leurs comportements. L'intuition développée de cette manière a permis d'obtenir des systèmes simples faisant usage de métasurfaces et d'éléments réfractifs. À la suite d'éventuelles contributions à ces travaux, l'intégration de métasurface en design optique par modélisation a le potentiel d'avoir un impact considérable en industrie où l'exploitation ingénieuse de ces dernières peut mener à des technologies optiques innovantes.

## Annexe A

# Graphiques des indices de réfraction

Les figures suivantes représentent les indices de réfraction des matériaux de méta-atomes utilisés pour leur bande spectrale respective.

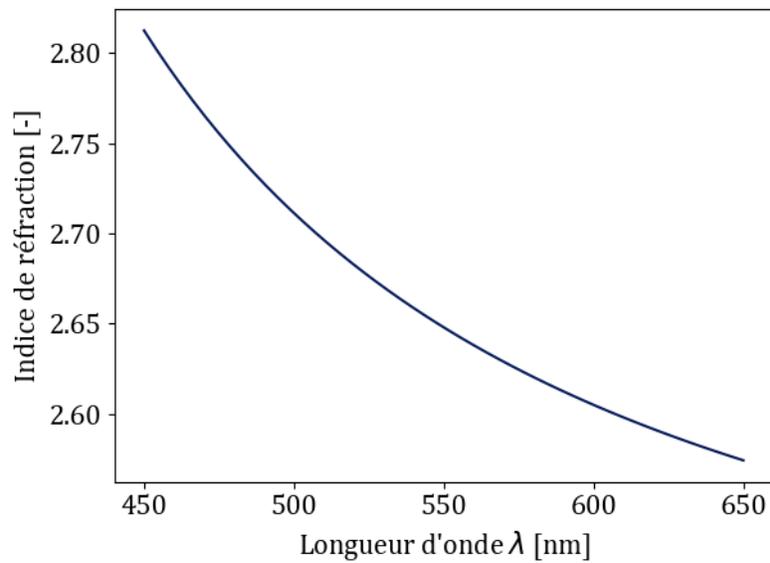


FIGURE A.1 – Indice de réfraction du TiO<sub>2</sub> pour une bande spectrale de 450 à 650 nm

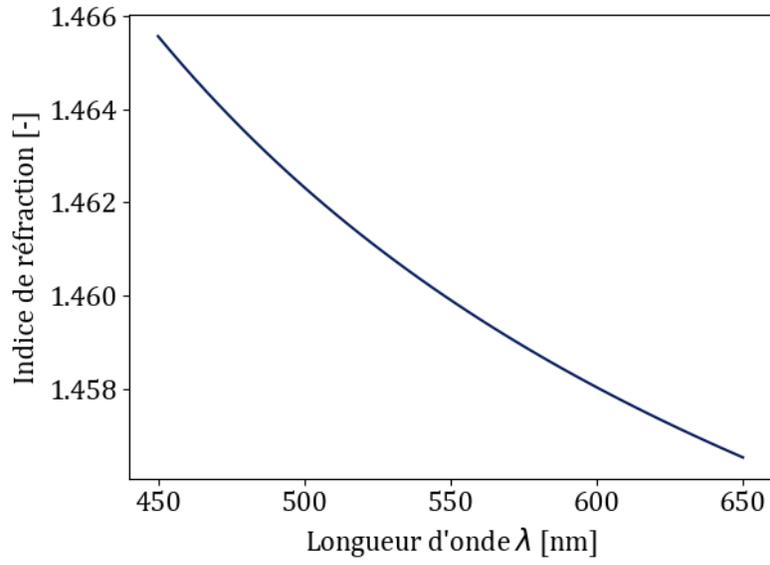


FIGURE A.2 – Indice de réfraction du SiO<sub>2</sub> pour une bande spectrale de 450 à 650 nm

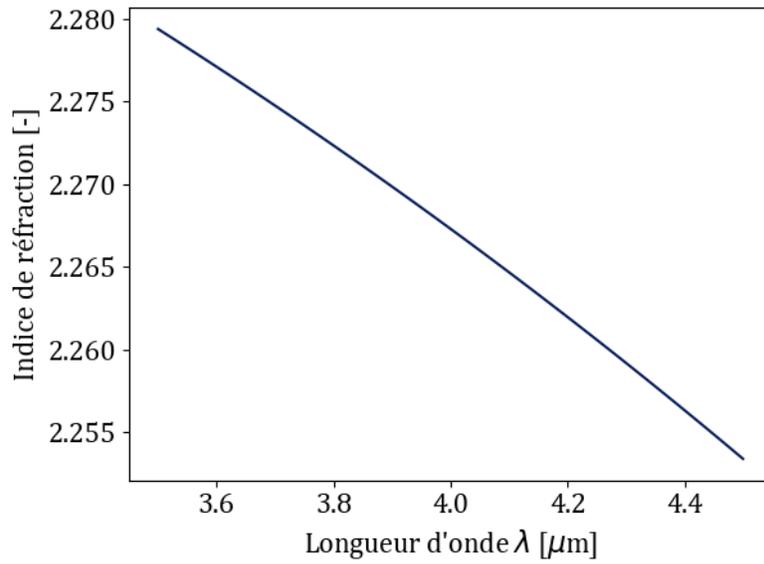


FIGURE A.3 – Indice de réfraction du GaN pour une bande spectrale de 3.5 à 4.5 μm

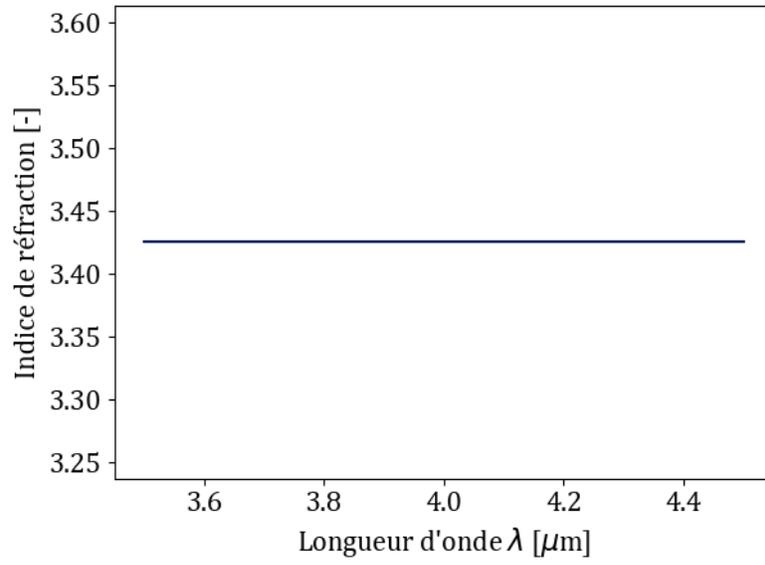


FIGURE A.4 – Indice de réfraction du Si pour une bande spectrale de 3.5 à 4.5  $\mu\text{m}$

# Bibliographie

- [1] Amir ARBABI, Ehsan ARBABI, Yu HORIE, Seyedeh Mahsa KAMALI et Andrei FARAON : Planar metasurface retroreflector. *Nature Photonics*, 11, 06 2017.
- [2] Shoji ASANO et Giichi YAMAMOTO : Light scattering by a spheroidal particle. *Appl. Opt.*, 14(1):29–49, Jan 1975.
- [3] M.V. BERRY : The adiabatic phase and Pancharatnam’s phase for polarized light. *Journal of Modern Optics*, 34(11):1401–1407, 1987.
- [4] Ze’ev BOMZON, Vladimir KLEINER et Erez HASMAN : Pancharatnam-berry phase in space-variant polarization-state manipulations with subwavelength gratings. *Opt. Lett.*, 26(18):1424–1426, Sep 2001.
- [5] Jeck BORNE, Denis PANNETON, Michel PICHE et Simon THIBAUT : Semi-analytical model of the optical properties of a metasurface composed of nanofins. *J. Opt. Soc. Am. B*, 38(11):3509–3514, Nov 2021.
- [6] Shengyuan CHANG, Xuexue GUO et Xingjie NI : Optical metasurfaces : Progress and applications. *Annual Review of Materials Research*, 2018.
- [7] Hou-Tong CHEN, Antoinette TAYLOR et Nanfang YU : A review of metasurfaces : Physics and applications. *Reports on Progress in Physics*, 79, 05 2016.
- [8] Meng-Hsin CHEN, Cheng-Wei YEN, Chia-Chun GUO, Vin-Cent SU, Chieh-Hsiung KUAN et Hoang LIN : Polarization-insensitive gan metalenses at visible wavelengths. *Scientific Reports*, 11, 07 2021.
- [9] Mu Ku CHEN, Pin Chieh WU, Wei-Yi TSAI, Hsiang-Chu WANG, Jia-Wern CHEN, Chun Yen LIAO, Cheng Hung CHU, Greg SUN et Din Ping TSAI : Versatile polarization generation by using aluminum plasmonic metasurface. In *Frontiers in Optics 2017*, page JW3A.110. Optical Society of America, 2017.
- [10] Wei Ting CHEN, Alexander Y. ZHU, Jared SISLER, Yao-Wei HUANG, Kerolos M. A. YOUSEF, Eric LEE, Cheng-Wei QIU et Federico CAPASSO : Broadband achromatic metasurface-refractive optics. *Nano Letters*, 18(qw):7801–7808, December 2018.

- [11] K. S. CHIANG : Dual effective-index method for the analysis of rectangular dielectric waveguides. *Appl. Opt.*, 25(13):2169–2174, Jul 1986.
- [12] Raghu DHARMAVARAPU, Soon Hock NG, Fatima EFTEKHARI, Saulius JUODKAZIS et Shanti BHATTACHARYA : Metaoptics : opensource software for designing metasurface optical element gdsii layouts. *Opt. Express*, 28(3):3505–3516, Feb 2020.
- [13] Leonard EYGES et Peter WINTERSTEINER : Modes of an array of dielectric waveguides. *J. Opt. Soc. Am.*, 71(11):1351–1360, Nov 1981.
- [14] Clayton FOWLER, Sensong AN, Bowen ZHENG, Hang LI, Hong TANG, Mohammad HAE-RINIA, Yunxi DONG, Yifei ZHANG, Mikhail Y. SHALAGINOV, Anuradha Murthy AGARWAL, Clara RIVERO-BALEINE, Myungkoo KANG, Kathleen A. RICHARDSON, Tian GU, Juejun HU et Hualiang ZHANG : A deep neural network near-universal dielectric meta-atom generator. In *OSA Optical Design and Fabrication 2021 (Flat Optics, Freeform, IODC, OFT)*, page JW4D.4. Optical Society of America, 2021.
- [15] Zhenyu HUANG, Maosen QIN, Xiaowei GUO, Cheng YANG et Shaorong LI : Achromatic and wide-field metalens in the visible region. *Opt. Express*, 29(9):13542–13551, Apr 2021.
- [16] K. Lance KELLY, Eduardo CORONADO, Lin Lin ZHAO et George C. SCHATZ : The optical properties of metal nanoparticles : The influence of size, shape, and dielectric environment. *The Journal of Physical Chemistry B*, 107(3):668–677, 2003.
- [17] M. KHORASANINEJAD, A. Y. ZHU, C. ROQUES-CARMES, W. T. CHEN, J. OH, I. MISHRA, R. C. DEVLIN et F. CAPASSO : Polarization-insensitive metalenses at visible wavelengths. *Nano Letters*, 16(11):7229–7234, 2016. PMID : 27791380.
- [18] Changhyun KIM, Sun-Je KIM et ByoungHo LEE : Doublet metalens design for high numerical aperture and simultaneous correction of chromatic and monochromatic aberrations. *Opt. Express*, 28(12):18059–18076, Jun 2020.
- [19] Nam-Hyong KIM : How diffractive surfaces are modeled in opticstudio. <https://support.zemax.com/hc/en-us/articles/1500005489061>.
- [20] Ke LI, Yinghui GUO, Mingbo PU, Xiong LI, Xiaoliang MA, Zeyu ZHAO et Xiangang LUO : Dispersion controlling meta-lens at visible frequency. *Opt. Express*, 25(18):21419–21427, Sep 2017.
- [21] Xiong LI, Lianwei CHEN, Yang LI, Xiaohu ZHANG, Mingbo PU, Zeyu ZHAO, Xiaoliang MA, Yanqin WANG, Minghui HONG et Xiangang LUO : Multicolor 3d meta-holography by broadband plasmonic modulation. *Science Advances*, 2, 11 2016.

- [22] Haowen LIANG, Augusto MARTINS, Ben-Hur V. BORGES, Jianying ZHOU, Emiliano R. MARTINS, Juntao LI et Thomas F. KRAUSS : High performance metalenses : numerical aperture, aberrations, chromaticity, and trade-offs. *Optica*, 6(12):1461–1470, Dec 2019.
- [23] E. A. J. MARCATILI : Dielectric rectangular waveguide and directional coupler for integrated optics. *The Bell System Technical Journal*, 48(7):2071–2102, 1969.
- [24] Martin MCCALL, Akhlesh LAKHTAKIA et Werner WEIGLHOFFER : The negative index of refraction demystified. *European Journal of Physics*, 23, 04 2002.
- [25] Nina MEINZER, William L. BARNES et I. R. HOOPER : Plasmonic meta-atoms and metasurfaces. *Nature Photonics*, 8:889–898, 2014.
- [26] Gustav MIE : Beiträge zur optik trüber medien, speziell kolloidaler metallösungen. *Annalen der Physik*, 330(3):377–445, 1908.
- [27] Christophe MINOT, Nadia BELABAS, Juan Ariel LEVENSON et Jean-Marie MOISON : Analytical first-order extension of coupled-mode theory for waveguide arrays. *Opt. Express*, 18(7):7157–7172, Mar 2010.
- [28] J. B. PENDRY : Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.*, 85:3966–3969, Oct 2000.
- [29] J. B. PENDRY, D. SCHURIG et D. R. SMITH : Controlling electromagnetic fields. *Science*, 312(5781):1780–1782, 2006.
- [30] Bahaa E A SALEH et Malvin Carl TEICH : *Fundamentals of Photonics; 2nd ed.* Wiley Series in Pure and Applied Optics. Wiley, New York, NY, 2007.
- [31] R. A. SHELBY, D. R. SMITH et S. SCHULTZ : Experimental verification of a negative index of refraction. *Science*, 292(5514):77–79, 2001.
- [32] Warren SMITH : *Modern Optical Engineering : The Design of Optical Systems.* McGraw-Hill, 4e édition, 2000.
- [33] Shiyu TAN, Frank YANG, Vivek BOOMINATHAN, Ashok VEERARAGHAVAN et Gururaj V. NAIK : 3d imaging using extreme dispersion in optical metasurfaces. *ACS Photonics*, 8(5):1421–1429, 2021.
- [34] Lumerical INC. : <http://www.lumerical.com/tcad-products/fdtd/>.
- [35] Shuming WANG, Pin WU, Vin-Cent SU, Yi-Chieh LAI, Mu-Ku CHEN, Hsin KUO, Bo Han CHEN, Yu CHEN, Tzu-Ting HUANG, Jung-Hsi WANG, Ray-Ming LIN, Chieh-Hsiung KUAN, T. LI, Zhenlin WANG, Shining ZHU et Din Ping TSAI : A broadband achromatic metalens in the visible. *Nature Nanotechnology*, 13, 03 2018.

- [36] W.T. WELFORD : *Aberrations of Optical Systems*. Taylor & Francis Group, 1ere édition, 1986.
- [37] James WYANT et Katherine CREATH : Basic wavefront aberration theory for optical metrology. *Appl Optics Optical Eng*, 11, 01 1992.
- [38] Nanfang YU et Federico CAPASSO : Flat optics with designer metasurfaces. *Nature Materials*, 13:139–50, 01 2014.
- [39] Nanfang YU, Patrice GENEVET, Francesco AIETA, Mikhail A. KATS, Romain BLANCHARD, Guillaume Aoust, Jean-Philippe TETIENNE, Zeno GABURRO et Federico CAPASSO : Flat optics : Controlling wavefronts with optical antenna metasurfaces. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 19(3):4700423–4700423, 2013.
- [40] Nanfang YU, Patrice GENEVET, Mikhail A. KATS, Francesco AIETA, Jean-Philippe TETIENNE, Federico CAPASSO et Zeno GABURRO : Light propagation with phase discontinuities : Generalized laws of reflection and refraction. *Science*, 334(6054):333–337, 2011.